2018학년도 모의논술 I
자연계열 해설

수 학

[문제 1] **예시 답안**

- 테이블이 하나만 사용되는 경우는 모든 손님이 1번 테이블에 앉는 경우이다. 이때의 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{20}$가 된다.
- 테이블이 두 개가 사용되는 경우는 다음과 같다.

  1번 테이블에 첫 번째, 두 번째 손님이 앉고, 2번 테이블에 세 번째 손님이 앉는 경우 : $\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$

  1번 테이블에 첫 번째, 세 번째 손님이 앉고, 2번 테이블에 두 번째 손님이 앉는 경우 : $\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{20}$

  1번 테이블에 첫 번째 손님이 앉고, 2번 테이블에 두 번째, 세 번째 손님이 앉는 경우 : $\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{20}$
- 테이블이 세 개가 사용되는 경우는 1번 테이블에 첫 번째 손님, 2번 테이블에 두 번째 손님, 3번 테이블에 세 번째 손님이 앉는 경우이다. 이때의 확률은 $\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{20}$이다.
- 따라서, 점심 시간에 사용될 테이블 수의 기댓값은 다음과 같다.

  $1\times\frac{2}{20}+2\times\left(\frac{3}{20}+\frac{3}{20}+\frac{3}{20}\right)+3\times\frac{9}{20}=\frac{47}{20}=2.35$ (개)

채점 기준

- 테이블이 하나만 사용되는 경우와 그 확률을 정확히 계산하면 **+5점**
- 테이블이 두 개가 사용되는 경우와 그 확률을 정확히 계산하면 **+5점**
- 테이블이 세 개가 사용되는 경우와 그 확률을 정확히 계산하면 **+5점**
- 테이블 수의 기댓값을 정확히 계산하면 **+5점**

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 2~3점의 부분 점수를 부여함

[문제 2-1] **예시 답안**

- 직선 FG를 $y = ax + b$라 할 때, 점 D′(1/2, 0)는 이 직선에 대해 점 D(1, 1)의 대칭점이다. 즉 직선 FG의 기울기 a와 선분 DD′의 기울기는 수직이고, 선분 DD′의 중점은 직선 FG 위에 있다.

$-\frac{1}{a} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$, 즉 $a = -\frac{1}{2}$이고,

$\frac{1}{2} = a \times \frac{1+\frac{1}{2}}{2} + b$, 즉 $b = \frac{7}{8}$이다.

- 따라서, 선분 AF의 길이는 $1 - 7/8 = 1/8$이다.

- 점 A(0, 1)의 직선 FG에 대한 대칭점을 A′(c, d)라 하면

$-\frac{1}{a} = 2 = \frac{1-d}{0-c}$, $d = 2c+1$

$\frac{d+1}{2} = a \times \frac{c}{2} + b = -\frac{1}{2} \times \frac{c}{2} + \frac{7}{8}$, 즉 $c = -\frac{1}{10}$, $d = \frac{4}{5}$이다.

- 직선 D′E의 방정식을 점 A′(-1/10, 4/5)와 D′(1/2, 0)의 좌표를 이용하여 구하면

$y = \frac{-\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{10}}\left(x - \frac{1}{2}\right) = -\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$, 즉 y축과의 교점이 (0, 2/3)이다.

- 따라서, 선분 BE의 길이는 2/3이다.

별해

- 선분 CG의 길이를 x라 하면, D′G는 $1 - x$가 되고, 피타고라스 정리를 이용하여, x를 알 수 있다.

$x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = (1-x)^2$, 즉 $x = \frac{3}{8}$이다.

- 삼각형 D′CG와 삼각형 EBD′가 닮음을 이용하여 BE의 길이를 비례식으로 구할 수 있다.

D′C:CG=BE:BD′, $\text{BE} = \frac{\text{D}'\text{C} \cdot \text{BD}'}{\text{CG}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{8}} = \frac{2}{3}$

- 따라서, BE의 길이는 2/3이다.
- 점 A의 직선 FG에 대한 대칭점을 A′라 하면, 피라고라스의 정리를 이용하여 A′D′=5/6이고, A′E=1/6인 것을 알 수 있다.
- 삼각형 EBD와 삼각형 EA′F는 닮음이다. 이를 이용하여 선분 EF의 길이를 아래의 비례식으로 나타낼 수 있다.

A′E:EF=BE:D′E, 즉 $\text{EF} = \frac{5}{24}$이다.

- 따라서, 선분 AF의 길이는 $\text{AF} = 1 - \text{BE} - \text{EF} = 1/8$이다.

채점 기준

- 직선 FG의 식을 바르게 구하면 **+3점**
- 선분 AF의 길이를 바르게 구하면 **+2점**
- 점 A의 직선 FG에 대한 대칭점 A′를 바르게 구하면 **+3점**
- 선분 AE의 길이를 바르게 구하면 **+2점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

별해 채점 기준

- 삼각형 D′CG와 삼각형 EBD′가 닮음을 이용하여 비례식을 제시하면 **+3점**
- 선분 BE의 길이를 바르게 구하면 **+2점**
- 삼각형 EBD와 삼각형 EA′F가 닮음을 이용하여 비례식을 제시하면 **+3점**
- 선분 AF의 길이를 바르게 구하면 **+2점**

[문제 2-2]

예시 답안

- 직선 AG를 $y=ax+1$이라 할 때, 점 B′$(b,\ 1/2)$는 이 직선에 대해 점 B$(0,\ 0)$의 대칭점이다.

$$-\frac{1}{a}=\frac{\frac{1}{2}}{b},\ b=-\frac{1}{2}a$$

$$\frac{1}{4}=a\times\frac{b}{2}+1$$

- 두 식을 연립하여 $a=-\sqrt{3}$, $b=\sqrt{3}/2$를 얻을 수 있다. 즉, B′의 좌표는 $(\sqrt{3}/2,\ 1/2)$이다.
- 직선 AG에 대해 $\mathrm{E}'(c,d)$는 $E(0,\ 1/2)$와 대칭이다.

$$-\frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{d-\frac{1}{2}}{c},\ c=d\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\frac{1}{2}+d}{2}=-\sqrt{3}\frac{c}{2}+1$$

- 두 식을 연립하여 $c=\sqrt{3}/4$, $d=3/4$를 얻을 수 있다. 즉, E′의 좌표는 $(\sqrt{3}/4,\ 3/4)$이다.
- 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{BE}'}=\left(\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{3}{4}\right)$과 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{BB}'}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$이 이루는 각을 구하면

$$\cos\left(\angle\mathrm{E'BB'}\right)=\frac{\overrightarrow{\mathrm{BE}'}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BB}'}}{\left|\overrightarrow{\mathrm{BE}'}\right|\left|\overrightarrow{\mathrm{BB}'}\right|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

- 따라서 $\angle\mathrm{E'BB'}=\frac{\pi}{6}=30°$이다.

채점 기준

- 직선 AG의 식을 바르게 구하면 **+4점**
- 점 B′의 좌표를 바르게 구하면 **+4점**
- 점 E′의 좌표를 바르게 구하면 **+4점**
- 각 E′BB′를 바르게 구하면 **+3점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

[문제 3-1]

예시 답안

- P_n과 Q_n은 y축에 대칭이므로 P_n에서의 접선과 y축과의 교점이 R_n이 된다.
- 접선의 방정식은 $\frac{n}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}(n+1)y=1$이다.
- 따라서 $b_n=\frac{1}{2n}\times\left(\frac{2}{\sqrt{3}(n+1)}-\frac{\sqrt{3}}{2(n+1)}\right)=\frac{1}{4\sqrt{3}}\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{4\sqrt{3}}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$이고

  구하는 답은 $\sum_{n=1}^{10}b_n=\frac{1}{4\sqrt{3}}\left(1-\frac{1}{11}\right)=\frac{5}{22\sqrt{3}}$이다.

채점 기준

- 접선의 방정식을 구하고 R_n을 구하면 **+3점**
- b_n을 구하면 **+4점**
- 수열의 합을 구하면 **+3점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

[문제 3-2] **예시 답안**

- $\int_0^t \left(3^n x^3 - 3^n x^2 + 9n\right) dx = \frac{3^n}{4}t^4 - 3^{n-1}t^3 + 9nt = 0$을 만족하는 $t > 0$이 있으면 된다.
- $t > 0$이므로 $g(t) = \frac{3^n}{4}t^3 - 3^{n-1}t^2 + 9n$로 놓으면 $g(t)$가 0보다 큰 근을 가지면 된다.
- $g'(t) = \frac{3^{n+1}}{4}t^2 - 2 \cdot 3^{n-1}t$이므로 $t = 0,\ \frac{8}{9}$에서 극대, 극소를 가지고
- $g\left(\frac{8}{9}\right) = 2^7 \cdot 3^{n-6} - 2^6 \cdot 3^{n-5} + 9n \le 0$이면 0보다 큰 근을 가지게 된다.
- 정리하면 $n \le 2^6 \cdot 3^{n-8}$이고 주어진 부등식을 만족시키는 최소의 자연수는 $n = 6$이다.

채점 기준

- $\frac{3^n}{4}t^4 - 3^{n-1}t^3 + 9nt = 0$을 유도하면 **+3점**
- $g(t) = \frac{3^n}{4}t^3 - 3^{n-1}t^2 + 9n$을 유도하면 **+3점**
- $g\left(\frac{8}{9}\right) \le 0$이 $g(t)$가 0보다 큰 근을 가지게 됨을 보이면 **+6점**
- $2^7 \cdot 3^{n-6} - 2^6 \cdot 3^{n-5} + 9n \le 0$을 계산하여 $n = 6$임을 보이면 **+3점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

생명과학

[문제 4-1] **예시 답안**

- 이 유전병은 미토콘드리아 DNA 내 존재하는 Q라는 유전자에 돌연변이가 생김으로 해서 생기는 유전병이다. 그런데 미토콘드리아 DNA 내 유전자는 모계유전이기 때문에 철수 집안의 경우 어머니가 유전병을 가지고 있으므로 철수의 형제자매는 모두 유전병을 가진다. 한편 영희의 아버지는 유전병을 가지지만 영희의 어머니는 유전병을 안 가지고 있기 때문에 영희의 형제자매는 유전병을 가지지 않는다.
- 철수와 영희가 결혼을 하여 자녀를 가지게 될 경우 자녀가 이 유전병을 가지기 위해서는 영희가 유전병을 가져야 한다. 하지만 영희는 정상이기 때문에 철수와 영희의 자녀는 유전병을 가지지 않는다. 따라서 철수와 영희 사이에서 태어난 아들이 유전병을 가질 확률은 0% 이다.

채점 기준

- 미토콘드리아 DNA 내 유전자가 모계 유전임을 제시하면 **+4점**
- 철수가 유전병을 가지게 된 이유를 설명하면 **+2점**
- 영희가 유전병을 가지지 않는 이유를 설명하면 **+2점**
- 철수와 영희 사이의 자녀가 유전병을 가질 확률이 0%임을 제시하면 **+2점**

[문제 4-2] **예시 답안**

- 그림 A를 보면 정상적인 기능을 가진 신장의 경우 혈장 내 포도당 농도가 300mg/100mL 이하일 경우는 사구체에서 여과되어 나온 원뇨 내의 모든 포도당이 다시 세뇨관을 둘러싸고 있는 모세혈관으로 재흡수된다.
- 하지만 혈장 내 포도당 농도가 300mg/100mL 이상이 될 경우 세뇨관을 둘러싸고 있는 모세혈관의 포도당 재흡수가 한계치에 이르게 되고 소변으로 배설되는 포도당이 발생하기 시작한다.
- 그림 B를 보면 정상인의 경우 포도당을 섭취하면 일시적으로 혈장 내 포도당 농도가 올라가지만 그 농도가 300mg/100mL을 초과하지 않고, 1시간쯤 이후에는 다시 그 농도가 내려가기 때문에 소변 내 포도당이 발견되지 않는다.
- 하지만 당뇨병 환자의 경우 포도당 섭취 30분 후부터 섭취 4시간까지 혈장 내 포도당 농도가 300mg/100mL 이상이기 때문에 그 시간 동안 소변 내 포도당이 존재하게 된다.

채점 기준

- A 그래프를 통해 혈장 포도당 농도가 300mg/100mL 시 소변으로 포도당이 배설됨을 제시하면 **+5점**
- 정상인은 포도당을 섭취해도 소변으로 포도당이 배설되지 않는다고 언급하면 **+5점**
- 당뇨병 환자는 포도당 섭취 후 30분 후부터 소변에 포도당이 배설되기 시작함을 언급하면 **+5점**
- 당뇨병 환자는 포도당 섭취 후 4시간 이후부터는 소변에 있던 포도당이 다시 없어지기 시작한다는 언급이 있으면 **+5점**

[문제 4-1]

예시 답안

- 열원 B의 온도가 가장 높고, A와 B 사이, B와 C 사이에서 동작하는 카르노 기관의 효율이 각각 e_1, e_2이므로, A, B, C의 온도를 각각 T_A, T_B, T_C라고 할 때 아래의 식이 성립한다.

$$e_1 = 1 - \frac{T_A}{T_B}, \quad e_2 = 1 - \frac{T_C}{T_B}$$

$$\frac{T_A}{T_B} = 1 - e_1, \quad \frac{T_C}{T_B} = 1 - e_2$$

- $e_1 < e_2$이므로, 위의 식에서 $T_A > T_C$임을 알 수 있다.
- 따라서 A와 C 사이에서 동작하는 카르노 기관의 효율 e를 구하면 다음과 같다.

$$e = 1 - \frac{T_C}{T_A} = 1 - \frac{T_B}{T_A} \cdot \frac{T_C}{T_B} = 1 - \frac{1-e_2}{1-e_1} = \frac{e_2 - e_1}{1-e_1}$$

채점 기준

- e_1과 e_2를 A, B, C의 온도를 이용하여 바르게 표현했으면 각각 **+2점**
- $e_1 < e_2$로부터 $T_A > T_C$임을 설명하면 **+2점**
- A와 C 사이에서 동작하는 카르노 기관의 효율을 바르게 구하면 **+4점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

[문제 4-2] 예시 답안

- 열기관의 효율은 순환 과정에서 열기관이 한 일을 흡수한 열에너지로 나눈 비율이다.
- 순환 과정 중 압력이 증가하는 정적 과정과 부피가 팽창하는 등압 과정에서 열기관이 외부로부터 열을 흡수한다. 정적 과정에서 흡수된 열에너지는 모두 내부 에너지 변화로 사용되며, 내부 에너지의 정의와 이상 기체의 상태 방정식에 의해 다음이 성립한다.

$$Q_{정적} = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}\left(P_2V_1 - P_1V_1\right) = \frac{3}{2}(P_2 - P_1)V_1$$

- 등압 과정에서 흡수된 열에너지는 내부 에너지 변화와 외부에 한 일로 사용되며 내부 에너지의 정의와 이상 기체의 상태 방정식에 의해 다음이 성립한다.

$$Q_{등압} = \frac{3}{2}nR\Delta T + P_2\left(2V_1 - V_1\right) = \frac{3}{2}\left(2P_2V_1 - P_2V_1\right) + P_2V_1 = \frac{5}{2}P_2V_1$$

- 순환 과정 중 열기관이 순수하게 한 일은 $W = P_2\left(2V_1 - V_1\right) - P_1\left(2V_1 - V_1\right) = \left(P_2 - P_1\right)V_1$이다.
- 따라서 열기관의 효율 e_0은 다음과 같다.

$$e_0 = \frac{W}{Q_{tot}} = \frac{W}{Q_{정적} + Q_{등압}} = \frac{\left(P_2 - P_1\right)V_1}{\frac{5}{2}P_2V_1 + \frac{3}{2}\left(P_2 - P_1\right)V_1} = \frac{2\left(P_2 - P_1\right)}{8P_2 - 3P_1}$$

- 한편 A와 B의 온도 사이에서 동작하는 카르노 기관의 효율을 구한 후 정리하면 다음과 같다.

$$e_{카카} = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \frac{nRT_A}{nRT_B} = 1 - \frac{P_1}{2P_2} \qquad \therefore P_1 = 2P_2\left(1 - e\quad\right)$$

- 위의 식을 이용하여 열기관의 효율 e_0를 $e_{카}$로 나타내면 다음과 같다.

$$e_0 = \frac{2\left(P_2 - P_1\right)}{8P_2 - 3P_1} = \frac{2P_2 - 4P_2\left(1 - e_{카}\right)}{8P_2 - 6P_2\left(1 - e_{카}\right)} = \frac{2e_{카} - 1}{3e_{카} + 1}$$

채점 기준

- 열기관의 효율을 계산하는 방법($e = W / Q$)을 언급하면 **+2점**
- 순환 과정 중 압력이 증가하는 정적 과정과 부피가 팽창하는 등압 과정에서 열의 흡수가 일어남을 설명하면 **+2점**
- 정적 과정에서 흡수한 열을 바르게 구하면 **+3점**
- 등압 과정에서 흡수한 열을 바르게 구하면 **+3점**
- 순환 과정에서 열기관이 순수하게 한 일을 바르게 구하면 **+3점**
- A와 B의 온도 사이에서 동작하는 카르노 기관의 효율을 바르게 구하면 **+3점**
- 열기관의 효율 e_0를 $e_{카}$로 바르게 나타내면 **+4점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

화학

[문제 4-1]

예시 답안

- AB의 화학 결합 모형에 근거하면 크기가 작은 이온의 양성자 수는 20, 전자 수는 18이므로 +2의 전하를 지닌 양이온임을 알 수 있다. 같은 방법으로, 크기가 큰 이온의 양성자 수는 8, 전자 수는 10이므로, 전하가 −2인 음이온임을 알 수 있다. 문제에서 A가 양이온이라고 했으므로, A양이온의 전하는 +2이다.
- AB의 결정 격자 구조에서 B 이온은 정육면체의 중심과 12개의 변에 위치하고 있다. 제시문 (나)에 있는 결정 격자 구조에 관한 설명으로부터 유추하면, 단위 세포의 변에 있는 입자들은 4개의 다른 단위 세포에 의해 공유되어 각 단위 세포에 1/4씩 기여하므로, 단위 세포에 포함된 B 이온의 수는 $1+ 1/4 \times 12 = 4$개이다.

채점 기준

- 화합물 AB의 화학 결합 모형을 이용하여 양성자 수와 전자 수를 찾아내어 전하를 올바로 계산하고, A가 양이온임을 이용하여 두 이온 중 크기가 작은 A양이온의 전하가 +2임을 보이면 **+5점**
- AB의 결정 격자 구조에서 B이온은 정육면체의 중심과 12개의 변에 위치하고 있다. 제시문 (나)에 있는 설명으로부터 정육면체의 12개의 변에 있는 입자들은 4개의 다른 단위 세포에 의해 공유되어 각 단위 세포에 1/4씩 기여한다는 것을 언급하고, 단위 세포에 포함된 B 이온의 수가 $1+ 1/4 \times 12 = 4$임을 보이면 **+5점**

[문제 4-2]

예시 답안

- 제시문 (다)에 의하면, 원자는 전기적 중성이므로 양성자 수와 전자 수는 같고, 원자핵 속의 양성자 수는 원자 번호이며, 양성자 수와 중성자 수의 합은 질량수이다.
- X를 구성하는 C이온과 D이온은 모두 원자 번호 18번인 아르곤(Ar)과 바닥 상태의 전자 배치가 같으므로, C이온의 전자 수 $a = 18$, D이온의 전자 수 $b - 2 = 18$이다.
- C이온의 중성자 수 $a = 18$, D이온의 중성자 수 $b = 20$이다.
- C이온의 질량수 $2a - 1 = 35$, D이온의 질량수 $2b = 40$이다.
- C이온의 양성자 수는 질량수(35) − 중성자 수(18) = 17, D이온의 양성자 수는 질량수(40) − 중성자 수(20) = 20이다.
- 이상을 표로 정리하면 다음과 같다.

	전자 수	중성자 수	질량수	양성자 수
C이온	$a = 18$	$a = 18$	$2a - 1 = 35$	17
D이온	$b - 2 = 18$	$b = 20$	$2b = 40$	20

- C이온은 양성자 수 17, 전자 수 18 이므로 −1의 전하를 지니는 C^-이고, D이온은 양성자 수 20, 전자 수 18이므로 +2의 전하를 지니는 D^{2+}이다.
- X는 C^-와 D^{2+}가 결합하여 이루어진 이온 결합 화합물이므로 화학식은 DC_2이다.
- C^-와 D^{2+}는 같은 수(18)의 전자를 지니는 이온이다. 양이온(D^{2+})의 경우 원자가 전자가 떨어져 나가면서 전자껍질의 수가 감소하여 유효 핵전하가 증가하므로 이온 반지름이 중성 원자보다 감소한다. 음이온(C^-)의 경우 중성 원자에 비해 핵전하는 같으나 전자 수가 증가하므로 전자 사이의 반발에 의해 이온 반지름이 증가한다.
- 따라서 이온 반지름은 $C^- > D^{2+}$ 이다.

채점 기준

- 이온 결합 화합물 X를 구성하는 C이온과 D이온의 전자 수, 중성자 수, 질량 수로부터 양성자를 맞게 구하면 **+8점**
  (표를 올바르게 작성해도 **8점(빈칸 각 1점)**)
- 양성자 수 17, 전자 수 18인 C이온은 −1의 전하를 지니는 C^-이고, 양성자 수 20, 전자 수 18인 D이온은 +2의 전하를 지니는 D^{2+}이므로, 이온 결합 화합물 X의 화학식이 DC_2 임을 기술하면 **+4점**
- 양이온(D^{2+})의 경우 원자가 전자가 떨어져 나가면서 전자껍질의 수가 감소하여 유효 핵전하가 증가하므로 이온 반지름이 중성 원자보다 감소한다는 설명을 하면 **+3점**
- 음이온(C^-)의 경우 중성 원자에 비해 핵전하는 같으나 전자 수가 증가하므로 이온 반지름이 증가한다는 설명을 하면 **+3점**
- 따라서 C^-가 D^{2+}보다 이온 반지름이 크다(또는 이온 반지름이 $C^- > D^{2+}$임을 부등식으로 표시)라고 올바르게 기술하면 **+2점**