2016 학년도 수시 논술 해설

자연계열 II

1. 평가 목표와 출제 의도

문제 1 | 수학 주어진 상황을 이해하고 특정 사건에 대한 확률을 구하는 문제이다. 상황을 체계적으로 정리할 수 있어야 하며 관련된 확률을 곱셈정리로써 구할 수 있어야 한다. 실제 계산은 간단하며 주어진 상황을 이해하여 확률과 관련시키는 능력을 평가하고자 한다. 본 문제는 확률에 대한 기본 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 하 정도로 볼 수 있다.

문제 2 | 수학 접선은 곡선을 근사하는 특성 때문에 수학적 문제를 해결하는 과정에서 문제를 명확히 이해하고 합리적인 해결 계획을 세워 실행하며, 반성을 통하여 풀이 과정을 점검하고 다양하게 활용하는 능력을 기르도록 한다.
[문제 2-1]에서는 곡선 밖의 점에서 그은 접선과 벡터의 내적에 대한 이해를 통하여 기하적인 직관과 그래프에 대한 이해 능력을 측정하고자 하였다. 주어진 조건에서 정확한 접점의 좌표를 구하고 내적을 성분으로 구하는 공식을 이용하여 두 접선의 내적을 정확하게 계산해야 한다. p를 변수로 보고 계산된 내적의 최솟값을 이차 방정식의 최대, 최소를 이용하여 구하면 된다. 많은 학생들이 어렵지 않게 해답을 구할 것으로 기대된다. **[문제 2-2]**에서는 곡선 중에서 가장 기본적인 원과 그 접선을 이해하고 내적과의 관련성을 파악할 수 있는 능력을 측정하고자 하였다. 내적을 벡터의 길이와 그 사잇각의 코사인을 사용하여 계산하는 것을 선택하면 계산을 줄일 수 있다. 코사인 계산에 배각 공식을 사용한다. 그렇게 해서 구한 r의 분수 방정식의 부등식을 풀어내서 기하적으로 해석하면 정답을 얻을 수 있다. 중상 정도의 난이도을 가진 문제이다.

문제 3 | 수학 도형의 회전변환과 닮음변환은 일차변환 중 가장 기본이 되는 변환으로 평면에서 2 x 2 행렬로 표현된다. 이의 합성을 통한 변환은 기하적인 모양과 관련이 있으며 이를 실제로 상상할 수 있는 과학적 추상 능력과 직관을 판단하고자 하였다.
[문제 3-1]에서는 닮음변환을 통해 넓이는 길이의 제곱비로 확대되며 회전변환은 넓이를 변화하지 않는다는 것에 착안하면 간단한 계산을 통해 문제를 해결할 수 있고 이러한 직관적 능력을 특정하고자 하였다. 마지막 수열의 합을 구할 때 항들의 앞, 뒤가 서로 상쇄되어 무한급수의 값을 구할 수 있도록 조정하였다. 중간 정도의 난이도가 있는 문제이다.
[문제 3-2]에서는 닮음변환과 회전변환은 행렬로 표현하였을 때 닮음변환이 단위행렬의 상수배이므로 두 행렬의 곱의 순서를 바꿀 수 있고 이를 이용하면 회전변환과 닮음변환의 곱 중 회전변환 부분은 등비급수의 합으로 표현할 수 있고 닮음

변환 부분은 n배 확대를 표현함을 알아내야 한다. 이는 여러 번의 닮음변환과 회전변환이 실제 순서와 관련이 없다는 기하적인 직관에 바탕을 둔 것으로 본 문항을 통해 이러한 직관적인 사고 능력을 판단하고자 하였다. 무한 등비급수 합을 구하고 이를 기하적으로 해석하여 주어진 극한값을 구하여야 한다.

문제 4 – 1 | 생명과학 멘델의 법칙은 유전의 기본 원리 중 하나로 사람의 형질 유전을 이해하는 데 매우 중요한 개념이다. 사람의 Rh식 혈액형은 제시문 (가)에 주어진 바와 같이 한 쌍의 유전자에 의해 형질이 결정되는 단일 인자 유전의 대표적인 예이다. 단일 인자 유전은 가계도 분석을 통해 각 형질의 우성, 열성 여부를 쉽게 확인할 수 있다. [문제 4–1]은 Rh식 혈액형에 대한 간단한 가계도를 제시하고, 이를 분석하여 Rh식 혈액형이 상염색체 단일 인자 유전이고, Rh^{+}형이 우성, Rh^{-}형이 열성임을 파악하도록 한 문제이다. 이때, 6번 남자의 유전자형이 Rr이 되고, 따라서 태어날 아이의 유전자형은 Rr : rr의 비율이 1 : 1이 됨을 계산해 낼 수 있어야 한다. 또한, 아이의 유전자형 및 혈액형을 파악한 후, 제시문 (나)에 주어진 항원–항체 반응을 통한 혈액의 응고에 대한 내용을 올바로 이해하여, 이를 수혈 관계에 적용하는 능력을 평가하고자 하였다. Rh^{+}형인 사람은 응집원을 가지고 있고, Rh^{-} 형인 사람은 응집원에 대한 응집소를 만들어, 혈액이 응고하게 되는 기본 원리를 올바로 이해하고 있는지 파악하고자 하였다. 생명과학 I에서 중요하게 다루는 유전과 면역에 대한 가장 기본적인 원리를 논리적으로 설명하는 통합적 사고력을 측정하는 문제이다.

문제 4 – 2 | 생명과학 면역 반응은 T 림프구에 의한 세포성 면역과 B 림프구에 의한 체액성 면역으로 크게 나눌 수 있으며 각 면역 작용에 관여하는 특이한 면역세포 간의 조절된 상호작용은 병원체의 침입으로부터 우리 몸을 보호해 주는 것 뿐만 아니라, 면역 세포의 활성기술 개발은 암과 같은 중대한 질병을 극복할 수 있는 치료제 개발을 위한 좋은 재료가 된다. [문제 4–2]는 주어진 실험 결과를 올바로 해석하여, 체액성 면역과 세포성 면역의 특징과 이를 조절하는 면역 세포의 상호작용을 주어진 제시문의 내용과 통합하여 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

문제 4 | 물리 등가속도 직선 운동, 힘, 일, 전기장과 전기력은 물리 현상을 이해하고 적용하는 데 필요한 기본 개념으로서 고교 물리 교과과정에서 중요하게 다루어지고 있다. 본 문항에서는 전기장이 전하량이 0이 아닌 물체에 미치는 힘을 물체의 운동에 적용하며 변위와 시간의 관계를 분석하고 이해하는 능력을 측정하는 문제를 출제하였다. [문제 4–1]에서는 변위와 시간의 관계로부터 가속도를 구하고 운동의 법칙으로부터 가속도와 힘을 연결시키며 이 힘과 전기장의 관계로부터 전기장의 크기를 구하고, [문제 4–2]에서는 변위와 시간의 관계로부터 시간 0에서 속도가 주어진 물체가 [문제 4–1]의 전기장에 있을 때 특정한 시간 구간에 전기장이 물체에 한 일의 양을 구하는 과정을 논리적으로 설명하는 문제이다. 균일한 전기장이라는 물리적 상황과 변위와 시간의 관계라는 자료를 분석하고 제시문의 내용을 이해하여 응용하는 능력을 평가하는 중상 정도 난이도의 문제이다.

문제 4 | 화학 고등학교 화학 I 교과과정은 화학의 기본적인 언어를 습득하는 것에 주목적을 두고 있다. 이러한 화학의 기본적인 개념 중에서 화학식은 화학의 필수적인 기본 언어이다. 본 논술 고사에서는 화학 반응, 원소, 반응식, 양적 관계, 탄화수소의 구조식, 실험식, 분자식, 산화 환원 과정 등 중요한 개념들에 관한 이해도를 평가한다.

탄화수소는 자연계를 구성하고 있는 물질 중에서 가장 많이 발견되는 화합물로, 탄화수소를 이루고 있는 화학결합의 종류와 구조에 따라 분류될 수 있다. 다양한 탄화수소를 분류할 수 있는 기준은 탄소 혹은 수소 원자의 개수비로 나타나는 실험식, 탄소 원자 사이의 결합의 종류, 탄소 원자의 구조로 나누어 볼 수 있다. [문제 4-1]에서는 이러한 분류 기준들을 정확히 이해하고 분류된 탄화수소들의 구조와 결합의 종류를 결정하여야 한다. 제시문에서 제공하는 탄소 원자 사이의 결합 수, 구성 원자의 공간상에서의 배치 등에 따라 탄화수소를 분류할 수 있고, 실험식, 분자식, 구조식 등의 개념을 숙지하여 탄화수소의 화학식과 관계를 이해하여 문제에서 제시하는 모든 조건을 만족하는 탄화수소 화합물의 구조식을 정확하게 찾아내고 실험식에 따라 분류할 수 있는 능력을 평가한다.

[문제 4-2]에서는 제시문에 있는 철광석으로부터 철을 제련하는 과정에 대한 설명을 숙지하여 산화와 환원이 되는 화학종 및 반응을 정확히 이해하고, 밀도, 부피, 질량, 몰 사이의 화학 양적 상호관계를 정확하게 이해하는지를 평가한다.

2. 제시문 출전과 해설

- **[문제 1: 수학]** 제시문: 적분과 통계 III-2 조건부 확률((주)교학사, 김수환 외 13 인, 116-126쪽)
- **[문제 2, 3: 수학]** 제시문 (가)~(다): 기하와 벡터, 일차변환과 행렬, 회전변환, 닮음변환(동아출판, 우정호 외, 12쪽, 24-25쪽)
  수학 I, 수열의 극한(좋은책 신사고, 황선욱 외, 180-182쪽)
  EBS 수능특강 수학 I A형 88쪽의 여러 가지 수열과 120쪽의 무한등 비급수 합
- **[문제 3: 생명과학]** 제시문 (가): 생명과학 I, 단원 2 세포와 생명의 연속성(상상아카데미, 이길재 외, 88쪽)
  제시문 (나): 생명과학 I, 단원 3 항상성과 건강(상상아카데미, 이길재 외, 177쪽)
  생명과학 I, 단원 3, 항상성과 건강(교학사, 박희송 외, 190쪽)
  제시문 (다): 생명과학 I, 단원 3 방어 작용(비상교육, 심규철 외, 192쪽)
  제시문 (라): 생명과학 I, 단원 3 방어 작용((주) 상상아카데미, 이길재 외, 175쪽)
- **[문제 4: 물리]** 제시문 (가): 고등학교 물리 I, 단원 2 물질과 전자기장(교학사, 112쪽)
  제시문 (나): 고등학교 물리 I, 단원 2 물질과 전자기장(천재교육, 96쪽)
  제시문 (다): 고등학교 물리 I, 단원 1 시공간과 우주(천재교육, 31쪽)
  제시문 (라): 고등학교 물리 I, 단원 1 시공간과 우주(천재교육, 41쪽)
- **[문제 4: 화학]** 제시문 (가): 화학 I, 단원 3 아름다운 분자세계(상상아카데미, 153-155쪽);
  화학 I, 단원 3 아름다운 분자세계(EBS 탐스런 화학, 189-190쪽).
  제시문 (나): 화학 I, 단원 1 화학의 언어(비상교육, 34-35쪽)
  화학 I, 단원 3 아름다운 분자 세계(비상교육, 169-171쪽),
  화학 I, 단원 3 아름다운 분자세계(교학사, 176-178쪽).
  제시문 (다): 화학 I, 단원 4 닮은꼴 화학 반응((주) 교학사, 206-209쪽);
  EBS 화학 I, 단원 4 닮은꼴 화학 반응(한국교육방송공사, 208-210쪽).

3. 예시 답안 / 채점 기준

문제 1 예시 답안

10월 말에 4백만 원을 가지고 있는 A씨는 11월 초에 2백만 원의 연금을 받아 6백만 원을 가지게 된다. A씨는 11월 말에 지출 및 기부 후 4가지 경우(①4백만, ②4백만, ③3백만, ④2백만)가 가능하다.

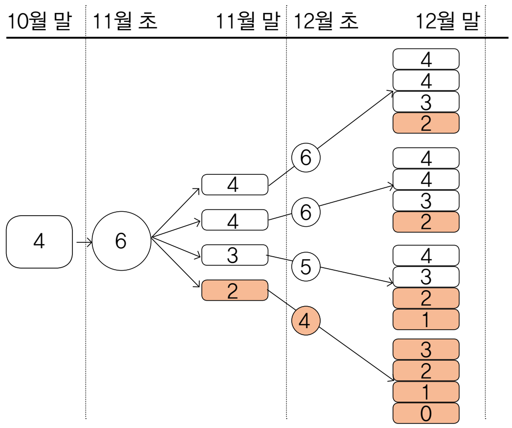
(1)의 경우(11월 말) 잔액이 ④2백만 원 이하일 확률은 1/4이다.

(1)의 ① 또는 ②의 경우인 4백만 원일 경우, 12월 초에 연금을 받은 후 6백만 원이 되므로12월 말에 잔액이 2백만 원 이하일 확률은 각각 1/4이다.

③의 경우인 3백만 원일 경우, 12월 초에 연금을 받은 후 5백만 원이 되며 12월 말에 지출 후 4가지 경우 (4백만, 3백만, 2백만, 1백만) 중에서, 잔액이 2백만 원 이하일 확률은 1/2이다.

이상에서, 구하고자 하는 확률은 p라고 할 때, p = 1/4 + (1/4*1/4) *2 + 1/4*1/2 = 1/2

참고로 그림으로 표현하면 아래와 같다.



문제 1 채점 기준

1. 문제의 기본적인 상황들을 잘 이해하고 있는 경우 : **+5점**
   A. 예: 월말 4백만 원을 초과하면 즉시 기부하는 상황 파악
   B. 예: 한 번이라도 2백만 원 이하로 떨어지는 상황 파악
2. 11월 동안의 상황을 정확하게 파악하고 있는 경우 : **+5점**
3. 12월 동안의 상황을 정확하게 파악하고 있는 경우 : **+5점**
4. 종합적으로 확률의 곱셈정리를 이용하여 구하고자 하는 확률을 정확하게 계산한 경우 : **+5점**
   A. 확률의 곱셈정리: P(A∩B)=P(A)P(B)
   B. 11월과 12월의 상황의 확률은 서로 독립이므로, 곱셈정리를 사용

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능

문제 2 – 1 예시 답안

점 P(0, p) (p>0)에서 포물선 $y=-(x-a)^2$에 그은 접선의 접점을 (x_1, y_1) 이라 하자.

제시문 (가)에 의하여 접선의 방정식은 $y+(x_1-a)^2=-2(x_1-a)(x-x_1)$이고, 점 (0, p)를 대입하면, $x_1^2=a^2+p$를 얻는다. 따라서, 점 A($\sqrt{a^2+p}$, $-(a-\sqrt{a^2+p})^2$), B($-\sqrt{a^2+p}$, $-(a+\sqrt{a^2+p})^2$)를 얻는다.

따라서, $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=-(a^2+p)+p^2+(4a^2+2p)p+p^2=(4p-1)a^2+4p^2-p$

$a=0$을 대입하면, $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=4p^2-p$ 이다. 이를 $g(p)$라 두면,

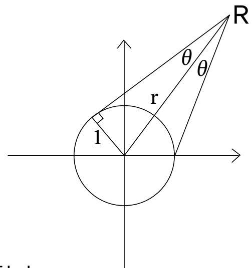
$g'(p)=8p-1$이므로, $g(p)$의 최솟값은 $p=\frac{1}{8}$ 일 때, $g(\frac{1}{8})=-\frac{1}{16}$ 이다.

문제 2 – 1 채점 기준

1. A, B를 구하면 : **+4점**
2. $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB} = 4p^2 - p$ 를 정확히 구하면 : **+3점**
3. $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 의 최솟값 $-\frac{1}{16}$ 을 구하면 : **+3점**

문제 2 – 2 예시 답안

오른쪽 그림과 같이 점 R로부터 원점까지의 거리를 r이라 하자.



$\overrightarrow{RE}\cdot\overrightarrow{RF} = |\overrightarrow{RE}||\overrightarrow{RF}|\cos\theta$ 이므로,

$\overrightarrow{RE}\cdot\overrightarrow{RF} = (r^2-1)\cos2\theta$ 이다.

$\cos2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 2\left(1-\frac{1}{r^2}\right) - 1 = \frac{r^2-2}{r^2}$ 이므로,

주어진 영역은 $0 \le \frac{(r^2-1)(r^2-2)}{r^2} \le 1$ 이므로

$r^4 - 3r^2 + 2 \ge 0$ 이며, $r^4 - 4r^2 + 2 \le 0$ 을 만족한다. 또한, 원 밖에 위치하므로, $r^2 \ge 1$을 만족한다.

이 부등식을 풀면, $2 \le r^2 \le 2+\sqrt{2}$를 만족한다. 따라서, 큰 원의 넓이에서 작은 원의 넓이를 뺀 $\sqrt{2}\pi$가 점 R이 움직이는 도형의 넓이가 된다.

문제 2 – 2 채점 기준

1. $\overrightarrow{RE}\cdot\overrightarrow{RF} = (r^2-1)\cos2\theta$라고 놓으면 : **+2점**
2. $\overrightarrow{RE}\cdot\overrightarrow{RF} = \frac{(r^2-1)(r^2-2)}{r^2}$ 를 얻으면 : **+4점**
3. 부등식을 풀어서 $2 \le r^2 \le 2+\sqrt{2}$ 를 얻으면 : **+2점**
4. $\sqrt{2}\pi$ 라는 답을 얻으면 : **+2점**

[별해] R의 좌표를 편의상 (α, β)라 하자. 원 위의 점(x_1, y_1) 에서 접선의 방정식은 $x_1x + y_1y = 1$이므로 $\alpha x_1 + \beta y_1 = 1$ 을 만족한다. $y_1 = \pm\sqrt{1-x^2}$ 을 대입하면,
$(\alpha^2+\beta^2)x_1^2 - 2\alpha x_1 + 1 - \beta^2 = 0$이 성립한다. 근의 공식에 대입하면, $x_1 = \frac{\alpha \pm \beta\sqrt{\beta^2+\alpha^2-1}}{\alpha^2+\beta^2}$ 를 얻는다.
따라서 두 점의 좌표는

$$E\left(\frac{\alpha+\beta\sqrt{\beta^2+\alpha^2-1}}{\alpha^2+\beta^2},\ \frac{1}{\beta}-\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\alpha+\beta\sqrt{\beta^2+\alpha^2-1}}{\alpha^2+\beta^2}\right)$$

$$F\left(\frac{\alpha-\beta\sqrt{\beta^2+\alpha^2-1}}{\alpha^2+\beta^2},\ \frac{1}{\beta}-\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\alpha-\beta\sqrt{\beta^2+\alpha^2-1}}{\alpha^2+\beta^2}\right)$$

따라서,

$$\overrightarrow{RE} = \left(\frac{\alpha+\beta\sqrt{\beta^2+\alpha^2-1}}{\alpha^2+\beta^2}-\alpha,\ \frac{1}{\beta}-\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\alpha+\beta\sqrt{\beta^2+\alpha^2-1}}{\alpha^2+\beta^2}-\beta\right)$$

$$\overrightarrow{RF} = \left(\frac{\alpha-\beta\sqrt{\beta^2+\alpha^2-1}}{\alpha^2+\beta^2}-\alpha,\ \frac{1}{\beta}-\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{\alpha-\beta\sqrt{\beta^2+\alpha^2-1}}{\alpha^2+\beta^2}-\beta\right)$$

$$\overrightarrow{RE}\cdot\overrightarrow{RF} = \left(-\alpha+\frac{\alpha}{\alpha^2+\beta^2}\right)^2 - \frac{\beta^2(\alpha^2+\beta^2-1)}{(\alpha^2+\beta^2)^2} + \left(\frac{1-\beta^2}{\beta}-\frac{\alpha^2}{\beta(\alpha^2+\beta^2)}\right)^2 - \frac{\alpha^2(\alpha^2+\beta^2-1)}{(\alpha^2+\beta^2)^2}$$

정리하면, $\overrightarrow{RE} \cdot \overrightarrow{RF} = \dfrac{(\alpha^2+\beta^2-1)(\alpha^2+\beta^2-2)}{\alpha^2+\beta^2}$ 을 얻는다.

따라서, (α, β)는 $0 \le \dfrac{(\alpha^2+\beta^2-1)(\alpha^2+\beta^2-2)}{\alpha^2+\beta^2} \le 1$를 만족하고, 이 부등식을 풀면, 반지름 r 이
$2 \le r^2 \le 2+\sqrt{2}$ 를 만족한다. 따라서, 큰 원의 넓이에서 작은 원의 넓이를 뺀 $\sqrt{2}\pi$ 가 점 R이 움직이는 도형의 넓이가 된다.

[별해 채점 기준]

1. $x_1 = \dfrac{\alpha \pm \beta\sqrt{\beta^2+\alpha^2-1}}{\alpha^2+\beta^2}$ 혹은 y_1 을 얻으면 : **+2점**
2. $\overrightarrow{RE} \cdot \overrightarrow{RF} = \dfrac{(\alpha^2+\beta^2-1)(\alpha^2+\beta^2-2)}{\alpha^2+\beta^2}$ 라고 얻으면 : **+4점**
3. $2 \le r^2 \le 2+\sqrt{2}$ 를 얻으면 : **+2점**
4. $\sqrt{2}\pi$ 라는 답을 얻으면 : **+2점**

문제 3 – 1 예시 답안

넓이는 회전변환에 대하여 변하지 않으므로 $D_n = \left(\dfrac{n}{(n-1)}\right)^2 D_{(n-1)}$ 인 점화식을 만족한다.

따라서 $D_n = \left(\dfrac{n}{n-1}\right)^2\left(\dfrac{n-1}{n-2}\right)^2 .. \left(\dfrac{2}{1}\right)^2 D_1 = n^2$, $D_n = 3n^2$ 이다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{D_n}{n^3(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+1)} = 3\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{(n+1)}\right) = 3 \text{ 이다.}$$

문제 3 – 1 채점 기준

1. 점화식 유도 $D_n = \left(\dfrac{n}{n-1}\right)^2 D_{(n-1)}$: **+4점**
2. $D_n = n^2 D_1$ 추론: **+2점**
3. $D_1 = 3$ 구하는 것: **+2점**
4. $3\sum_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}\right) = 3$ 구하는 것 : **+2점**

문제 3 – 2 예시 답안

회전변환을 $R(\theta)$로 닮음변환을 $S(k)$로 표기하면, 교환 가능하다. 즉, $R(\theta)S(k) = S(k)R(\theta)$이다. 따라서

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = S\left(\frac{n}{(n-1)}\right) ...S\left(\frac{2}{1}\right) R\left(\frac{\pi}{2^{n-1}}\right) ... R\left(\frac{\pi}{2}\right)\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = S(n)R\left(\frac{\pi}{2^{n-1}} + .. + \frac{\pi}{2}\right)\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

등비수열 합을 구하면 $\dfrac{\pi}{2} + .. + \dfrac{\pi}{2^n} + .. = \pi$ 이므로 $n \to \infty$이면 $\dfrac{1}{n}\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \to R(\pi)\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_1 \\ -b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ 이다.

따라서 $\lim_{n\to\infty} \dfrac{a_n + b_n}{(n+1)} = \lim_{n\to\infty} \dfrac{a_n + b_n}{n} \dfrac{n}{n+1} = -3$이 된다.

문제 3 – 2 채점 기준

회전변환과 닮음변환은 교환가능 말하면 : **5점**(명확하게 서술하지 않고 그냥 교환하면 –2점)

$S\left(\frac{n}{(n-1)}\right)...S\left(\frac{2}{1}\right) = S(n)$: **5점**(점화식 순서를 잘못 생각하여 n+1로 쓰면 –2점)

$R\left(\frac{\pi}{2^{n-1}}\right)...R\left(\frac{\pi}{2}\right) = R\left(\frac{\pi}{2^{n-1}} + .. + \frac{\pi}{2}\right)$: **5점**(잘못 생각하여 $\frac{\pi}{2^n} +.. + \frac{\pi}{2}$로 쓰면 –2점)

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n + b_n}{n+1} = -3$: **5점**(계산실수는 –2점)

문제 4 – 1 | 생명과학 **예시 답안**

8번 남성이 Rh^-형이므로 가계도를 분석을 통해 Rh^-형 혈액형이 상염색체 열성으로 유전되는 것을 알 수 있고, 따라서 6번 남성의 유전자형은 이형접합 (Rr)이 된다. 7번 여성의 유전자형은 rr이므로, 6번 남성과 7번 여성 사이에서 태어날 아이의 유전자형은 Rr : rr을 1:1의 비율로 가지게 되어, 태어날 아이로부터 2번 여성이 수혈을 받을 수 있는 경우 즉, Rh^-형이 될 확률은 1/2(50%)이 된다.

2번 여성이 태어날 아이에게 수혈을 받을 수 없는 경우는, 아이의 혈액형이 Rh^+형인 경우로, 이 아이에게 수혈을 받게 될 경우 아이의 적혈구에 있는 Rh 응집원과 2번 여성의 혈청에서 만들어지는 응집소 사이에 항원–항체 반응이 일어나 혈액이 응집하게 되므로 수혈을 받을 수 없다.

문제 4 – 1 | 생명과학 **채점 기준**

1. 6번 남성이 이형접합(혹은 Rr)이라는 설명이 있으면 : **+2점**
2. 수혈할 수 없는 확률이 1/2임을 설명하면 : **+3점**
3. Rh^+형의 응집원, Rh^-형의 응집소 관련 내용을 정확히 설명하면 : **+3점**
4. 항원–항체 반응을 통한 혈액 응집을 설명하면 : **+2점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ± 0.5점 추가 점수 부여 가능

문제 4 – 2 | 생명과학 **예시 답안**

생쥐 A는 바이러스 X를 주사한 후 항체 생성이 다른 생쥐들에 비해서 월등히 높아진다. 이는 제시문 (라)에 근거하여 생쥐에서 분리한 면역 세포 중 종양 바이러스 X에 대한 항체를 만들 때 활성된 기억 B 림프구(기억세포)를 주입했기 때문에 생기는 현상이다.

생쥐 B와 C중 하나는 혈청, 다른 하나는 어떤 면역세포를 주입한 것인데 둘 다 바이러스 X에 대한 항체가 생성되는 정도가 비슷하므로 이는 주입한 면역세포가 항체 생성에 영향을 미치지 않는 면역세포임을 알 수 있다. 즉, 도움 T 림프구는 아니다.

생쥐 C에서 주사함과 동시에 혈중항체 농도가 생쥐 B에 비해 높기 때문에 생쥐 C는 항체가 포함되어 있는 혈청을 주사했고, 생쥐 B는 따라서 독성 T 림프구가 주사된 것이다.

제시문 (다)에 근거하여 독성 T 림프구는 바이러스에 감염된 세포를 직접 공격하여 파괴하는 특성이 있다고 했으므로 바이러스 X에 감염되어 생성된 종양 세포는 이에 대한 독성 T 림프구가 주사된 생쥐 B에서 암세포의 생장이 가장 효과적으로 저해된다.

문제 4 – 2 | 생명과학 **채점 기준**

1. 생쥐 A가 바이러스 X를 주사한 후 급격히 혈중 항체 농도가 올라갔다는 문장이 있으면 : **+2점**
2. 생쥐 A는 기억 B 림프구(기억세포)가 주사된 것이다는 문장이 있으면 : **+3점**
3. 생쥐 C는 실험 I에서 분리한 물질을 주사함과 동시에 혈중 항체 농도가 올라갔다는 것을 알아내면 : **+2점**

4. 생쥐 C는 혈청을 주사했다는 문장이 있으면 : **+3점**

5. 생쥐 B와 생쥐 C의 항체 생성량을 비교해서 생쥐 B에 주사된 면역 세포는 도움 T 림프구가 아니다는 개념이 들어 있으면 : **+3점**

6. 생쥐 B는 독성 T 림프구가 주사된 것이다는 문장이 있으면 : **+2점**

7. 독성 T 림프구는 감염된 세포를 직접 공격하므로 생쥐 B가 가장 항암 효과가 있다는 문장이 있으면 : **+5점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능

문제 4 – 1 | 물리 예시 답안

- 변위 S와 시간 t의 관계는 $S = -0.02t(t-1) = -\frac{1}{2}0.04t^2 + 0.02t$인 이차식으로 나타내진다.
- 가속도의 크기는 $0.04m/s^2$이고 힘 F는 0.04N이다.
- 제시문에서 전기장 E는 $E = \frac{F}{q}$이므로 전기장은 0.04N/C이다.

문제 4 – 1 | 물리 채점 기준

1. 변위와 시간의 관계를 정량적으로 구하면 : **+3점**
2. 가속도의 크기와 힘의 크기를 논리적으로 설명하면 추가로 : **+3점**
3. 전기장을 바르게 구하면 : **+4점**

(전기장을 틀리게 제시해도 균일한 전기장의 개념을 이해한 것으로 보아 최소 +3점을 준다. 설명이 충분하지 않아도 전기장을 바르게 구하면 최소 +7점을 준다.)

※ 채점자는 답안에 따라 –0.5 ~ +0.5 점을 부여할 수 있다.

문제 4 – 2 | 물리 예시 답안

- 변위 S와 시간 t의 관계에서 $t = 0$ 에서의 속도 v_0는 그래프의 식인 $S = -0.02t(t-1) = -\frac{1}{2}0.04t^2 + 0.02t$ 를 미분하고 $t = 0$ 을 대입하여 얻어지며 양의 방향으로 +0.02m/s 이다.
- 제시문에서 힘 F는 qE이므로 힘의 크기는 0.08N이다. 힘의 방향은 [문제 4–1]의 힘의 방향과 같은데 그 방향은 변위 S를 두 번 미분하여 얻어지는 힘의 방향인 음의 방향이다. 그러므로 가속도 a 는 $-0.08m/s^2$ 이다.
- $v(t_1) = v_0 + at_1 = 0$에서 t_1 은 0.25초이고 $4t_1$은 1초이다.
- t_1과 $4t_1$사이에 전기력의 방향과 운동 방향은 모두 음의 방향이다. 따라서 전기력이 물체에 해 준 일은 제시문에 의해 전기력의 크기에 이동 거리를 곱해서 구하면 된다. 이동 거리는 $\frac{1}{2} \times 0.08 \times 0.75^2 m = 0.0225m$이고 전기력의 크기는 0.08N이므로 전기력이 물체에 해 준 일은 0.0018J이다.(이동 거리는 $\frac{1}{2}$×가속도×시간^{2}으로 구할 수도 있고 $S = -\frac{1}{2}0.08t^2 + 0.02t$의 값을 t_1과 $4t_1$에서 구하여 그 차를 구할 수도 있다.)

문제 4 – 2 | 물리 채점 기준

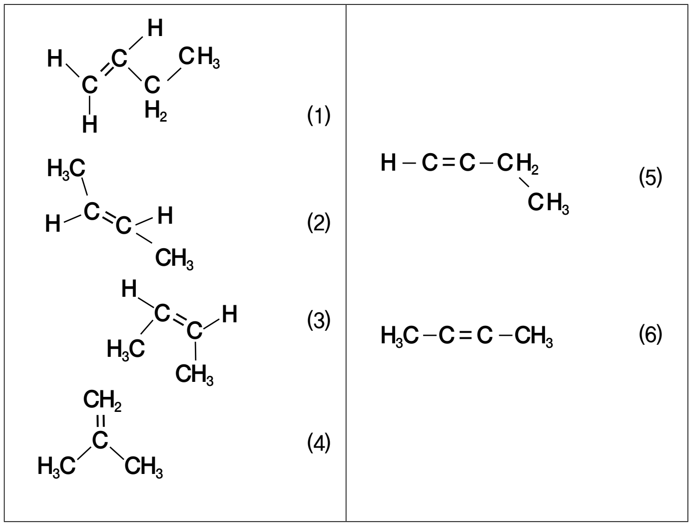
1. $t = 0$에서 물체의 속도와 방향을 바르게 구했으면 : 총 **+5점**
2. 물체에 작용하는 힘의 방향과 크기를 바르게 구했으면 : 총 **+5점**
3. t_1을 논리적으로 설명하여 바르게 구했으면 : **+5점**
4. 전기력이 물체에 해 준 일을 논리적으로 설명하여 바르게 구했으면 : **+5점**

※ 채점자는 답안에 따라 –0.5 ~ +0.5점을 부여할 수 있다.

문제 4 – 1 | 화학 **예시 답안**

탄화수소의 구조식, 실험식 등을 정확하게 이해하는지를 평가하는 문제로, 벤 다이어그램의 I, II, III의 조건을 모두 만족하는 탄화수소, 즉 탄소 원자의 개수는 4이고, 사슬 모양이며, 다중 결합을 1개만 포함하는 불포화 탄화수소의 구조식을 찾아낼 수 있어야 한다.

A에 속하는 탄화수소의 구조식은 다음과 같다.



위 그림에서 분자식이 C_4H_8인 탄화수소(1, 2, 3, 4번) 4개는 실험식이 CH_2이고, 분자식이 C_4H_6인 탄화수소(5, 6번) 2개는 실험식이 C_2H_3이다.

각각의 실험식을 가지는 탄화수소의 구조식 개수에 대한 비는

$$\frac{\text{실험식이 } CH_2 \text{ 탄화수소가 가질 수 있는 구조식의 개수}}{\text{실험식이 } C_2H_3 \text{ 탄화수소가 가질 수 있는 구조식의 개수}} = \frac{4}{2} = 2$$

따라서 A에 속하는 탄화수소에 대하여 학생이 내린 결론은 거짓이다.

문제 4 – 1 | 화학 **채점 기준**

1. 분류 기준에 적합한 6개의 구조를 모두 바르게 제시하면 : **+6점**(구조식이 틀렸거나 빠진 것은 각각 –1점)
2. 실험식에 따른 두 종류의 탄화수소 분류가 정확하면 : **+2점**(구조식 그림이 틀려도 실험식 분류가 맞으면 +2점)
3. 결론이 틀렸다는 것을 정확히 표현하면 : **+2점**
   (결론이 틀려도 찾은 구조식 내에서 구조식 개수 비를 맞게 구했으면 +2점)

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ± 0.5점 추가 점수 부여 가능

문제 4 – 2 | 화학 **예시 답안**

철의 제련 과정 중 용광로 안에서는 다음과 같은 반응이 일어난다.

$$C + \frac{1}{2}O_2 \longrightarrow CO$$

$$Fe_2O_3 + 3CO \longrightarrow 2Fe + 3CO_2$$

용융 철(Fe) 8L가 생성되었으므로, 생성된 철의 양은

$m = 8{,}000 \text{ mL} \times 7.0 \text{ g/mL} = 56{,}000\text{g}$

$$\frac{56{,}000\text{g}}{56\text{g/mol}} = 1{,}000\text{mol}$$

철광석이 환원되는 반응식에서 철 2몰이 생성될 때 CO 3몰이 산화되었고, 코크스 1몰이 불완전 연소될 때 CO 1몰이 생성되었으므로

$$1{,}000\text{mol Fe} : 2\text{mol Fe} = x \text{ mol C} : 3\text{mol C}$$
$$x = 1{,}500\text{mol C}$$
$$1{,}500\text{mol C} \times 12\text{g/mol} = 18{,}000\text{g}(18\text{kg})$$

즉, 철 8L 가 생성되기 위해서는 최소 18kg의 코크스가 필요

석회석이 열분해되어 생성된 산화칼슘(CaO)이 철광석에 불순물로 섞여 있는 이산화 규소(SiO_2)와 결합하여 슬래그($CaSiO_3$)를 만드는 과정의 화학 반응식은

$$CaCO_3 \longrightarrow CaO + CO_2$$
$$CaO + SiO_2 \longrightarrow CaSiO_3$$

즉 1몰의 CaO와 1몰의 SiO_2가 반응하여 1몰의 $CaOSiO_3$가 형성된다.

$CaSiO_3$의 밀도가 2.9g/mL이므로 생성된 $CaSiO_3$ 1L의 질량은 m=1,000mL x 2.9g/mL = 2,900g

생성된 $CaSiO_3$ 1L의 몰수는 $\dfrac{2{,}900\text{g}}{116\text{g/mol}} = 25\text{g/mol}$

1몰 SiO_2가 반응하여 1몰 $CaOSio_3$가 생성되었다. 1몰 SiO_2의 화학식량은 60g/mol이므로, Fe_2O_3에 불순물로 섞여 있던 SiO_2의 질량은 25mol x 60g/mol =1,500g(1.5kg)

문제 4 – 2 | 화학 **채점 기준**

1. 철의 제련 과정 중 용광로 안에서 일어나는 화학 반응식을 맞게 쓰면 : **+5점**(1몰의 코크스가 불완전 연소되어 1몰의 일산화탄소가 되고, 철광석(Fe_2O_3) 1몰이 3몰의 일산화탄소에 의해 환원되어 2몰의 용융 철이 생성된다는 등 반응물과 생성물의 화학 양적인 관계를 맞게 기술해도 +5점)
2. 용융 철의 몰수를 맞게 구하면 : **+2점**
3. 산화 · 환원 반응의 몰비 관계를 이용하여 불완전 연소된 코크스의 최소 질량을 맞게 구하면 : **+3점**
4. 석회석이 열분해되어 생성된 산화칼슘(CaO)이 철광석에 불순물로 섞여 있는 이산화규소(Sio_2)와 결합하여 슬래그($CaSiO_3$)를 만드는 과정의 화학 반응식을 바르게 제시하면 : **+4점**(1몰의 CaO와 1몰의 SiO_3가 반응하여 1몰의 $CaSiO_3$가 형성된다고 해도 **+4점**)
5. $CaSiO_3$ 1L의 질량과 몰수를 맞게 구하면 : **+3점**
6. Fe_2O_3에 불순물로 섞여 있던 SiO_2의 질량을 맞게 구하면 : **+3점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 0.5점 추가 점수 부여 가능