

2017학년도 중앙대학교 수시모집 논술전형

- 자연계열Ⅱ 문제지 -

대학	학과(학부)	수험번호	성명

□ 답안 작성 시 유의 사항

1. 문제지는 표지를 제외하고 모두 8장으로 구성되어 있습니다.
2. 연습지가 필요할 경우 문제지의 여백을 이용하십시오.
3. 답안지의 수험번호 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하고, 답안은 흑색 필기구를 사용하여 작성하십시오. (수정액, 수정테이프는 절대 사용 금지)
4. 답안지는 한 장만 사용하십시오.
5. 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마십시오.
6. 답안은 반드시 문항별로 지정된 구역에만 작성하십시오.
(지정 구역을 벗어난 답안은 채점이 불가능합니다.)
7. [문제 4]는 생명과학, 물리, 화학 중 본인이 선택한 한 과목만 답안을 작성하십시오.
(다른 과목의 답안을 작성하면 0점 처리됩니다.)
8. 시험 종료 30분 전부터 답안지 교체 불가합니다.
9. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 가방에 넣어 바닥에 내려 놓으십시오.
시험 중 휴대폰(전자기기 포함)이 울리면 부정행위로 간주하고 즉시 퇴실조치 합니다.

※ 상기 내용을 정확히 숙지하였음을 확인합니다: 응시자 성명 _____ (서명)



CHUNG-ANG UNIVERSITY

[수학]

[문제 1] 눈으로는 무게를 구별할 수 없고 무게가 서로 다른 구슬들이 있다. 양팔저울을 사용하여 이 구슬들을 가벼운 것부터 무거운 순서대로 정렬하려고 한다. 이를 위해서 다음과 같은 방식을 고려하고 있다고 하자.

- 구슬이 2개일 때: 저울을 1회 사용하면 정렬할 수 있다.
- 구슬이 3개일 때: 임의의 구슬을 1개 선택하고, 이 구슬과 나머지 2개 구슬의 무게를 각각 저울을 1회씩 사용하여 비교한다. 임의로 선택한 구슬보다 가볍고 무거운 것이 각각 1개씩 구별될 경우 정렬할 수 있다. 그러나, 나머지 2개 구슬이 모두 더 무겁거나 모두 더 가벼운 경우 그 구슬들은 저울을 1회 더 사용하여 정렬할 수 있다.
- 구슬이 4개일 때: 임의의 구슬을 1개 선택하고, 이 구슬과 나머지 3개 구슬의 무게를 각각 저울을 1회씩 사용하여 비교한다. 그 후, 구슬이 2개 또는 3개일 때 정렬하는 방식으로 구슬을 정렬할 수 있다.

이와 같은 방식으로, n 개의 구슬들을 가벼운 것부터 정렬하기 위해 양팔저울을 사용하는 횟수를 확률변수 X_n 이라고 할 때, X_3 과 X_4 의 기댓값을 각각 구하시오. **[20점]**

[문제 2] 다음 제시문 (가)와 (나)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 좌표공간에서 두 점 $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2)$ 사이의 거리 $\overline{P_1P_2}$ 는 다음과 같다.

$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

(나) 좌표공간에서 두 점 $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2)$ 에 대하여 선분 P_1P_2 의 중점의 좌표는 다음과 같다.

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

[문제 2-1] 좌표공간의 두 점 $A(2,4,6), B(-9,1,2)$ 와 평면 $3x - 4y + 2z + 56 = 0$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값을 구하는 과정을 논리적으로 설명하시오. **[10점]**

[문제 2-2] 좌표공간의 세 점 $C(5, -2, 1), D(1, 4, 3), E(-1, 6, 3)$ 으로부터 같은 거리만큼 떨어진 점 중에서 점 $(2, -3, -13)$ 과 가장 가까운 점을 구하는 과정을 논리적으로 설명하시오. **[15점]**

[문제 3] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 의 합성함수 $g \circ f$ 는 $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ 로 정의한다.

(나) 함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 일대일 대응일 때 역함수 $f^{-1}: Y \rightarrow X$ 가 존재하고 다음과 같이 정의된다.

$$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$$

(다) 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

(라) 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $x = g(t)$ 로 놓으면 다음이 성립한다.

$$\int f(x)dx = \int f(g(t))g'(t)dt$$

[문제 3-1] 두 함수 $f(x) = e^x$, $g(x) = x + x^3 + x^5 + x^7 + x^9$ 의 합성함수 $h(x) = (f \circ g)(x)$ 가 있다. $x > 0$ 에서 정의된 곡선 $y = h^{-1}(x)$ 위의 점 $(e^5, h^{-1}(e^5))$ 에서의 접선의 방정식을 구하시오. [10점]

[문제 3-2] $F(x) = 2x + \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)dt$ 의 역함수에 대한 정적분 $\int_0^{2+\alpha} F^{-1}(x)dx$ 를 구하시오.

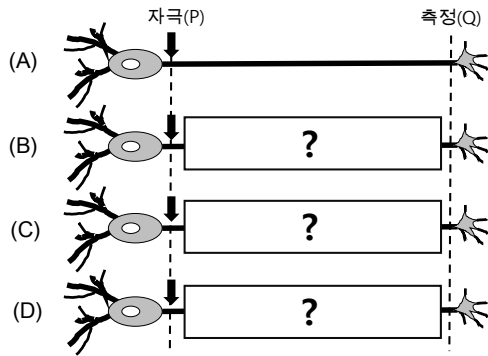
(단, $\alpha = \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)dt$ 이다.) [15점]

[생명과학]

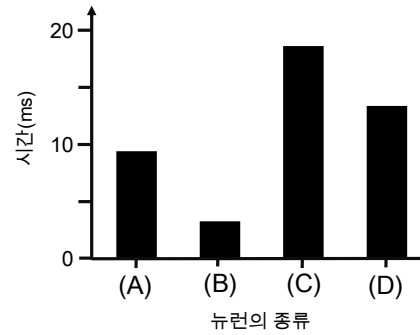
[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

- (가) 뉴런은 자극을 받아들이고 신호를 전달할 수 있도록 특수하게 분화된 세포이다. 대부분의 뉴런은 기능과 구조에 의해 신경 세포체, 가지돌기, 축삭돌기로 구분된다. 한 뉴런의 축삭돌기 말단은 다른 뉴런의 가지돌기 말단이나 신경 세포체와 직접 연결되어 있지 않고, 약 20 nm의 틈을 두고 맞닿아 있는데 이 연결 부위를 시냅스라고 한다. 축삭돌기에는 말미집이 있는 것도 있는데, 말미집은 슈반세포의 세포막이 축삭돌기를 여러 겹으로 싸고 절연체 역할을 하여 활동 전위의 전달을 촉진한다. 말미집이 없는 뉴런은 민말미집 뉴런이라 한다.
- (나) 시냅스 전 뉴런의 축삭돌기 말단에는 시냅스 소포라는 작은 주머니 속에 신경 전달 물질이 저장되어 있다. 활동 전위가 축삭돌기 말단에 도달하면 세포 외 배출 작용을 통해 시냅스 소포에서 시냅스 틈으로 신경 전달 물질이 분비된다. 분비된 신경 전달 물질은 확산을 통해 전달되므로 신경 세포의 축삭돌기에서 일어나는 전기적 전도보다 신호 전달이 지연되고, 시냅스 후 뉴런의 세포막에 있는 수용체 단백질에 결합하여 탈분극이 일어나도록 한다. 방출된 신경 전달 물질은 축삭돌기로 다시 흡수되어 시냅스 소포로 포장되거나, 시냅스 틈에서 분해되어 제거되기도 한다. 가지돌기나 신경 세포체에서는 신경 전달 물질이 분비되지 않기 때문에 신호의 전달은 신경 세포의 한쪽 방향으로만 이루어진다.
- (다) 생물이 지니는 고유한 특징을 형질이라 하고, 형질이 자손에게 전달되는 현상을 유전이라고 한다. 멘델은 유전현상에 대해 깊이 연구했는데, 완두를 교배하면서 자손에서 나타나는 표현형의 종류와 비율을 통계적으로 분석하여 유전의 기본 원리를 발견하였다. 생물에서 겉으로 드러나는 형질을 표현형이라고 하고, 표현형의 원인이 되는 유전자 구성을 기호로 나타낸 것을 유전자형이라고 한다. 일반적으로 우성 대립 유전자는 영문 대문자로, 열성 대립 유전자는 영문 소문자로 표시한다. 한 개체가 두 개의 동일 대립 유전자를 지니고 있으면 동형접합이라 하고, 서로 다른 대립 유전자를 지니면 이형접합이라고 한다.
- (라) 유전 연구를 위해서는 세대가 짧고 인위적 교배가 가능해야 하는데 사람을 대상으로 이와 같은 연구를 할 수 없기 때문에, 가계도 조사, 집단 조사, 쌍둥이 연구 등의 간접적 방법으로 주로 연구한다. 가계도 조사를 통해 특정 유전 형질을 가지고 있는 가계에서 형질이 어떻게 유전되는지 알아볼 수 있다. 혀말기, 엄지 모양, 귓볼 등은 상염색체에 존재하는 한 쌍의 대립 유전자에 의해 유전되는 형질로, 멘델의 유전 법칙에 따라 유전된다. ABO식 혈액형은 A, B, O 세 개의 대립 유전자에 의해 결정되고 이를 복대립 유전이라고 한다. 성염색체에는 성 결정과 관련된 유전자뿐만 아니라 다른 형질을 결정하는 유전자도 함께 있는데, 형질 결정 유전자가 X염색체에 있어 유전자가 발현되는 빈도가 성에 따라 달라지는 유전 현상을 반성 유전이라고 한다. 또한 여러 개의 유전자가 형질 발현에 관여하는 유전 현상을 다인자 유전이라고 한다.

[문제 4-1] <그림 1>과 같이 기능이 서로 다른 신경에 자극(P)을 주고 측정지점(Q)에서 신경의 활동 전위가 나타나는 데까지 걸린 시간을 측정하여 <그림 2>에 나타내었다. 이때 각 신경의 종류(말이집 또는 민말이집 뉴런)와 연결 상태를 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, (A)는 민말이집 뉴런이고, (B) - (D) 가운데 두 개는 각각 하나의 시냅스를 갖는다.) [10점]

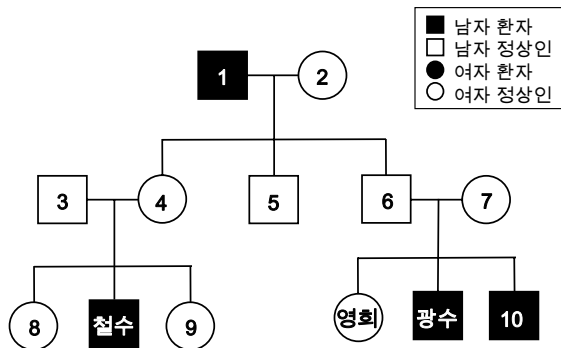


<그림 1>



<그림 2>

[문제 4-2] 신경계 질환이 있는 철수네 가족의 가계도를 <그림 3>에 표시하였다. 가계도를 보고 질환을 유발한 유전자가 있는 염색체(상염색체 또는 성염색체)를 구별하고, 철수, 영희와 같은 유전자형을 가지고 있는 남녀가 결혼하여 자녀를 출산한다면 그 자녀가 성별에 따라 신경 질환을 가질 확률을 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 설명하시오. (단, 사람 3의 상염색체 상의 모든 유전자는 동형접합이다.)



<그림 3>

		신경 전달 물질의 상대 농도	
		시냅스 전 뉴런	시냅스 틈
영희		1	5
철수	투약 전	1	5
	투약 후	1	5
광수	투약 전	20	0
	투약 후	20	0

<표 1>

또한, 의료진이 발병 원인을 정확히 찾기 위해 다양한 연구를 수행한 결과, 수용체 유전자 또는 신경 전달 물질의 분비 기능을 담당하고 있는 유전자의 돌연변이에 의해 질환이 발생한다는 것을 밝혀냈다. 이를 치료하기 위해서 기존에 개발된 치료제를 철수와 광수에게 투여한 결과 철수만 신경 기능이 회복되었고, 이때 치료제에 대한 신경 전달 물질 분비의 변화를 측정된 결과는 <표 1>에 정리하였다. <표 1>과 제시문 (나)에 근거하여 철수와 광수의 신경 세포 기능의 차이를 설명하고, 치료제가 철수에게만 작용한 이유를 논리적으로 설명하시오. [20점]

- 끝 -

[물리]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (다)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 파동이 반사될 때, 입사각과 반사각은 항상 같다. 여기서 입사각은 입사파의 진행 방향과 두 매질의 경계면에 수직인 법선이 이루는 각이며, 반사각은 반사파의 진행 방향과 법선이 이루는 각을 말한다. 이때, 입사파, 법선, 반사파는 항상 같은 평면 상에 있다.

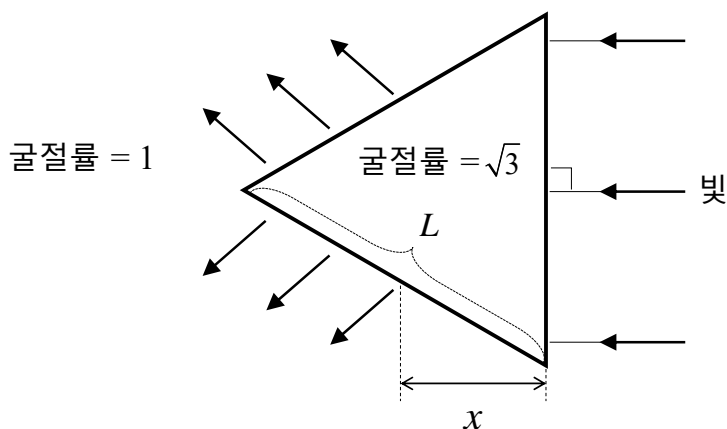
(나) 빛이 공기에서 물로 들어가면 빛의 속력은 느려진다. 그러나 빛의 진동수는 빛 자체의 특성에만 관련되므로 공기에서나 물에서나 같다. 빛의 속력 v 는 $v = \lambda f$ (λ : 파장, f : 진동수)이므로, 물속에서의 빛은 파장이 짧아져서 속력이 느려지게 된다. 빛이 매질 1(굴절률 = n_1)에서 매질 2(굴절률 = n_2)로 진행할 때 빛의 입사각 θ_1 과 굴절각 θ_2 사이에는 다음의 관계가 성립하며, 이 관계를 굴절의 법칙 또는 스넬 법칙이라고 한다.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

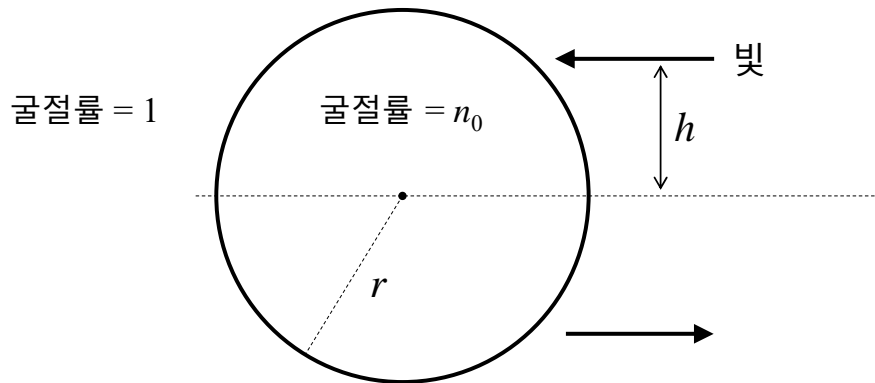
(다) 빛이 굴절률이 큰 매질(굴절률 = n_1)에서 작은 매질(굴절률 = n_2)로 진행할 때, 특정한 입사각에서 굴절각이 90° 가 된다. 이 때의 입사각을 임계각이라고 한다. 전반사 현상은 빛이 임계각보다 큰 각도로 입사할 때 발생한다. 임계각 θ_c 는 두 매질의 굴절률에 의하여 결정되는데, 그 값은 다음과 같다.

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

[문제 4-1] 굴절률이 $\sqrt{3}$ 이고 한 변의 길이가 L 인 정삼각형 프리즘이 있다. 아래 그림과 같이 굴절률이 1인 공기 중에 이 프리즘을 놓고 프리즘의 한 면과 수직인 방향으로 면 전체에 넓게 빛을 입사시키면, 프리즘 내부의 전반사로 인해 입사면에서 거리 x 만큼 떨어진 지점부터 빛이 외부로 빠져 나오게 된다. 위 제시문에 근거하여 x 를 구하는 과정을 논리적으로 설명하시오. (단, 빛의 입사, 반사 및 굴절은 모두 같은 평면에서 일어난다.) [10점]



[문제 4-2] 굴절률이 n_0 이고 반지름이 r 인 유리 구슬이 굴절률이 1인 공기 중에 놓여 있다. 아래 그림과 같이 유리 구슬의 중심에서 h 만큼 떨어진 지점으로 빛을 입사시키면 굴절과 반사 등을 통해 입사된 방향과 나란한 방향으로 빛이 되돌아 온다. 제시문에 근거하여 h 를 구하는 과정을 논리적으로 설명하시오. (단, $1 < n_0 < 2$ 이고, 빛의 입사, 반사 및 굴절은 모두 같은 평면에서 일어나며, 입사된 빛의 폭은 무시할 만큼 작고, 빛이 유리 구슬 내부에서 1회 반사되는 경우만 고려한다.) [20점]



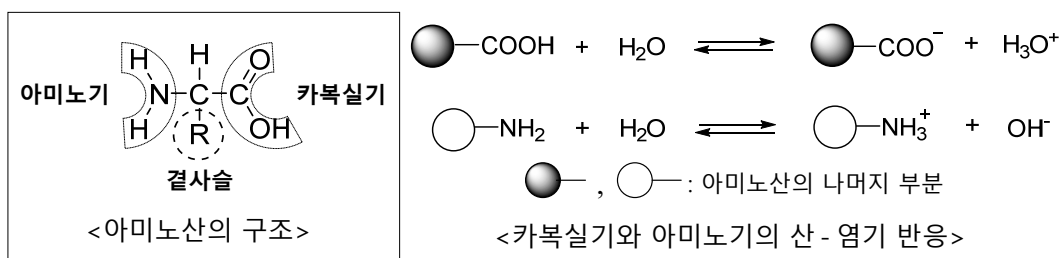
- 끝 -

[화학]

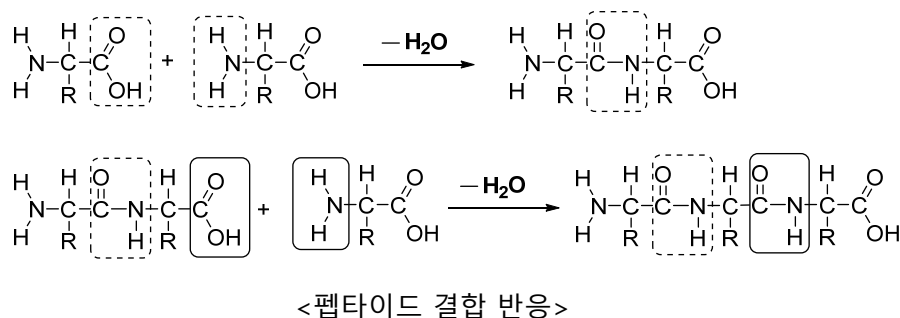
[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 분자가 아보가드로수만큼 모인 집단을 그 분자의 1몰이라고 한다. 분자량은 분자를 이루는 원자들의 원자량을 합한 값이고, 몰 질량은 분자량에 g(그램)을 붙인 값과 같다. 분자와 같은 화합물의 전체 질량 중 화합물을 구성하는 각 원소가 차지하는 질량을 그 원자량으로 나누어 주면 조성비를 구할 수 있다. 구성 원소의 원자 개수의 비율을 가장 간단한 정수비로 나타낸 식을 실험식이라고 하며, 분자식은 실험식의 정수배로 나타낼 수 있다. 탄소(C), 수소(H), 질소(N), 산소(O)의 원자량은 각각 12, 1, 14, 16이다.

(나) 탄소 원자가 기본 골격을 이루고 여기에 수소, 산소, 질소 등의 여러 가지 원자가 결합한 화합물을 탄소 화합물이라고 한다. 탄소 화합물의 한 종류인 아미노산은 다음 그림과 같이 중심 탄소에 아미노기(-NH₂), 카복실기(-COOH), 곁사슬(-R)을 가지고 있다. 아래의 산-염기 반응식과 같이 수용액에서 아미노산의 카복실기는 브뢴스테드 - 로우리 산으로 작용할 수 있고, 아미노기는 브뢴스테드 - 로우리 염기로 작용할 수 있다.

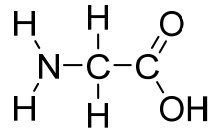


(다) 아미노산 사이의 펩타이드 결합을 통해 생명 활동에 중요한 성분인 단백질을 합성할 수 있다. 펩타이드 결합은 아미노산의 종류에 관계없이 같은 방식으로 이루어지는데, 다음 그림과 같이 하나의 아미노산의 카복실기와 다른 아미노산의 아미노기 사이에서 물 분자가 빠지면서 두 아미노산이 결합된다. 이 반응이 연속적으로 일어나 여러 개의 아미노산이 결합된 것을 폴리펩타이드라고 하며, 폴리펩타이드의 사슬이 길어지면 단백질이 된다.



(라) 화학 반응에서 정반응과 역반응이 평형 상태에 있을 때 농도, 압력, 온도 등을 변화시키면 그 변화를 감소시키는 방향으로 평형이 이동하여 새로운 평형에 도달하며, 이 법칙을 평형 이동 법칙(르샤틀리에 원리)이라고 한다.

[문제 4-1] 다음은 가장 간단한 아미노산인 글라이신의 구조이다. 제시문 (나)와 (라)에 근거하여 중성 수용액에서의 글라이신의 구조와 여기에 KOH 용액을 첨가한 후의 구조를 각각 제시하고, 그 구조 변화의 이유를 평형 이동 법칙을 이용하여 논리적으로 설명하시오. **[10점]**



글라이신

[문제 4-2] 실험식과 분자식이 같은 어떤 아미노산 A에서 각 원소의 질량비가 C : H : N : O = 36 : 7 : 14 : 32 일 때, 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 아미노산 A의 분자식을 구하고 구조를 나타내시오. 제시문 (다)에 주어진 아미노산의 화학 반응을 이용하여 7개의 아미노산으로 구성된 폴리펩타이드를 형성하였는데 그 폴리펩타이드는 아미노산 A와 [문제 4-1]의 글라이신으로만 구성되었다. 이 폴리펩타이드의 몰 질량이 487 g/mol이면, 글라이신과 아미노산 A의 조성비는 얼마인가? **[20점]**

- 끝 -