

2018학년도 모의논술 II

자연계열 문제

수학

[문제 1]

영희는 두 단계로 구성된 활쏘기 게임에 참여할 수 있는 기회를 얻었다. 게임은 다음과 같은 규칙으로 진행된다.

- 1단계에서는 10m 거리에서 활쏘기가 시행되며, 명중하게 되면 2단계로 넘어가서 20m 거리에서 다시 시행된다. 화살을 쏘는 것은 독립시행이고, 총 3개의 화살을 쏠 수 있다. 단, 한번 사용한 화살은 다시 사용하지 못한다고 가정한다.
- 1단계에서 성공하면 성공할 때까지의 시도 횟수에 따라 상금을 받고 2단계로 넘어가게 된다. 1단계의 상금은 다음과 같으며, 각 화살의 명중 확률은 0.70이다.

성공할 때까지의 시도 횟수	1	2	3
상금(원)	30,000	20,000	10,000

- 2단계에서는 총 3개의 화살 중 1단계에서 사용하고 남은 화살을 쏘며 명중 개수에 따라 상금을 받는다. 2단계의 상금은 다음과 같으며, 각 화살의 명중 확률은 0.60이다.

명중 개수	0	1	2
상금(원)	0	10,000	20,000

영희가 이 게임에 참여할 때, 받을 수 있는 상금의 기댓값을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 세 실수 a, b, c 를 포함하는 닫힌 구간에서 연속일 때

$$\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

- 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 의 합성함수 $g \circ f$ 는 $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ 로 정의한다.
- 집합에 속하는 모든 원소들이 가지는 공통된 성질을 제시하여 집합을 나타내는 방법을 조건제시법이라고 한다.
- 집합 A 의 원소가 유한 개일 때, 집합 A 의 원소의 개수를 $n(A)$ 로 나타낸다.

[문제 2-1] 자연수 k 에 대하여 수열 a_k 를 $a_k = \int_{-k+1}^k (x^3 - x + 1) dx$ 로 정의할 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [10점]

[문제 2-2] 집합 $E_k = \left\{ x \mid \sin \left(k\pi \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right) + \frac{1}{2k} = 0 \right\}$ 에 대하여, $1 \leq n(E_k) \leq 10$ 을 만족시키는 자연수 k 를 모두 구하시오.
[15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

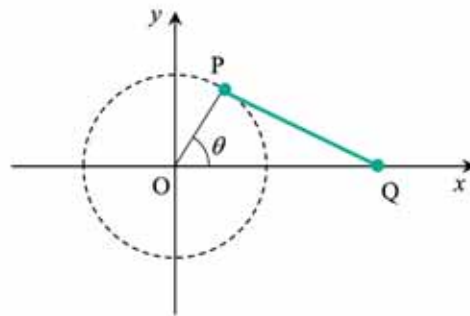
- 좌표평면 위에서 한 곡선 위의 점 P의 좌표를 (x, y) 라고 할 때, x 와 y 를 각각 $x = f(t)$, $y = g(t)$ 인 함수의 꼴로 나타낼 수 있다. 이때 t 를 x , y 의 매개변수라고 한다.
- 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 좌표를 x 라고 하면 x 는 시각 t 에 대한 함수이므로 $x = f(t)$ 로 놓을 수 있다. 함수 $f(t)$ 의 시각 t 에서의 순간 변화율

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

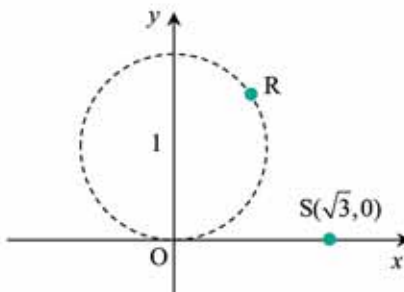
를 점 P의 시각 t 에서의 순간 속도 또는 속도라고 한다.

- 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 $a \sin \theta + b \cos \theta$ ($a \neq 0, b \neq 0$)를 $r \sin(\theta + \alpha)$ 의 꼴로 나타내는 것을 삼각함수의 합성이라고 한다. (단, $r > 0, 0 \leq \alpha < 2\pi$)

[문제 3-1] 다음 그림과 같이 점 $P(x, y)$ 는 원점을 중심으로 하는 단위원 위에서 움직이고, 시각 t 에서 $\theta = 2t$ 이다. 점 Q는 양의 x 축 위에서 움직이고, 이 두 점을 잇는 선분 PQ의 길이는 3으로 일정하다. 시각 $t = \frac{\pi}{12}$ 일 때, 점 Q의 순간 속도를 구하시오. [10점]



[문제 3-2] 다음 그림과 같이 점 $R(x, y)$ 는 중심이 $(0, 1)$ 인 단위원 위에 있고, 점 S는 $(\sqrt{3}, 0)$ 에 있다. 원점을 O라 할 때 벡터 $\overline{OR} + \overline{OS}$ 의 길이가 최대가 되는 R의 좌표를 구하시오. [15점]



[문제 4] 다음 제시문 (가)~(라)를 읽고 문제에 답하시오.

가

혈당량은 인슐린과 글루카곤의 길항 작용에 의해 일정하게 유지되며, 인슐린과 글루카곤의 분비는 각각 음성 피드백으로 조절된다. 식사를 하면 소장에서 포도당이 흡수되어 혈당량이 올라간다. 혈당량이 증가하면 췌장의 β -세포에서 인슐린이 분비된다. 인슐린은 간에서 포도당을 글리코겐으로 전환하여 저장하게 하거나 세포에서 포도당의 소비를 촉진하여 혈당량을 낮춘다. 췌장에서 인슐린이 충분히 생산되지 못하거나, 세포가 인슐린에 반응하지 못하면 혈당량이 높은 수준으로 유지되는 당뇨병에 걸린다. 식사 후 시간이 한참 지나면 췌장의 α -세포에서 글루카곤이 분비된다. 글루카곤은 간에 저장되어 있던 글리코겐을 포도당으로 전환하여 혈액으로 방출하게 한다. 혈액 속의 포도당은 세포로 흡수되어 미토콘드리아에 도달하게 되고, 미토콘드리아에서는 세포 호흡으로 포도당이 산화되어 ATP가 생성된다.

나

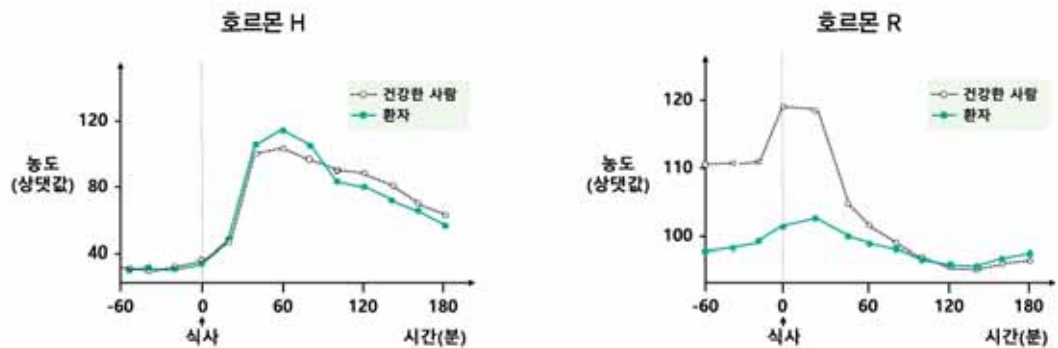
근육의 수축은 굵은 마이오신의 중심 쪽으로 액틴 필라멘트가 미끄러지듯이 끌려 들어가 근육 원섬유 마디가 짧아지면서 일어난다. 이때 액틴 필라멘트나 마이오신 자체가 수축하는 것이 아니라, 액틴 필라멘트와 마이오신의 중첩된 부분이 늘어나는 것이다. 근육의 수축에 필요한 에너지는 ATP이다. 마이오신의 머리가 ATP를 에너지로 사용하여 액틴 필라멘트를 끌어당기게 되면 근육이 수축되고, 마이오신이 액틴 필라멘트에서 떨어지면 근육이 이완된다.

다

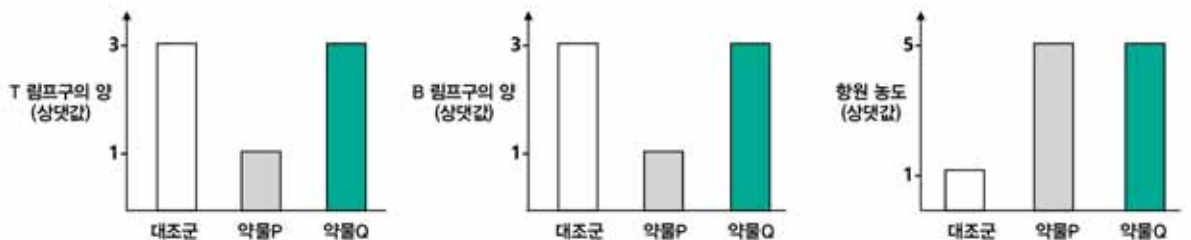
체액성 면역은 B 림프구가 생산한 항체에 의한 방어 작용이다. B 림프구가 항원과 결합하고 보조 T 림프구에 의해 자극을 받으면, B 림프구는 활발히 증식하여 형질 세포와 기억 세포로 분화한다. 형질 세포는 항체를 생성하고, 기억 세포는 항원에 대한 특성을 기억한다. 항체는 γ -글로불린이라고 하는 단백질로 되어 있으며, Y자 모양의 윗부분이 항원과 결합하는 곳이다. 항체는 특정 항원에만 작용하고 다른 항원과는 반응하지 않는데 이것을 항원 항체 반응의 특이성이라고 한다. 항체가 항원과 결합하면 항원이 침강하거나 용해되는 등의 반응이 일어나며 백혈구의 식균 작용으로 항원이 제거된다.

경쟁적 저해제는 기질과 유사한 입체 구조를 지니고 있어 기질과 경쟁적으로 효소의 활성 부위에 결합한다. 그 결과, 효소-기질 복합체가 형성되지 않아 효소의 작용이 저해된다. 비경쟁적 저해제는 활성 부위가 아닌 효소의 다른 부위에 결합하는데, 비경쟁적 저해제가 효소와 결합하면 활성 부위의 구조가 변형된다. 그 결과, 효소-기질 복합체가 형성되지 않아 효소의 작용이 저해된다. 경쟁적 저해제가 작용하는 경우 기질의 농도가 증가하면 저해 효과는 감소한다. 그러나, 비경쟁적 저해제가 작용하는 경우에는 기질의 농도가 증가해도 저해 효과는 감소하지 않는다.

[문제 4-1] 다음 그래프는 어떤 환자가 탄수화물 위주로 식사한 후, 시간에 따른 혈당량의 변화를 조절하는 호르몬 H와 R의 농도 변화를 측정된 것이다. 제시문 (가)에 근거하여 호르몬 H와 R의 종류를 유추하고, 이 환자에게 발생할 수 있는 근육 기능의 문제를 제시문 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, 이 환자의 식사 직후 혈당량의 변화는 건강한 사람과 같다.) [15점]



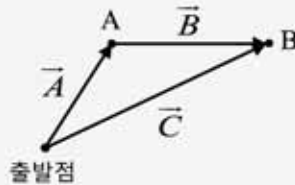
[문제 4-2] 대부분 사람에게 아무 문제를 일으키지 않는 물질이 항원으로 인식되어, 비만 세포 표면의 항체와 결합한 결과 일어나는 면역계의 과민 반응을 알레르기라고 한다. 따라서 알레르기 치료제는 특정 면역 세포를 죽이거나 비만 세포와 항원 간의 항원-항체 반응을 저해하여 증상을 완화시킨다. 아래 그래프는 꽃가루에 대하여 알레르기가 있는 사람에게 알레르기 치료 약물 P 또는 Q를 각각 투여한 후, 혈액을 채취하여 T 림프구의 양, B 림프구의 양, 알레르기 항원의 농도를 대조군(치료제를 투여하지 않은 알레르기 환자)과 비교한 것이다. 그래프를 보고 약물 P와 Q의 작용 방식을 제시문 (다), (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [15점]



[문제 4] 다음 제시문 (가)~(라)를 읽고 문제에 답하시오.

가

벡터는 서로 더할 수 있으며, 필요에 따라 성분 별로 분해할 수도 있다. 만일 어떤 물체가 출발점에서 A점까지 이동한 다음 다시 B점까지 이동하였다면 이 물체의 최종 위치는 벡터 \vec{C} 로 나타낼 수 있고, 벡터 \vec{C} 는 벡터 \vec{A} 와 벡터 \vec{B} 의 합으로 구할 수 있다. 이처럼 두 벡터를 합한 벡터 $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ 를 구하는 것을 벡터의 합성이라고 하며, 벡터의 합성으로 구한 벡터를 합벡터라고 한다.



나

공간의 한 점에서의 전기장의 세기는 그 점에 (+)의 단위 전하를 놓았을 때 이 전하가 받는 전기력으로 정의한다. 전하 Q 로부터 거리 r 만큼 떨어진 곳에 전하 $+q$ 가 있을 때 두 전하 사이에 작용하는 전기력 F 는 $k\frac{Qq}{r^2}$ 이므로, $+q$ 가 있는 곳에서의 전기장의 세기 E 는 $\left|k\frac{Q}{r^2}\right|$ 가 된다. 전기장의 방향은 이 전하가 받는 힘의 방향과 같다. Q 가 (+) 전하일 때 전기장의 방향은 Q 에서 멀어지는 방향이며, (-) 전하일 때는 가까워지는 방향이다.

다

회전축이 있는 막대 끝에 힘이 작용할 때 돌림힘 τ 는 작용하는 힘의 크기 F 와 회전축으로부터 힘이 작용하는 지점까지의 거리 L 에 비례하며, 힘과 막대가 이루는 각 θ 와 관계가 있다. 이를 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\tau = FL \sin \theta$$

만일 정지 상태의 물체에 힘이나 돌림힘이 작용하고 있음에도 불구하고 알짜힘이 0이고 돌림힘의 합이 0이라면 이 물체는 어떤 운동도 하지 않는 상태에 있게 된다. 이때 물체는 역학적 평형 상태에 놓여 있다고 한다.

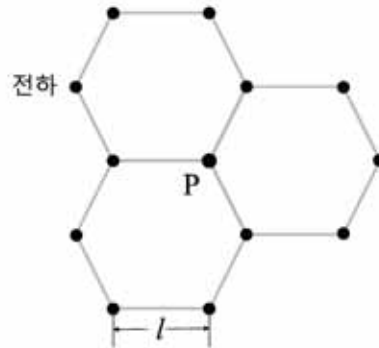
라

자기장 속에서 운동하는 (+) 전하를 가진 입자에 작용하는 자기력의 방향은 오른쪽 네 손가락을 입자의 운동 방향에서 자기장의 방향으로 감아줄 때 엄지손가락이 가리키는 방향이다. 전류가 흐르는 도선이 자기장 속에 있다면 각 전하가 받는 자기력의 합력이 도선이 받는 자기력이다. 세기가 B 로 균일한 자기장 속에서 세기가 I 인 전류의 방향과 자기장의 방향이 이루는 각도가 θ 일 때 길이가 L 인 도선이 받는 자기력의 크기 F_B 는 다음과 같다.

$$F_B = BIL \sin \theta$$

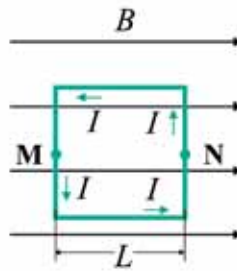
[문제 4-1]

다음 그림과 같이 한 평면에 정육각형 형태로 전하가 분포해 있다. 정육각형의 한 변의 길이는 l 이고, 각 전하의 전하량은 $+Q$ 이며, P지점을 제외한 12개의 꼭짓점에 전하가 각각 하나씩 고정되어 있다. 그중 임의의 전하 1개를 제거할 때, P지점에서의 전기장의 세기의 최댓값을 제시문 (가), (나)에 근거하여 논리적으로 구하시오. [15점]



[문제 4-2]

다음 그림과 같이 세기가 B 로 균일한 자기장 속에서 한 변의 길이가 L 인 정사각형 도선에 전류 I 가 흐르고 있다. 정사각형의 마주보는 두 변의 중점 M, N에 외력 \vec{F}_M, \vec{F}_N 이 각각 작용할 때, 도선이 역학적 평형 상태가 되도록 하는 \vec{F}_M, \vec{F}_N 을 구하는 과정을 제시문 (가), (다), (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, \vec{F}_M, \vec{F}_N 의 방향은 각각 M, N에서의 전류의 방향과 수직하고, 자기장의 방향은 도선이 놓인 평면과 나란하다.) [15점]



[문제 4] 다음 제시문 (가)~(라)를 읽고 문제에 답하시오.

가

질량보존의 법칙에 의하면 화학 반응이 일어나기 전 물질의 총량과 반응 후 생성된 물질의 총량은 변하지 않는다. 탄소(C), 수소(H), 산소(O)로 이루어진 화합물을 완전 연소시켰을 때 이산화탄소(CO₂)와 물(H₂O)이 생성되며 각 성분의 질량을 원자량으로 나누면 조성비를 구할 수 있다. 탄소, 수소, 산소의 원자량은 각각 12, 1, 16이다. 반응을 통하여 생성된 모든 기체는 온도와 압력이 같을 때, 같은 부피에 같은 수의 분자가 들어 있으며, 실험에 의해 0 °C기압에서 1몰 기체의 부피는 그 종류에 관계없이 22.4 L로 일정하다고 밝혀져 있다.

나

탄소가 기본 골격을 이루고 여기에 수소만 결합된 화합물을 탄화수소라 한다. 탄화수소에서 탄소가 3개 이상일 때 양끝에 있는 수소 2개를 제거하고 서로 연결한 화합물을 고리형 탄화수소라고 하는데, 이들은 탄소의 수에 따라 사이클로프로페인, 사이클로뷰테인, 사이클로펜테인 등으로 불리며, 일반식은 C_nH_{2n}이다. 이때 모든 탄소와 수소 원자는 한 평면에 있지 않고 안정된 입체 구조를 갖는다. 반면, 고리형 탄화수소 중에서 벤젠을 포함하는 물질을 방향족 탄화수소라 하는데, 이들의 모든 탄소와 수소 원자는 한 평면에 존재한다.

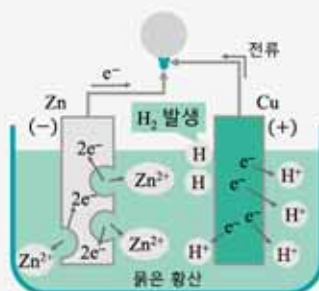
다

어떤 물질이 산소와 결합하는 산화 반응은 전자를 잃어 산화수가 증가하는 반응이고, 산소를 잃는 환원 반응은 전자를 얻어 산화수가 감소하는 반응이다. 산화수는 공유 결합 화합물에서 공유한 전자쌍이 그것을 더 세게 끌어 당기는 원자에 속해 있다고 할 때, 각 원자에 할당된 전하 수를 나타내며, 전자를 잃은 상태는 (+) 부호를, 전자를 얻은 상태는 (-) 부호를 붙여 나타낸다.

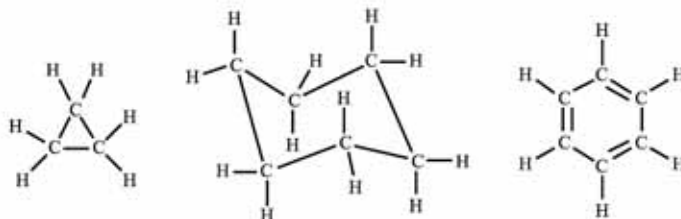
볼타 전지는 묽은 황산 용액에 아연판과 구리판을 넣어 도선으로 두 극판을 연결한 것이다. 각 전극에서의 반응은 다음과 같다.



아연에서 나온 전자는 도선을 따라 구리판으로 이동하여 (+) 극의 수소 이온에 전달되므로 회로가 형성되어 전류가 흐른다. 이와 같이 전지의 원리는 전자의 이동에 의한 산화-환원 과정이다.



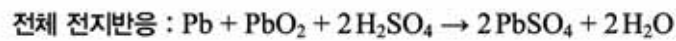
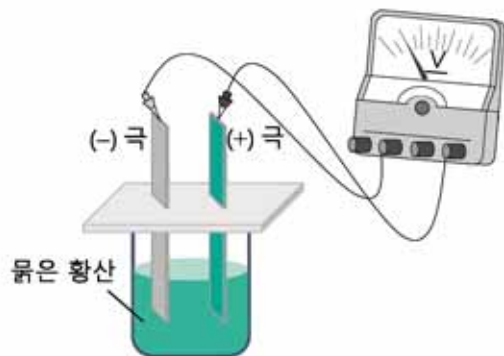
[문제 4-1] 다음 그림은 세 가지 고리형 탄화수소의 구조식을 나타낸 것이다.



위의 세 물질 중 탄소와 탄소 사이의 결합각이 가장 큰 물질을 구하는 과정과, 이 물질 26 g을 완전 연소시켰을 때 생성되는 물(H₂O)의 분자 수와 이산화탄소(CO₂)의 부피를 0 °C, 1기압에서 측정하면 각각 얼마가 되는지를 제시문 (가), (나)에 근거하여 논리적으로 제시하시오. [15점]

[문제 4-2]

두 개의 서로 다른 전극을 준비하여 표면을 사포로 깨끗이 청소한 후 묽은 황산 용액에 넣어 그림과 같이 전지를 구성하고, 실험을 통하여 아래와 같은 결과를 얻었다.



<실험 결과>

1. 전지가 방전되면서 물이 생성되고 황산의 농도는 감소하였다.
2. 실험이 진행될수록 (+) 극과 (-) 극의 표면에서는 흰색 고체 피막이 관찰되었다.
3. 전지가 방전되면서 약 2V의 전압이 측정되었다.

위 실험 결과와 제시문 (다), (라)에 근거하여 산화 전극과 환원 전극에서 일어나는 반응식을 각각 논리적으로 제시 하시오. [15점]