
2016학년도 중앙대학교

수시 모집 논술

- 자연계열 I 문제지 -

대학	학과(학부)	수험번호	성명

□ 답안 작성 시 유의 사항

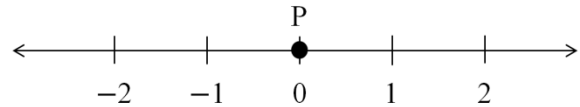
1. 문제지는 표지를 제외하고 모두 7장으로 구성되어 있습니다.
2. 연습지가 필요할 경우 문제지의 여백을 이용하십시오.
3. 답안지의 수험번호 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하고, 답안은 흑색 필기구를 사용하여 작성하십시오.
4. 답안지는 한 장만 사용하십시오.
5. 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마십시오.
6. 답안은 반드시 문항별로 지정된 구역에만 작성하십시오. (지정 구역을 벗어난 답안은 채점이 불가능합니다.)
7. [문제 4]는 생명과학, 물리, 화학 중 본인이 선택한 한 과목만 답안을 작성하십시오. (다른 과목의 답안을 작성하면 0점 처리됩니다.)



CHUNG-ANG UNIVERSITY

[수학]

[문제 1] 오른쪽 그림과 같이 수직선 위의 원점에 점 P가 있다. 점 P는 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 왼쪽으로 한 칸 이동하고, 뒷면이 나오면 오른쪽으로 한 칸 이동한다. 한 개의 동전을 여섯 번 던질 때, 점 P가 세 점 -1, 0, 1 위에서만 움직일 확률을 구하시오. [20점]



[문제 2] 다음 제시문 (가), (나), (다)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 다음과 같은 부분 적분 공식이 성립한다.

$$\int f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx$$

예를 들어, $f'(x) = e^x$, $g(x) = \sin x$ 이면,

$$\int e^x \sin x dx = e^x \sin x - \int e^x \cos x dx = e^x (\sin x - \cos x) - \int e^x \sin x dx \text{ 이므로,}$$

$$\int e^x \sin x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + C \text{ 를 얻는다. 단, } C \text{ 는 적분상수이다.}$$

(나) 함수 $y = f(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭인 경우 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 를 만족하고, 함수 $y = f(x)$ 가 원점에 대하여 대칭인 경우 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족한다.

(다) 함수 $f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x) \quad (a < x < b) \text{ 가 성립한다.}$$

[문제 2-1] 연속 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) + f(\pi - x) = (e^{\frac{\pi}{2}-x} + e^{x-\frac{\pi}{2}}) \sin x$ 를 만족할 때, $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x) dx$ 를 계산하는 과정을 논리적으로 제시하시오. [10점]

[문제 2-2] 함수 $f(x) = (4x + p) \sin 2x$ (p 는 실수)가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x \{f(t)\}^2 dt + \int_0^{-x} \{f(t)\}^2 dt = 0$$

을 만족할 때, p 의 값과 $\int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \{f(x)\}^2 dx$ 의 값을 계산하는 과정을 논리적으로 제시하시오. [10점]

[문제 3] 다음 제시문 (가), (나)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 방정식의 실근의 개수는 함수의 그래프의 개형을 그려 x 축과의 교점의 개수를 조사하면 구할 수 있다.

(나) 탄젠트 함수의 덧셈정리는 다음과 같으며

$$\tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \tan \theta_2},$$

이 덧셈정리를 이용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$$

[문제 3-1] 임의의 실수 α 에 대하여 삼차방정식 $x^3 - 3\alpha x^2 - 3x + \alpha = 0$ 이 서로 다른 세 실근 x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$)을 갖는 것을 논리적으로 설명하시오. [10점]

[문제 3-2] 1보다 큰 임의의 실수 α 에 대하여 삼차방정식 $x^3 - 3\alpha x^2 - 3x + \alpha = 0$ 의 서로 다른 세 실근 x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$)이 다음 부등식을 만족함을 논리적으로 설명하시오.

$$-1 < x_1 < 0 < x_2 < 1$$

또한, 극한값 (a) $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} x_1$ 과 (b) $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} x_2$ 를 논리적으로 구하시오. [20점]

[생명과학]

[문제 4] 다음 제시문 (가)~(라)를 읽고 문제에 답하시오.

- (가) 생물은 살아가는 데 필요한 에너지를 세포 호흡을 통해 얻는다. 세포 호흡은 유기 영양소를 산화시켜 에너지를 방출하는 반응으로, 세포질과 미토콘드리아에서 이루어진다. 세포 호흡에 가장 많이 이용되는 영양소는 포도당이다. 포도당을 완전히 분해하기 위해서는 산소가 필요하며, 그 결과 이산화 탄소와 물이 생기면서 에너지가 방출된다. 세포 호흡에서는 포도당이 여러 단계에 걸쳐 산화하면서 에너지를 조금씩 방출하여 ATP의 형태로 저장된다. ATP에 저장된 에너지는 여러 가지 생명 활동에 이용된다.
- (나) 산소 호흡은 유기물을 분해하여 에너지를 얻는 과정에서 산소를 이용하는 것을 말한다. 이때, 유기물이 완전히 분해되므로 ATP 생성량이 많으며, 산소 호흡은 미토콘드리아에서 일어난다. 반면, 산소가 없는 상태에서 유기물을 분해하여 에너지를 얻는 것을 무산소 호흡이라고 한다. 이때, 유기물이 불완전 분해되므로 중간 산물이 생기고 무산소 호흡은 세포질에서 일어난다.
- (다) 바이러스는 완전한 세포 구조를 이루지 않고, 핵산과 그것을 둘러싼 단백질 껍질의 형태로 존재한다. 따라서 바이러스는 세균과 달리 스스로 물질대사를 할 수 없어 반드시 숙주 세포 안으로 침입하여 기생할 수 밖에 없다. 바이러스는 DNA나 RNA 중 한 종류의 핵산을 유전 물질로 가지고 있어, 이를 기준으로 DNA 바이러스와 RNA 바이러스로 구분하기도 한다. 바이러스는 특정한 숙주 세포에만 들어간다. 이것은 바이러스의 껍질 단백질이 숙주 세포 표면에 있는 수용체와 열쇠-자물쇠 방식으로 결합하기 때문이다. 바이러스는 숙주 세포 안으로 이동한 후 자신의 핵산과 껍질 단백질을 대량으로 합성하고, 만들어진 핵산과 단백질 껍질이 결합하여 새로운 바이러스가 만들어진다. 세포 내에서 새로 만들어진 바이러스는 숙주 세포를 터뜨리고 나와 근처의 다른 세포를 감염시켜 증식한다.
- (라) 바이러스는 반드시 살아 있는 세포 내에서 기생할 때에만 증식할 수 있는 특징을 가진다. 따라서 바이러스를 직접 죽일 수 있는 약은 거의 없다. 또한 바이러스의 껍질 단백질을 만드는 유전자의 변이 속도가 빨라 항바이러스제 개발이 어렵다.

[문제 4-1] 진핵 세포의 에너지 대사를 조절하는 약물 P와 Q를 각각 세포에 처리한 후, 시간당 산소(O₂) 소비량, 이산화 탄소(CO₂) 방출량, 중간 산물 생성 여부, 포도당 1 분자당 ATP 생성량을 조사한 결과를 <표 1>에 정리하였다. 각 약물이 작용하는 세포 내 위치(소기관)와 각 약물의 특성을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 포도당과 산소의 공급량은 동일하며, 약물 P와 Q는 미토콘드리아로의 산소 공급량에는 영향을 미치지 않는다고 가정한다. [10점]

<표 1>

	단위 시간당 O ₂ 소비량	단위 시간당 CO ₂ 방출량	중간 산물 생성	포도당 1 분자당 ATP 생성량
식염수 (대조군)	많음	많음	없음	38
약물 P	없음	적음	있음	2
약물 Q	적음	적음	없음	38

[문제 4-2] 올해 유행하는 신종 독감 바이러스에 대한 항바이러스제로 개발된 약물 A, B, C의 특성을 알아보기 위하여 아래와 같은 실험을 하고, 그 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

- I. 배양액이 담긴 세포배양접시에 숙주 세포를 배양한 후, 일정한 수의 독감 바이러스를 첨가하였다.
- II. 독감 바이러스를 첨가한 직후 식염수, 약물 A, B, C를 각각 처리하고 처리 직후, 1일 후, 5일 후, 10일 후에 세포 수, 배양액에 있는 바이러스 수, 세포 내에 있는 바이러스 수를 각각 세어 기록하였다. 단, 숙주 세포는 분열하지 않는다고 가정한다.

[실험 결과]

	구분	처리 직후	1일 후	5일 후	10일 후
식염수 (대조군)	세포 수	1×10^6	1×10^6	1×10^5	0
	바이러스 수 (배양액)	1000	100	5×10^6	1×10^8
	바이러스 수 (세포 내)	0	2000	5×10^5	0
약물 A	세포 수	1×10^6	1×10^6	8×10^5	5×10^4
	바이러스 수 (배양액)	1000	900	5×10^5	1×10^6
	바이러스 수 (세포 내)	0	200	2×10^4	2×10^6
약물 B	세포 수	1×10^6	1×10^6	1×10^6	500
	바이러스 수 (배양액)	1000	100	50	1×10^7
	바이러스 수 (세포 내)	0	2000	5×10^6	1×10^4
약물 C	세포 수	1×10^6	1×10^6	5×10^5	2×10^4
	바이러스 수 (배양액)	1000	100	1500	2000
	바이러스 수 (세포 내)	0	1000	1100	1500

위 실험 결과와 제시문 (다)에 근거하여 약물 A, B, C의 특성을 논리적으로 설명하시오. 또한, 이 바이러스의 껍질 단백질을 만드는 유전자의 변이가 매우 빨리 일어난다고 가정할 때, 약물 A, B, C 중 어떤 약물이 내년에 가장 효과적인 항바이러스제로 사용될 수 있을지를 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [20점]

- 끝 -

[물리]

[문제 4] 다음 제시문 (가), (나), (다)를 읽고 문제에 답하시오.

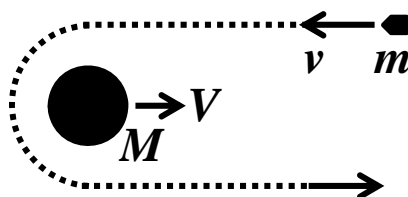
(가) 운동하는 관찰자를 기준으로 나타낸 속도를 상대 속도라고 한다. 따라서 A의 속도를 v_A , B의 속도를 v_B 라고 하면 A에 대한 B의 상대 속도 v_{AB} 는 다음과 같다.

$$v_{AB} = v_B - v_A$$

(나) 물체에 일을 하면 물체는 운동을 하거나 위치가 바뀐다. 물체가 운동함으로써 운동 에너지를 가지며, 물체의 위치가 달라짐으로써 퍼텐셜 에너지가 달라진다. 역학적 에너지는 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합으로 정의된다. 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지는 운동하는 동안 서로 전환된다. 그러나 그 합, 즉 역학적 에너지는 늘 일정하다. 이것을 역학적 에너지 보존 법칙이라고 한다.

(다) 운동량은 물체의 운동 규모와 관련된 물리량으로서, 질량이 m 이고 속도가 v 인 물체의 운동량을 $p = mv$ 로 정의하고, 단위로는 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ 를 사용한다. 물체에 작용한 힘은 그 물체의 운동량의 시간에 따른 변화율이다. 따라서, 물체에 알짜힘이 작용하지 않는다면 그 물체의 운동량은 항상 같다. 이를 운동량 보존 법칙이라고 한다. 두 물체에 알짜힘이 작용하지 않을 때, 두 물체 사이의 작용-반작용으로 짝을 이룬 내력은 각 물체의 운동량을 변화시키지만 두 물체의 전체 운동량의 총합을 변화시키지는 않는다.

[문제 4-1] 아래 그림은 정지해 있는 관찰자가 바라본 행성과 로켓의 운동을 나타낸 것이다. 질량 m , 초기 속력 v 를 갖는 로켓이 만유인력이 무시될 수 있는 먼 곳으로부터 질량 M , 속력 V 로 움직이는 행성에 접근한 후 인력에 이끌려 180° 돌아 만유인력이 무시될 수 있는 먼 곳으로 다시 되돌아 갔다. 이때, 행성과 함께 움직이는 관찰자가 측정한 로켓의 최종 속력을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 구하고, 이 결과를 이용하여 정지해 있는 관찰자가 측정한 로켓의 최종 속력(v')이 $v' = v + 2V$ 가 됨을 제시문 (가)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 이 과정에서 행성의 속력 변화는 없고, 두 물체에는 두 물체 사이의 만유인력만 작용한다. [10점]



[문제 4-2] 위 그림에서 행성의 질량 $M = 2 \times 10^{27} \text{ kg}$, 초기 속력 $V = 10 \text{ km/s}$ 이고, 로켓의 질량 $m = 10^3 \text{ kg}$, 초기 속력 $v = 5 \text{ km/s}$ 라 할 때, 정지해 있는 관찰자가 측정한 행성의 최종 속력을 구하는 과정을 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 설명하고, [문제 4-1]에서 행성의 속력 변화를 무시할 수 있다는 가정의 타당함을 논리적으로 설명하시오. 단, 정지해 있는 관찰자가 측정한 로켓의 최종 속력 $v' = v + 2V$ 를 이용하고, 두 물체에는 두 물체 사이의 만유인력만 작용한다. [20점]

- 끝 -

[문제 4-1] 다음은 약산인 일양성자산 HA의 중화 적정 실험 과정이다.

[실험 과정]

- I. HA 1.2 g을 100 mL 부피 플라스크에 넣고, 증류수를 가하여 녹인 후 눈금까지 채웠다.
- II. 실험 과정 I에서 만든 용액 10 mL와 지시약 2~3 방울을 100 mL 삼각 플라스크에 넣었다.
- III. 0.1 M NaOH 수용액을 뷰렛에 넣고 중화 적정하였더니, 20 mL의 NaOH 수용액이 들어 갔을 때 혼합 용액의 색이 변하였다.

이 중화 적정 실험에서 사용한 약산 HA의 분자량과 가장 적절한 지시약을 찾는 과정을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [10점]

[문제 4-2] 아래의 표는 과량의 묽은 염산(HCl) 용액에 금속 조각을 넣었을 때, 생성된 수소 기체의 부피와 용액 속에 존재하는 음이온과 양이온의 개수 차이(음이온 개수 - 양이온 개수)를 나타낸 것이다.

금속	수소 기체 부피	음이온과 양이온의 개수 차이
A	300 mL	9N
B	200 mL	8N

0.1 M 묽은 염산 용액 600 mL에 0.01몰 금속 A를 가했을 때 생성된 수소 기체의 부피(V_A)와, 같은 양의 묽은 염산 용액에 0.03몰 금속 B를 가했을 때 생성된 수소 기체의 부피(V_B)를 측정하였다. 금속 A, B의 산화수와 $V_A : V_B$ 를 구하는 과정을 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 기체의 부피는 같은 온도, 같은 압력에서 측정되었다. [20점]

- 끝 -