2018학년도 모의논술 II
자연계열 해설

수학

[문제 1] **예시 답안**

- 1단계 첫 번째 시도에서 명중할 확률은 0.7이고, 이때 상금 30,000원을 받고 2단계로 넘어가면 총 2번의 화살을 쏠 기회를 부여받는다. 화살의 명중 개수를 X라고 하면 X는 이항분포 $B(2, 0.6)$을 따르고, 그에 따른 기댓값 $E(X) = 2 \times 0.6 = 1.2$를 갖는다. 따라서, 2단계에서 받을 수 있는 상금의 기댓값은 $E(10{,}000X) = 10{,}000 \times 1.2 = 12{,}000$(원)이다. 총 42,000원의 상금을 0.7의 확률로 받게 된다.
- 1단계 두 번째 시도에서 명중할 확률은 0.3×0.7이고, 이때 상금 20,000원을 받고 2단계로 넘어가면 총 1번의 화살을 쏠 기회를 부여받는다. 화살의 명중 개수를 X라고 하면 X는 이항분포 $B(1, 0.6)$을 따르고, 그에 따른 기댓값 $E(X) = 1 \times 0.6 = 0.6$을 갖는다. 따라서, 2단계에서 받을 수 있는 상금의 기댓값은 $E(10{,}000X) = 10{,}000 \times 0.6 = 6{,}000$(원)이다. 총 26,000원의 상금을 0.3×0.7의 확률로 받게 된다.
- 1단계 세 번째 시도에서 명중할 확률은 $0.3 \times 0.3 \times 0.7$이고, 이때 상금 10,000원을 받고 게임은 종료된다.
- 따라서, 영희가 이 게임에 참여하여 받을 수 있는 상금의 기댓값은 다음과 같다.

  $0.7 \times 42{,}000 + (0.3 \times 0.7) \times 26{,}000 + (0.3 \times 0.3 \times 0.7) \times 10{,}000 = 35{,}490$(원)

별해

- 모든 경우의 수와 그에 따른 상금을 나타내면 다음과 같다.

<table>
<tr><th>1단계</th><th rowspan="2">화살 2(확률)</th><th rowspan="2">화살 3(확률)</th><th rowspan="2">상금</th></tr>
<tr><th>화살 1(확률)</th></tr>
<tr><td rowspan="5">불발(0.3)</td><td rowspan="2">불발(0.3)</td><td>불발(0.3)</td><td>0원</td></tr>
<tr><td>명중(0.7)</td><td>10,000원</td></tr>
<tr><td rowspan="3">명중(0.7)</td><td>2단계</td><td></td></tr>
<tr><td>불발(0.4)</td><td>20,000원</td></tr>
<tr><td>명중(0.6)</td><td>30,000원</td></tr>
<tr><td rowspan="6">명중(0.7)</td><td>2단계</td><td rowspan="2">화살 2</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>화살 1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">불발(0.4)</td><td>불발(0.4)</td><td>30,000원</td></tr>
<tr><td>명중(0.6)</td><td>40,000원</td></tr>
<tr><td rowspan="2">명중(0.6)</td><td>불발(0.4)</td><td>40,000원</td></tr>
<tr><td>명중(0.6)</td><td>50,000원</td></tr>
</table>

- 이때, 영희가 이 게임에 참여하여 받을 수 있는 상금의 기댓값은 다음과 같다.

$$(0.3\times0.3\times0.3)\times0+(0.3\times0.3\times0.7)\times10{,}000+(0.3\times0.7\times0.4)\times20{,}000+$$
$$(0.3\times0.7\times0.6)\times30{,}000+(0.7\times0.4\times0.4)\times30{,}000+(0.7\times0.4\times0.6)\times40{,}000+$$
$$(0.7\times0.6\times0.4)\times40{,}000+(0.7\times0.6\times0.6)\times50{,}000=35{,}490\text{(원)}$$

채점 기준

- 1단계에서 성공할 때까지의 시도횟수에 대한 확률을 정확히 계산하면 **+3점**
- 1단계에서 성공하고 2단계로 넘어가면 화살의 명중 개수가 이항분포를 따른다는 것을 이해하고 있으면 **+10점**
- 2단계에서 이항분포의 기댓값을 정확히 계산하면 **+5점**
- 1단계와 2단계를 합쳐서 총상금의 기댓값을 정확히 계산하면 **+2점**

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 2~3점의 부분 점수를 부여함

별해 채점 기준

- 1단계의 경우의 수와 그에 따른 확률을 정확히 이해하고 있으면 **+3점**
- 2단계의 경우의 수와 그에 따른 확률을 정확히 이해하고 있으면 **+10점**
- 1단계와 2단계의 경우의 수에 대한 상금을 정확히 계산하면 **+5점**
- 1단계와 2단계를 합쳐서 총상금의 기댓값을 정확히 계산하면 **+2점**

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 2~3점의 부분 점수를 부여함

[문제 2-1] **예시 답안**

- $x^3 - x$가 홀함수인 것을 고려하면

$a_k = \int_{-k+1}^{k} (x^3 - x + 1)\, dx = \int_{-k+1}^{k} (x^3 - x)\, dx + \int_{-k+1}^{k} 1\, dx = \int_{k-1}^{k} (x^3 - x)\, dx + 2k - 1$이다.

- $\sum_{k=1}^{10} a_k = \int_{0}^{10} (x^3 - x)\, dx + \sum_{k=1}^{10} 2k - 1 = 2450 + 100 = 2550$

별해

- $a_k = \int_{-k+1}^{k} (x^3 - x + 1) dx = \int_{-k+1}^{k} (x^3 - x) dx + \int_{-k+1}^{k} 1 dx = k^3 - \frac{3}{2}k^2 + \frac{1}{4} + 2k - 1$이다.
- $a_k = \sum_{k=1}^{10} k^3 - \frac{3}{2}k^2 + 2k - \frac{3}{4} = 2550$

채점 기준

- $a_k = \int_{k-1}^{k} (x^3 - x)\, dx + 2k - 1$을 구하면 **+5점**
- $\sum_{k=1}^{10} a_k = \int_{0}^{10} (x^3 - x)\, dx + \sum_{k=1}^{10} 2k - 1 = 2450 + 100 = 2550$ 구하면 **+5점 = 3+2**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

별해 채점 기준

- $a_k = \int_{-k+1}^{k} (x^3 - x + 1)\, dx = k^3 - \frac{3}{2}k^2 + \frac{1}{4} + 2k - 1$을 구하면 **+5점**
- $a_k = \sum_{k=1}^{10} k^3 - \frac{3}{2}k^2 + 2k - \frac{3}{4} = 2550$을 구하면 **+5점**

[문제 2-2] 예시 답안

- $y=\sin\left(k\pi\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)+\dfrac{1}{2k}$의 근을 구하면 된다. 그래프를 구하기 위해 주어진 함수를 $f(x)=\sin(k\pi x)+\dfrac{1}{2k}$과 $g(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$의 합성함수 $f\circ g$로 생각할 수 있다. $g(x)$는 단조증가하면서 $-1<g(x)<1$이다. 따라서 $-k\pi<k\pi\dfrac{e^x-1}{e^x+1}<k\pi$이므로 $y=\sin\left(k\pi\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)$은 $x=\pm\infty$에서 x축을 점근선으로 가지면서 $2k-1$개의 근을 갖는다.
- $y=\sin\left(k\pi\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)+\dfrac{1}{2k}$은 위의 그래프를 $\dfrac{1}{2k}$만큼 y축 방향으로 평행이동한 것이므로 근이 하나 더 늘어난다.
- 따라서 $n(E_k)=2k$이고 $k=1,2,3,4,5$이다.

채점 기준

- $-1<\dfrac{e^x-1}{e^x+1}<1$이면서 단조증가한다는 것을 설명하면 **+5점**
- $y=\sin\left(k\pi\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)$은 $x=\pm\infty$에서 x축을 점근선으로 가지면서 $2k-1$개의 근을 갖는다는 것을 보이면 **+5점**
- $n(E_k)=2k$이고 $k=1,2,3,4,5$임을 보이면 **+5점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

[문제 3-1] 예시 답안

- 점 Q의 x좌표를 x라 하면, 선분 PQ의 길이가 3으로 일정하므로

$$(\cos\theta-x)^2+\sin^2\theta=3^2$$

$$x=\cos\theta+\sqrt{9-\sin^2\theta}=\cos(2t)+\sqrt{9-\sin^2(2t)}$$

- 점 Q의 x축 방향 속도는

$$\frac{dx}{dt}=-2\sin(2t)-\frac{2\sin(2t)\cos(2t)}{\sqrt{9-\sin^2(2t)}}$$

- 시각 t = π/12일 때 점 Q의 x축 방향 속도는

$$\frac{dx}{dt}=-2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)-\frac{2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\sqrt{9-\sin^2(\frac{\pi}{6})}}=-1-\frac{2\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{9-\frac{1}{4}}}=-1-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$$

채점 기준

- 점 Q의 x좌표를 θ 또는 t로 바르게 나타냈으면 **+4점**
- 점 Q의 x축 방향 속도를 θ 또는 t로 바르게 나타냈으면 **+4점**
- 점 Q의 x축 방향 속도를 바르게 계산했으면 **+2점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

[문제 3-2] 예시 답안

- 매개변수 θ를 이용하여 원 위의 점 R을 $(\cos\theta, \sin\theta+1)$로 나타낼 수 있다. 원점 O에서 점 R로의 벡터는 $\overrightarrow{OR}=(\cos\theta, \sin\theta+1)$이고, 원점 O에서 점 $S(\sqrt{3},0)$으로의 벡터는 $\overrightarrow{OS}=(\sqrt{3},0)$이다.
- 두 벡터의 합이 $\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{OS}=(\cos\theta+\sqrt{3}, \sin\theta+1)$이라고 할 때, 이 벡터의 길이의 제곱은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{OS}\right|^2 &= \left(\cos\theta+\sqrt{3}\right)^2+(\sin\theta+1)^2 \\ &= 2\sqrt{3}\cos\theta+2\sin\theta+5\end{aligned}$$

- 위 식을 삼각함수의 합성 방법을 이용하여 정리하면,

$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{OS}\right|^2 &= 5+4\left(\frac{2\sqrt{3}}{4}\cos\theta+\frac{2}{4}\sin\theta\right) \\ &= 5+4\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)\end{aligned}$$

- 이 벡터의 길이가 최대가 되려면,

$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=1$, 즉 $\theta+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$이다.

- 따라서 $\theta=\pi/6$이고, R은 $(\cos\pi/6, 1+\sin\pi/6)=(\sqrt{3}/2, 3/2)$이다.

채점 기준

- 점 R을 매개변수 θ로 바르게 나타내면 **+3점**
- 두 벡터의 합을 매개변수 θ로 바르게 나타내면 **+3점**
- 합벡터의 길이 또는 길이의 제곱을 θ의 함수로 바르게 나타내면 **+3점**
- 합벡터가 최대가 되는 θ의 조건을 바르게 제시하면 **+3점**
- 합벡터가 최대가 되는 R의 값을 바르게 구하면 **+3점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

[문제 4-1]

예시 답안

- 식사 후 탄수화물이 포도당으로 분해되면서 혈당량이 증가되는데, 이때 제시문 (가)에서 기술된 것처럼 췌장의 β-세포에서 분비된 인슐린은 포도당을 글리코겐으로 전환하거나, 세포에서 포도당의 소비를 촉진하여 혈당량을 낮추는 역할을 한다. 그러므로 식사 후 혈중 농도가 증가하는 호르몬 H는 인슐린으로 판단할 수 있다. 그래프 B에서 건강한 사람의 경우 식사하기 60분 전에 호르몬 Y의 농도가 높게 있으므로 제시문 (가)에 근거하여 공복 시 혈당량을 올려서 에너지를 만드는데 관여하는 호르몬으로 추정할 수 있다. 그러므로 호르몬 R은 글루카곤으로 예상할 수 있다.
- 환자의 경우 인슐린(호르몬 H)의 혈중 농도는 건강한 사람과 동일하지만 글루카곤(호르몬 R)은 식사하기 전에 건강한 사람에 비하여 혈중 농도가 매우 낮다. 이는 제시문 (가)에 근거하여 공복시 글리코겐을 분해해서 세포에서 ATP 생성을 하는데 문제가 있다는 것을 의미한다. ATP는 제시문 (나)에 의하면 근수축에 필수적인 요소로서 이 환자는 혈당이 낮아지는 공복시 근수축 기능에 문제가 있을 것이다.

채점 기준

- 호르몬 H와 R의 종류를 정확히 명시하면 **+4점 (각 +2점씩)**
- 호르몬 H와 R의 종류의 유추가 제시문에 근거해서 논리적이면 **+4점**
- 호르몬 R에서 건강한 사람과 환자의 상태를 논리적으로 해석하면 **+2점**
- 환자가 공복시 ATP 생성에 문제가 있을 수 있다는 것을 유추하면 **+3점**
- 근수축 과정에 문제가 있다는 것을 유추하면 **+2점**

[문제 4-2]

예시 답안

- 대조군과 비교했을 때 약물 P를 투여한 환자는 T 림프구와 B 림프구의 양이 감소하였다. 제시문 (다)에서 항체는 T 림프구에 의해서 자극을 받은 B 림프구가 활발히 증식하여 생성한다고 했는데, 약물 P는 T 림프구의 숫자를 감소시킴으로써 B 림프구의 숫자도 감소하게 되어 꽃가루에 대한 항체를 만들지 못하게 될 것이다. 그러므로, 약물 P의 작용 방식은 T 림프구 활성을 저해시켜서 알레르기 항원에 대한 항체 생성을 막고, 그 결과 알레르기 반응을 약화시키는 역할을 한다.
- 약물 Q의 경우 T 림프구 B 림프구의 생성은 대조군과 같으나 혈중 항원의 농도가 약물 P를 처리한 경우와 같으므로 이는 꽃가루 항체에 대한 항원의 결합이 감소하여 있다는 것을 의미한다.
- 제시문 (다)에서 항체는 항원의 특정한 부분에만 결합하여 항원–항체 반응 특이성이 있다고 했으며 제시문 (라)에서 효소와 기질의 반응을 저해하는 방법을 적용해 본다면 약물 Q는 항체의 Y 모양의 윗부분에 항원이 결합할 부분을 경쟁적으로 저해해서 항원–항체 결합을 저해시킬 수 있을 것으로 유추할 수 있다. 결과적으로 약물 Q는 항원–항체 결합을 저해함으로써 알레르기 반응을 약화시키는 약물임을 알 수 있다.

채점 기준

- 약물 P는 T 림프구 양 감소, B 림프구 양 감소를 통한 항체 생성 저해까지의 과정이 논리적으로 기술되어 있으면 **+5점**
- 약물 Q는 항원 생성에는 문제가 없다는 것을 유추하면 **+3점**
- 약물 Q가 항원 항체 상호 작용을 저해한다는 것을 논리적으로 유추하면 **+2점**
- 약물 Q가 경쟁적 저해제가 되거나, 비경쟁적 저해제가 될 수 있을 가능성을 기술하면 **+5점**

물리

[문제 4-1] 예시 답안

- 12개의 전하는 점 P를 중심으로 하는 4개의 정삼각형의 꼭짓점에 있다. 각 정삼각형을 이루는 전하에 의한 전기장의 벡터합은 0이다.
- 제거하는 전하가 속하지 않은 삼각형의 꼭짓점에 있는 9개의 전하에 의한 전기장은 0이다. 또한 나머지 2개의 전하에 의한 전기장의 크기는 제거된 전하가 제거되기 전, 기여한 전기장의 크기와 같다.
- 제거되는 전하가 점 O에 가장 가까이 있을 때 전기장의 세기가 최댓값을 가지므로 이때 전기장의 세기는 다음과 같다.

$$E = k\frac{Q}{l^2}$$

채점 기준

- 점 O에서 삼각형을 이루는 전하에 의한 전기장 또는 12개의 전하에 의한 전기장을 바르게 구했으면 **+5점**
- 점 O에서 11개의 전하에 의한 전기장의 세기와 1개의 전하에 의한 전기장의 세기가 같다는 점을 바르게 추론했으면 **+5점**
- 점 O에서 전기장의 세기의 최댓값을 바르게 구하면 **+5점**

※ 다른 방법으로 점 O에서 전기장의 세기의 최댓값을 논리적이고 정확하게 구하면 15점을 부여함

[문제 4-2] 예시 답안

- 점 M을 포함한 변에는 지면에서 나오는 방향으로 크기가 BIL인 자기력이 작용하고, 점 N을 포함한 변에는 지면으로 들어가는 방향으로 크기가 BIL인 자기력이 작용한다. 다른 변에 작용하는 자기력은 0이므로 자기력의 합력은 0이다.
- 자기장에 수직인 정사각형의 대칭축에 대해 자기력에 의한 돌림힘은 $\tau = 2BIL\frac{L}{2}$이다.
- 외력의 합력은 O이고 외력에 의한 돌림힘의 크기는 $\tau = BIL^2$이고 자기력에 의한 돌림힘과 방향이 반대이어야 한다.
- 돌림힘에 영향을 주지 않는 $\overrightarrow{F_M}$과 $\overrightarrow{F_N}$의 자기장 방향의 성분은 크기가 같고 방향이 반대이기만 하면 된다.
- $\overrightarrow{F_M}$의 지면에 수직한 성분은 지면으로 들어가는 방향으로 크기가 BIL이고 $\overrightarrow{F_N}$의 지면에 수직한 성분은 지면에서 나오는 방향으로 크기가 BIL이다.

채점 기준

- 자기력을 바르게 구하면 **+3점**
- 자기력에 의한 돌림힘을 바르게 구하면 **+3점**
- 외력의 합력과 외력에 의한 돌림힘의 조건을 바르게 구하면 **+3점**
- 외력의 지면에 수직한 성분을 바르게 구하면 **+3점**
- 외력의 지면 방향의 성분을 바르게 구하면 **+3점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

화학

[문제 4-1] 예시 답안

[결합각에 대한 답안]

- 제시문 (나)에 근거하여 탄소 3개가 서로 연결된 사이클로프로페인은 입체구조를 가지며 탄소간의 결합각은 최댓값이 60^o이다.
- 탄소 6개가 서로 연결된 사이클로헥세인은 뒤틀린 입체구조를 가지며 탄소간 결합각의 최댓값이 109.5^o이다.
- 탄소 6개가 서로 단일결합과 이중결합이 혼합된 공명구조를 가고 있는 벤젠은 안정된 육각형의 평면구조를 이루며 탄소 간 결합각의 최댓값은 120^o이다.
- 따라서, 제시된 세 물질 중 탄소와 탄소간의 결합각이 가장 큰 물질은 벤젠이다.

[벤젠 완전 연소에 대한 답안]

- 제시문 (가)에 근거하여 벤젠의 연소 화학 반응식은 아래와 같다.

  $2C_6H_6\ (l) + 15O_2(g) \rightarrow 6H_2O(g) + 12CO_2(g)$
- 제시문 (가)에 근거하여 벤젠 26g의 몰수는 벤젠의 질량을 분자량으로 나눈 값이 된다.

  $\text{벤젠 26g의 몰수} = \dfrac{\text{벤젠의 질량}}{\text{벤젠의 분자량}} = \dfrac{26}{78} = \dfrac{1}{3}\text{몰}$
- 벤젠의 연소 화학 반응식을 근거로 벤젠이 산소와 반응할 때 생성되는 물(H_2O)과 이산화탄소(CO_2) 간의 몰수는 벤젠의 연소 화학 반응식을 근거로 간단한 정수 비가 성립한다.

  $\text{벤젠}(C_6H_6):\text{산소}(O_2):\text{물}(H_2O):\text{이산화탄소}(CO_2) = 2:15:6:12 \ = \ 1:\frac{15}{2}:3:6$
- 상기 정수비에 따라 벤젠 1/3몰이 연소할 때 생성되는 물과 이산화탄소는 각각 1몰과 2몰이다.
- 분자 1몰은 아보가드로의 법칙에 의해 6.02×10^{23}개의 분자로 이루어져 있으므로 생성되는 물 1몰의 분자 수는 6.02×10^{23}개이다.
- 제시문 (가)에 근거하여 1몰 기체의 부피는 22.4L이므로 이산화탄소 2몰의 부피는 44.8L이다.

채점 기준

- 문제에서 제시한 세 가지 고리형 탄화수소 결합각의 최댓값을 모두 제시하고 그중 벤젠이 가장 큰 값임을 나타내면 **+3점**
- 벤젠의 연소 화학 반응식을 제시하면 **+2점**
- 벤젠 26g의 몰수를 구하면 **+2점**
- 벤젠의 연소 화학 반응식을 근거로 벤젠, 산소, 물, 이산화탄소 간에 존재하는 간단한 정수 비를 제시하면 **+2점**
- 제시된 정수비를 바탕으로 물(H_2O)의 분자 수를 구하면 **+3점**
- 제시된 정수비를 바탕으로 이산화 탄소(CO_2)의 부피를 구하면 **+3점**

[문제 4-2]

예시 답안

- 제시문 (다), (라)에 근거하여 산화전극(−극)에서는 전자를 잃는 반응이 일어나고, 환원전극(+극)에서는 전자를 얻는 반응이 일어난다.
- 묽은 황산은 수용액 상태에서 H^+이온과 SO_4^{2-}이온으로 존재하게 된다.
- 따라서, 산화전극에서는 Pb가 SO_4^{2-}이온과 산화 반응하여 $PbSO_4$가 생성되면서 e^-을 내어놓고 환원전극에서는 PbO_2가 SO_4^{2-} 이온, H^+이온과 환원 반응하며 e^-을 받아들여 $PbSO_4$와 H_2O를 생성하게 된다.
- 따라서, 산화전극과 환원전극에서의 반응식은 다음과 같다.

산화전극 : $Pb + SO_4^{2-} \rightarrow PbSO_4 + 2e^-$

환원전극 : $PbO_2 + SO_4^{2-} + 4H^+ + 2e^- \rightarrow PbSO_4 + 2H_2O$

채점 기준

- 산화전극(−극)은 Pb이고 환원전극(+극)이 PbO_2임을 나타내면 **+5점**
- 산화전극에서의 반응식을 구체적으로 제시하면 **+5점**
- 환원전극에서의 반응식을 구체적으로 제시하면 **+5점**