
2016학년도 중앙대학교

수시 모집 논술

- 자연계열Ⅱ 문제지 -

대학	학과(학부)	수험번호	성명

□ 답안 작성 시 유의 사항

1. 문제지는 표지를 제외하고 모두 8장으로 구성되어 있습니다.
2. 연습지가 필요할 경우 문제지의 여백을 이용하십시오.
3. 답안지의 수험번호 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하고, 답안은 흑색 필기구를 사용하여 작성하십시오.
4. 답안지는 한 장만 사용하십시오.
5. 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마십시오.
6. 답안은 반드시 문항별로 지정된 구역에만 작성하십시오. (지정 구역을 벗어난 답안은 채점이 불가능합니다.)
7. [문제 4]는 생명과학, 물리, 화학 중 본인이 선택한 한 과목만 답안을 작성하십시오. (다른 과목의 답안을 작성하면 0점 처리됩니다.)



CHUNG-ANG UNIVERSITY

[수학]

[문제 1] A 씨는 매월 초 연금으로 2백만 원을 받는다. A 씨가 한 달 동안 지출하는 돈은 1백만 원, 2백만 원, 3백만 원, 4백만 원 중 하나이며 각각 $\frac{1}{4}$ 의 확률을 가진다. 월말에 4백만 원 이상의 돈이 남아 있을 경우, 4백만 원을 제외한 나머지 돈 모두를 즉시 기부한다. A 씨가 올해 10월 말에 4백만 원을 가지고 있다고 할 때, A 씨가 가지고 있는 돈이 올해 12월 말까지 한번이라도 2백만 원 이하로 떨어질 확률을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음 제시문 (가)와 (나)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 미분가능한 함수 $y = f(x)$ 위의 점 $(x_1, f(x_1))$ 에서의 접선의 방정식은 다음과 같다.

$$y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1)$$

곡선 밖의 점 (α, β) 에서 곡선 $y = f(x)$ 에 그은 접선의 접점은 위 식에 $(x, y) = (\alpha, \beta)$ 를 대입하여 구한다.

(나) 두 평면벡터 $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, 두 벡터 \vec{a} 와 \vec{b} 의 내적은 다음과 같다.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

[문제 2-1] 점 $P(0, p)$ 에서 $y = -(x-a)^2$ 에 그은 접선은 두 개이다 (단, $p > 0$). 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하자. A, B를 구하는 과정을 논리적으로 제시하시오. 또한 $a = 0$ 일 때, $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 의 최솟값을 구하는 과정을 논리적으로 설명하시오. [10점]

[문제 2-2] 좌표평면에서 원점을 중심으로 반지름이 1인 원 C 가 있다. 원 C 밖에 있는 점 R 에서 원 C 에 그은 접선은 두 개이다. 점 R 에서 원 C 에 그은 접선의 접점을 각각 E, F라 하자. 부등식 $0 \leq \overline{RE} \cdot \overline{RF} \leq 1$ 을 만족시키는 점 R 이 나타내는 영역의 넓이를 구하는 과정을 논리적으로 제시하시오. [10점]

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 문제에 답하시오.

(가) 좌표평면 위의 점을, 원점을 중심으로 각 θ 만큼 회전하는 일차변환은 2×2 행렬

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \text{로 표현된다.}$$

(나) 좌표평면 위의 점을, 원점을 닮음의 중심으로 하고 닮음비가 실수 k ($k \neq 0$)인 일차변환은

$$2 \times 2 \text{ 행렬 } \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \text{로 표현된다.}$$

(다) 두 일차변환 f 와 g 를 나타내는 행렬을 각각 A, B 라 하면 f 와 g 의 합성변환 $g \circ f$ 는 일차변환이고, $g \circ f$ 를 나타내는 행렬은 BA 이다.

- 삼각형 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ 은, 삼각형 $A_nB_nC_n$ 을 (가)에서 각 $\theta = \frac{\pi}{2^n}$ 만큼 일차변환한 후, (나)에서 닮음비 $k = \frac{n+1}{n}$ 인 일차변환을 통하여 옮겨진 삼각형이다. (단, n 은 자연수이며 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 꼭짓점의 좌표는 $A_1(1, 2), B_1(3, 2), C_1(2, 5)$ 이다.)

[문제 3-1] 삼각형 $A_nB_nC_n$ 의 넓이를 D_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{D_n}{n^3(n+1)}$ 을 구하는 과정을 논리적으로 제시하시오. [10점]

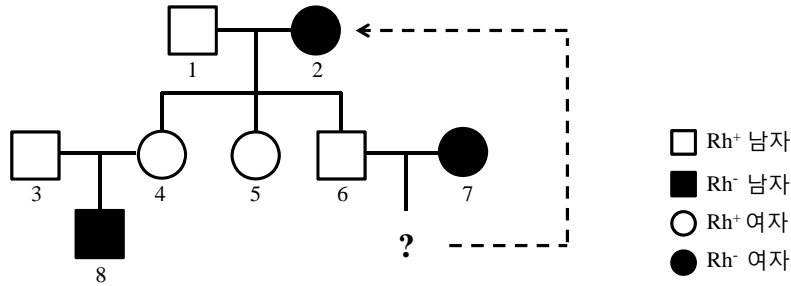
[문제 3-2] 점 A_n 의 좌표를 $A_n(a_n, b_n)$ 으로 표기할 때, 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + b_n}{n+1}$ 을 구하는 과정을 논리적으로 제시하시오. [20점]

[생명과학]

[문제 4] 다음 제시문 (가) ~ (라)를 읽고 문제에 답하시오.

- (가) 한 쌍의 대립 유전자에 의해 형질이 결정되는 유전 현상을 단일 인자 유전이라고 한다. 이러한 형질은 멘델이 사용한 완두의 모양이나 색깔처럼 우성과 열성의 두 대립 형질이 뚜렷하게 구별되는 특징을 갖고 있다. 단일 인자 유전 형질인 허말기의 유전자는 상염색체에 존재하며, 이렇게 유전자가 상염색체에 있는 경우에 그 형질은 멘델의 법칙에 따라 유전된다. 상염색체에 존재하는 단일 인자 유전 형질에는 허말기 이외에도 귓불의 형태, 미맹, 보조개 등이 있다. 단일 인자 유전은 가계도 분석을 통하여 그 형질이 우성인지 열성인지를 확인할 수 있다.
- (나) 항체는 항원을 인식하는 부위를 가지고 있어서 그 인식 부위에 맞는 항원과만 결합한다. 이러한 항체 반응의 특성을 항원-항체 반응의 특이성이라고 한다. 사람의 ABO 식 혈액형과 Rh 식 혈액형은 면역 반응인 항원-항체 반응을 이용하여 판정하는 것이다. 사람의 적혈구 표면에는 항원으로 작용하는 응집원이 있고 혈청에는 응집원에 대해 항체로 작용하는 응집소가 들어 있다.
- (다) 면역 반응은 T 림프구에 의한 세포성 면역과 B 림프구에 의한 체액성 면역으로 구분된다. 골수에서 생성된 T 림프구는 가슴샘으로 이동하여 이곳에서 성숙한 후 바이러스나 세균에 감염된 세포를 직접 공격하여 파괴하는데, 이와 같은 면역을 세포성 면역이라고 한다. 이때, 직접 항원을 제거하는 T 림프구를 독성 T 림프구라고 한다. 일부 T 림프구는 B 림프구를 도와 항체가 생성되게 하는 체액성 면역에 관여하며, 이를 보조 T 림프구라 한다. 한편, 항원이 침입하면 골수에서 생성된 B 림프구가 T 림프구의 도움을 받아 형질 세포로 분화하여 항체를 만들어 항원을 제거하는데, 이와 같은 면역을 체액성 면역이라고 한다.
- (라) 항원이 처음 침입하면 항원의 종류를 인식하는 과정을 거치므로 림프구가 분화되기까지 약간의 시간이 걸리며 항체의 생산량도 많지 않다. 이 반응을 1차 면역 반응이라고 한다. 그러나, 같은 항원이 두 번째 침입하였을 때는 기억 B 림프구(기억세포)가 빠르게 형질 세포로 분화하여 다량의 항체를 생성하는 면역 작용이 일어나는데, 이를 2차 면역 반응이라고 한다.

[문제 4-1] 다음은 어느 집안의 Rh 식 혈액형 유전에 대한 가계도이다. 2번 여성이 6번 남성과 7번 여성 사이에서 태어날 자녀로부터 수혈을 받을 수 있을 확률을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 구하시오. 또한, 수혈을 받을 수 없는 경우, 그 이유를 제시문 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 가계도에 나타난 모든 사람들의 ABO 식 혈액형은 O 형으로 가정하고, 답안 작성 시 Rh⁺ 형에 대한 유전자형은 R로, Rh⁻ 형에 대한 유전자형은 r로 표시하시오. [10점]



[문제 4-2] 면역 세포를 이용한 악성 종양 치료제 개발을 위하여 아래와 같은 실험을 하고, 그 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

- I. 종양 바이러스 X를 생쥐 Z에 감염시키고 일정 시간이 지난 후 동일한 바이러스를 2차 감염시킨 다음, 혈청과 서로 다른 두 종류의 면역 세포를 각각 분리한다.
- II. 생쥐 Z로부터 분리한 혈청과 두 종류의 면역 세포를 생쥐 A, B, C에게 각각 주입한다 (0일).
- III. 7일 후, 이전에 종양 바이러스 X에 노출된 적이 없는 생쥐 A, B, C에 종양 바이러스 X를 주입한 뒤 일정 시간 동안 각 생쥐의 혈중 항체 농도를 측정한다.

[실험 결과]

위 실험 결과를 바탕으로 생쥐 A, B, C에 주사한 물질이 생쥐 Z로부터 분리한 물질 중 각각 무엇인지를 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 또한, 종양 바이러스 X에 감염되어 생성된 종양 세포를 생쥐 A, B, C에 주사하였을 경우, 종양 세포의 생장이 어떤 생쥐에게서 가장 효과적으로 억제될 것인지를 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [20점]

- 끝 -

[물리]

[문제 4] 다음 제시문 (가)~(라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 전기장의 세기는 다음과 같이 정량적으로 나타낼 수 있다. 공간의 한 점에서 전기장의 세기는 그 점에 $+q$ 의 전하를 놓았을 때 이 전하가 단위 전하당 받는 전기력으로 정의한다. 그러므로 전기장 내의 한 점에 놓여 있는 $+q$ 의 전하가 받는 힘이 F 라면 전기장의 세기 E 는

$$E = \frac{F}{q}$$

가 되고, 이때 전기장 세기의 단위는 N/C 이다.

(나) 전하의 부호가 서로 반대이고, 전하량이 같은 두 개의 평행한 금속판 사이의 전기력선은 양의 전하로 대전된 (+)판에서 나와 음의 전하로 대전된 (-)판으로 들어간다. 두 판 사이의 간격이 매우 가까우면 판의 가운데 부분에서 전기력선은 서로 평행하고 일정한 간격이 된다. 전기력선의 간격이 일정한 것은 두 판 사이에서 전기장 세기가 일정하다는 것을 의미한다. 평행한 금속판 사이에는 방향과 세기가 일정한 전기장이 형성된다. 이러한 전기장을 균일한 전기장이라고 한다.

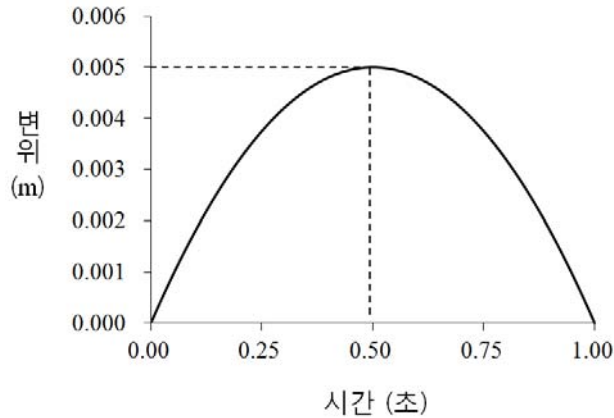
(다) 공기 저항이 없을 때, 기울기가 일정한 내리막길을 자전거를 탄 채 페달을 밟지 않고 내려가는 사람의 속도는 일정하게 증가한다. 또한, 마찰력이 있는 수평면에서 운동하는 물체의 속도는 이 물체가 마찰력에 의해 멈추는 동안 일정하게 감소한다. 이와 같이 직선 상에서 가속도가 일정하여 속도가 일정하게 증가하거나 감소하는 운동을 등가속도 직선 운동이라고 한다.

(라) 물리학에서는 물체에 힘을 작용하여 물체가 힘의 방향으로 이동하였을 때 물체에 작용한 힘이 일을 하였다고 한다. 이때 힘이 한 일은 힘의 크기와 힘의 방향으로 이동한 거리의 곱으로 구한다. 즉, 물체에 크기가 F 인 힘을 작용하여 물체가 힘의 방향으로 거리 s 만큼 이동하였을 때 힘이 물체에 한 일 W 는

$$W = Fs$$

이다. 일의 단위는 J이며, 1J은 1N의 힘을 물체에 작용하여 힘의 방향으로 1m의 거리를 이동하였을 때 한 일의 양이다.

[문제 4-1] $+1C$ 의 전하로 대전된 질량이 1kg 인 물체가 균일한 전기장 내에서 운동할 때, 0 초부터 1 초까지 시간에 따른 변위를 다음 그래프에 나타내었다. 이 물체는 전기장과 평행한 직선 상에서 운동한다. 이때 전기장의 세기 E 를 구하는 과정을 제시문 (가), (나), (다)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 물체의 크기와 중력은 무시한다. [10점]



[문제 4-2] [문제 4-1]과 같은 전기장에서 $+2C$ 으로 대전된 질량이 1kg 인 물체가 전기장과 평행한 직선 상에서 운동하였다. 시간 0 에서 이 물체의 속도는 [문제 4-1]의 시간 0 초에서 물체의 속도와 같다. 이 물체의 속도가 0 이 되는 시간을 t_1 이라 할 때, t_1 부터 $4t_1$ 까지 전기력이 이 물체에 한 일의 양을 구하는 과정을 제시문 (가)~(라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 물체의 크기와 중력은 무시한다. [20점]

- 끝 -

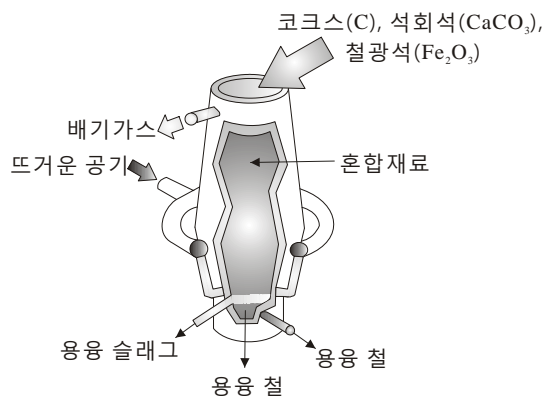
[화학]

[문제 4] 다음 제시문 (가), (나), (다)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 탄소 원자는 탄소 원자끼리 결합하거나 다른 원자와 결합함으로써 다양한 형태의 분자를 만들어 낸다. 탄소 화합물 중에서 가장 기본이 되는 것은 탄소(C) 원자와 수소(H) 원자로만 이루어진 탄화수소이다. 탄소 원자 사이에 단일 결합만으로 이루어진 탄화수소를 포화 탄화수소라고 하며, 탄소 원자 사이에 이중 결합이나 삼중 결합 등의 다중 결합을 포함하는 탄화수소를 불포화 탄화수소라고 한다. 탄소 사이에 이중 결합을 가지는 탄소 화합물에서 구성 원자의 공간상에서의 배치가 서로 달라 생기는 이성질체를 기하 이성질체라고 한다.

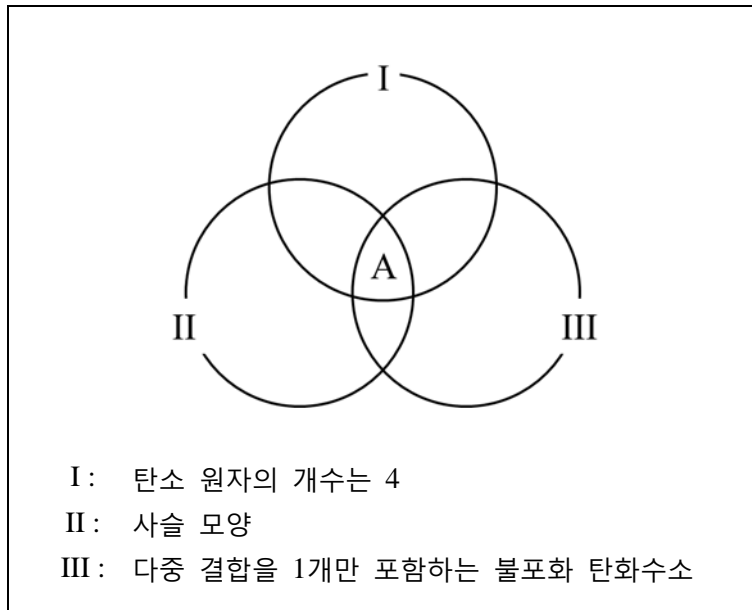
(나) 다양한 물질을 구별하고 특징을 표현하기 위해 물질을 원소 기호와 함께 성분비, 원자의 개수, 결합 방식 등으로 나타낸 것을 화학식이라고 한다. 화합물의 구성 원소의 원자 개수 비율을 가장 간단한 정수비로 나타낸 화학식을 실험식이라 하고, 각 원자가 분자 내에서 어떻게 결합해 있는가를 도식으로 나타낸 화학식을 구조식이라 한다. 구조식은 공유 결합 화합물에 있는 분자의 전자 배치를 좀 더 간단하게 나타내기 위하여 비공유 전자쌍은 생략하고 공유 전자쌍만을 결합선으로 나타낸다.

(다) 철광석의 주성분은 철의 산화물인 삼산화이철(Fe_2O_3)이다. 따라서 철을 얻으려면 철광석에서 산소를 제거해야 한다. 아래 그림과 같이 철광석을 탄소 성분인 코크스(C), 석회석($CaCO_3$)과 함께 용광로에 넣고 $1250^{\circ}C$ 이상의 뜨거운 공기를 불어 넣으면, 철광석이 녹으면서 코크스는 불완전 연소되어 일산화 탄소가 된다. 일산화 탄소는 녹은 철광석으로부터 산소를 얻어 이산화 탄소가 되고 쇠물이 녹아 나오는데, 이것을 용융 철이라고 한다. 철광석으로부터 철을 제련하는 과정에서 코크스가 산소와 결합하여 일산화 탄소가 되는 것은 산화 과정이며, 철광석이 산소를 잃고 철로 되는 것은 환원 과정이다. 이때 석회석이 열분해되어 생성된 산화칼슘(CaO)이 철광석에 불순물로 섞여 있는 이산화 규소(SiO_2)와 결합하여 슬래그($CaSiO_3$)를 만드는 반응이 일어난다. 생성된 슬래그는 철보다 비중이 낮으므로 용융 철 위로 뜨며, 시멘트의 원료로 사용된다.



[용광로에서의 철의 제련]

[문제 4-1] 다음은 어떤 학생이 탄화수소를 분류하기 위하여 만든 벤 다이어그램이다.



이 학생은 A에 속하는 탄화수소에 대하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

[결론]
$$\frac{\text{실험식이 } \text{CH}_2 \text{인 탄화수소가 가질 수 있는 구조식의 개수}}{\text{실험식이 } \text{C}_2\text{H}_3 \text{인 탄화수소가 가질 수 있는 구조식의 개수}} = \frac{3}{2}$$

이 학생이 얻은 결론이 옳은지 그른지를 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [10점]

[문제 4-2] 철광석으로부터 철을 제련하는 과정에서 용융 철(Fe) 8 L와 슬래그(CaSiO₃) 1 L가 생성 되었을 때, 불완전 연소된 코크스(C)의 최소 질량과 철광석(Fe₂O₃)에 불순물로 섞여 있던 이산화 규소(SiO₂)의 질량을 구하는 과정을 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, Fe와 CaSiO₃의 밀도는 각각 7.0 g/mL, 2.9 g/mL이고, Fe, Ca, Si, O, C의 원자량은 각각 56, 40, 28, 16, 12 이다. 모든 코크스와 철광석은 각각 일산화 탄소와 용융 철이 된다고 가정한다. [20점]