

2016학년도 중앙대학교 모의 논술 문제

자연계열

제시문 출전 / 평가 목표 / 출제 의도

제시문 출전

[수학 문제 1]

확률 개념 및 기대값 _ (주교회사적분과 통계, 단원 3의 조건부확률(p.102)과 단원4의 이산확률변수의 평균(p.120))

[수학 문제 2]

제시문 첫 번째 문장 _ 더텍스트 교재, 기하와 벡터 (p. 98)

제시문 두 번째 문장 _ 더텍스트 교재, 기하와 벡터 (p. 98)

[수학 문제 3]

제시문 첫 번째 문장 _ EBS 미적분I 교재, 부정적분과 미분의 관계 (p. 88)와 미적분의 기본정리 (p. 96)

[생명과학 문제 4]

제시문 (가) _ 생명과학 I, 단원 3, 세포의 생명 활동(비상교육, 심규철 외, p. 120)

제시문 (나) _ 생명과학 I, 단원 3, 에너지의 전환과 이용(비상교육, 심규철 외, p. 121)

제시문 (다) _ 생명과학 II, 단원 2, 생명 공학 기술(상상아카데미 이길재 외, p. 143-147)

제시문 (라) _ 생명과학 I 단원 1, 세포의 구조와 기능 (비상교육 심규철 외, p 32); 생명과학 II, 단원 2, 유전자 발현 조절(상상아카데미 이길재 외, p. 131)

[물리 문제 4]

제시문 (가) _ 물리I, 단원 4에너지(교학사, p.339)

제시문 (나) _ 물리I, 단원 4에너지(천재교육, p.294); 물리 II, 단원 1 운동과 에너지(천재교육, p.79)

제시문 (다) _ 물리I, 단원 4에너지(교학사, p.342)

제시문 (라) _ 물리 II, 단원 1 운동과 에너지(천재교육, p.87); 물리 II, 단원 1 운동과 에너지(교학사, p.108)

[화학 문제 4]

제시문(가) _ 화학 I, 단원 2, 개성 있는 원소(교학사, p. 71); 화학 I, 단원 2, 개성 있는 원소(상상 아카데미, p. 80).

제시문(나) _ 화학 I, 단원 1, 화학의 언어(천재교육, pp. 25-34); 화학 II, 단원 1, 다양한 모습의 물질(비상교육, pp. 54-66).

평가 목표 및 출제 의도

[수학 문제 1]

각 사건에 대한 확률 및 조건부 확률을 계산하고 이를 이용하여 기대값을 구하는 문제이다. 우선, 문제 해결을 위하여 제시문에서 주어진 각각의 사건들에 대한 확률을 구별할 수 있어야 하며, 특히 조건부 확률의 정의를 이용하여 'B가 10년 이내에 암 진단을 받지 않았을 경우, A가 암 진단을 받을 확률'을 계산할 수 있어야 한다. 다음으로, 계산된 확률값들을 바탕으로 기대값을 계산할 수 있어야 한다. 본 문제는 확률과 기대값에 대한 기본 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 중하 정도로 볼 수 있다.

[수학문제 2]

선분의 내분점, 닮은꼴, 삼각형의 무게중심 개념을 이용한 문제이다. 삼각형 각 변의 중점을 연결하여 만든 삼각형은 변의 길이가 1/2로 줄어드는 닮은꼴 삼각형이고 같은 무게중심을 갖는다는 점을 알아내는 것이 문제 풀이의 관건이다. 이런 관찰에 더하여 등비급수, 극한의 성질을 알고 있는가를 테스트한다.

[수학문제 3]

부정적분과 미분의 관계와 미적분의 기본정리로부터 유도되는 부분 적분 공식을 이용한 문제이다. [3-1], [3-2] 둘 다 부분 적분 공식을 사용할 때, 경계값을 문제에 주어진 조건에 따라 추정하는 것이 관건이다. [3-1]에서는 주어진 다항식을 9번 이내로 미분하면 경계값이 0으로 된다는 것을 관찰하여야 한다. [3-2]에서는 공식을 적용해서 얻은 식이 함수 $f(x)$ 에 대하여 항등식이 된다는 사실을 유추하는 것이 문제 풀이의 관건이다.

[생명과학 문제 4]

문제 4-1은 생명체의 물질 대사에서 동화 작용과 이화 작용의 개념을 설명하는 제시문 (가)와 식물체에서 포도당을 합성하는 광합성과 이를 세포 호흡 과정을 통하여 생체 에너지로 변환 시키는 과정을 설명한 제시문 (나)의 내용을 통합적으로 이해하여 주어진 실험 결과를 논리적으로 추론할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다. 문제 4-2는 제한 효소를 이용한 유전자 재조합 과정과 전기 영동을 통하여 재조합 된 유전자가 올바르게 만들어 졌는지에 대한 검증 및 제한 효소가 인식하는 위치가 돌연변이가 되었을 때 이 부위에 단백질 암호 코드의 변화가 있어서 단백질이 기능을 할 수 없다는 것을 제시문 (다)와 (라)를 읽고 추론 할 수 있어야 한다. 본 문제는 실험결과를 가지고 기존의 지식에 비추어 합리적인 결과를 도출해 내는 능력을 평가하는 것으로서 통합적, 논리적 사고력을 평가하는 문제이다.

[물리 문제 4]

이상 기체의 온도, 압력, 부피 사이의 관계와 내부 에너지, 열, 일 사이의 관계를 나타내는 열역학 제1법칙은 물리 현상을 이해하고 적용하는 데 필요한 기본 개념으로서 고교 과학과 물리 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있다. 본 문항에서는 이상 기체의 상태 방정식과 열역학 제1법칙을 적용하여 이상 기체의 등압 과정과 스텔링 기관을 분석하고 이해하는 능력을 측정하는 문제를 출제하였다. 문제 4-1에서는 이상 기체의 등압 과정에서 이상 기체의 내부 에너지 변화를 구하기 위해 이상 기체의 상태 방정식을 적용하여 온도를 압력과 부피로 나타내어 문제를 해결하게 된다. 문제 4-2에서는 이상적인 스텔링 기관에 대한 온도-압력 그래프로부터 스텔링 기관의 팽창 과정이 등온 과정임을 판단한 후 등온 과정의 처음 상태와 나중 상태를 결정하고 열역학 제1법칙을 적용하여 기관으로 유입된 에너지인 열을 구하는 대신 일을 계산하여 문제를 해결하게 된다. 이러한 문제 해결 과정을 논리적으로 설명하면 된다. 이상 기체의 이상적인 열역학 과정을 이해하고 응용하며, 논리적으로 분석하는 능력을 평가하는 중상 정도 난이도의 문제이다.

[화학 문제 4]

고등학교 화학 교과 과정에서 기본이 되는 보어의 수소 원자 모형을 설명하고 에너지와 선 스펙트럼에 대한 상관 관계 및 이해도를 평가한다. 제시문에서 제공하는 정보들을 정확하게 숙지하여 들뜬 상태의 전자가 자외선을 방출할 때와 가시광선을 방출할 때의 에너지를 논리적으로 찾아내고, 빛에너지와 파장 사이의 관계를 이해하여 각 에너지들 사이의 파장에 대한 비를 구할 수 있는지를 평가한다. 또한, 용액 속에 녹아 있는 용질의 상대적인 양을 용액의 농도로 나타내는데, 농도를 표현하는 방법 중 퍼센트 농도, 몰 농도, 몰랄 농도를 정확하게 이해하고, 이들을 잘 변환시키며 용액의 총괄성을 이용하여 삼투압 및 어는점 내림 등의 중요한 양을 논리적으로 찾아내는 능력을 평가한다. 비전해질 포도당 용액의 삼투압과 어는점 내림은 제시문을 숙독한 후 논리적으로 문항을 이해하고 농도 변환을 정확하게 하는 능력을 평가하는 문제이다.

예시 답안 / 채점 기준

[수학 문제 1 예시 답안]

- 제시문을 통하여 다음의 확률값들을 알 수 있다.

A : A가 10년 이내 암 진단을 받을 사건, B : B가 10년 이내 암 진단을 받을 사건

$$P(A \cap B^c) = 0.015, P(A^c \cap B) = 0.01, P(A^c \cap B^c) = p \quad \text{①-1}$$

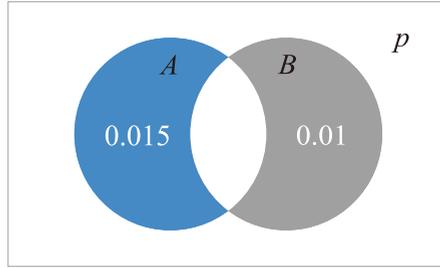
단, $P(M \cap N) = 1 - p - 0.015 - 0.01 = 0.975 - p \geq 0$ 이므로, $p \leq 0.975$ 이어야 한다.

- S보험회사의 수익은 200만원이며, 비용은 다음과 같은 기대값 공식으로 계산된다.

$$\text{기대비용} = 20,000,000 \times P(A | B^c) + 0 \times P(A^c | B^c) = 20,000,000 \times \frac{0.015}{0.015 + p} \quad \text{①-2}$$

$$\therefore P(A | B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A \cap B^c)}{P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B^c)} = \frac{0.015}{0.015 + p} \quad \text{①-3}$$

①-3의 조건부 확률은 아래와 같은 벤다이어그램을 통하여도 구할 수 있다.



- S보험회사의 수익과 기대비용을 바탕으로, 기대이익은 다음과 같다.

$$\text{기대이익} = 2,000,000 - 20,000,000 \times \frac{0.015}{0.015 + p}$$

따라서, 기대이익이 160만원이기 위하여 다음을 만족하여야 한다.

$$2,000,000 - 20,000,000 \times \frac{0.015}{0.015 + p} \geq 1,600,000$$

최종적으로 조건을 위한 p 범위는 $0.735 \leq p \leq 0.975$ 가 된다.

[수학 문제 2-1 예시 답안]

- T_n 이 등비수열이다. 초항에 해당하는 첫 번째 삼각형의 면적 $T_1 = 6$ 을 구한다. 중점을 연결한 다음 삼각형은 변의 길이가 $\frac{1}{2}$ 배로 줄어든 닮은꼴이 된다. 따라서 닮은꼴의 성질을 이용하여 공비가 $\frac{1}{4}$ 라는 것을 알아내고, 무한 급수 공식을 이용하면 $\frac{6}{1-\frac{1}{4}} = 8$ 이다.

[수학 문제 2-2 예시 답안]

- 점을 벡터로 보면 A_{n+1} 이 B_n 과 C_n 의 중점이라는 것을 $A_{n+1} = \frac{1}{2}(B_n + C_n)$ 으로 표현할 수 있다. 다른 점들도 같은 방식으로 표현할 수 있고, 세 식을 더하면 $A_{n+1} + B_{n+1} + C_{n+1} = A_n + B_n + C_n$ 임을 확인할 수 있다. 이것은 n 번째 삼각형과 $n+1$ 번째 삼각형의 무게중심이 같다는 것을 의미한다. 벡터의 첫 번째 성분을 살펴보면 $a_{n1} + b_{n1} + c_{n1} = a_{11} + b_{11} + c_{11} = 9$ 이 된다.
- 문제에서 무게 중심은 $G(3, 3)$ 이고 G 를 중심으로 삼각형들이 줄어들면서 꼭짓점들이 G 로 수렴하고 있다. 따라서 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n1} + a_{n2}) = 6$ 이다. 극한값은 다음과 같다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n1} + b_{n1} + c_{n1}}{a_{n1} + a_{n2}} = \frac{3}{2}$$

[수학 문제 3-1 예시 답안]

- 제시문의 부분 적분 공식을 적용해서 다음 식을 얻는다.

$$A = \int_0^1 h^{(10)}(x) x^{10} dx = -\int_0^1 h^{(9)}(x) 10x^9 dx$$

여기서 $h^{(9)}(x)$ 을 보면 10차식 x^{10} 과 $(1-x)^{10}$ 의 곱을 9번 미분한 것이므로 $x^n(1-x)^m$ ($n \geq 1, m \geq 1$)의 더하기 형태로 표현되므로 $x=0, x=1$ 을 대입하면 모든 항이 0이 된다. 같은 논법으로 계산해 보면 $A=10! B$ 이다.

[수학 문제 3-2 예시 답안]

- 제시문의 부분 적분 공식을 3번 적용하고

문제 조건 $f(1) = f(-1) = 0, f'(1) = f'(-1) = 0$ 을 이용하면

$$p(1)f^{(2)}(1) - p(-1)f^{(2)}(-1) - 6a \int_{-1}^1 f(x) dx = 6 \int_{-1}^1 f(x) dx \text{이 나오고}$$

$p(1) = a + b, p(-1) = -a - b$ 이므로 다음 식을 얻을 수 있다.

$$(a+b)(f^{(2)}(1) + f^{(2)}(-1)) = 6(a+1) \int_{-1}^1 f(x) dx \quad (*)$$

- $f(x)$ 를 임의로 정할 수 있기 때문에 항등식이 되려면 $a = -1, b = 1$ 이 되어야 한다.

[생명과학 문제 4-1 예시 답안]

- 제시문 (나)에서 작용할 것이다.

유전자 a 가 돌연변이된 mt1은 동화 작용 효율이 낮기 때문에 제시문 (가)에 근거하여 물질을 합성하는 광합성에 문제가 있다는 것을 의미한다. 그러나 이 돌연변이체의 세포내 이산화탄소의 농도는 정상이므로 유전자 a 는 제시문 (나)에 근거하여 엽록체에서 포도당의 합성에 관여한다. mt1에서 ATP의 농도가 낮은 이유는 포도당의 합성이 저해되어 에너지원이 없기 때문에 생기는 결과로 판단된다. 유전자 b 가 돌연변이된 mt2는 이화 작용 효율이 낮고, 이는 물질분해가 안 된다는 것을 의미한다. 그러므로 mt2는 제시문 (나)에 근거하여 미토콘드리아에서 세포 호흡에 문제가 있다는 것을 알 수 있다. 결과적으로 유전자 b 는 미토콘드리아에서 세포 호흡에 관여 할 것이다.

[생명과학 문제 4-2 예시 답안]

- 돌연변이 DNA를 ㉠과 ㉡ 제한효소를 사용해서 DNA를 잘랐을 경우 전기 영동 결과에서 예상했던 길이의 절편이 관찰됐기

때문에, ㉠제한 효소 작용부위와 ㉡제한 효소 작용부위는 정상적으로 존재한다는 것을 알 수 있다. 그러나, ㉢과 ㉣ 제한 효소를 처리 한 경우 ㉡작용부위는 정상이므로 ㉢제한 효소 작용 부위가 정상이라면 1.3, 0.9, 1.7, 4.5 kb 길이의 DNA 절편이 관찰되어야 하지만, 결과적으로 0.9와 1.7 kb 길이의 DNA 절편 대신 2.6 kb 길이의 DNA 절편이 나왔다. 이는 제한효소㉢이 인식하는 부위의 DNA 염기서열이 돌연변이가 됐다는 것이고, 이 DNA가 단백질로 발현될 경우 이 부위를 암호하는 아미노산의 종류가 정상과 다를것이라는 것을 유추할 수 있다. 그러므로 제시문 (라)에 근거하여 돌연변이 DNA에서 발현하는 단백질은 프로모터에 결합하지 않아서 제대로 된 기능을 하지 못할 것으로 추론할 수 있다.

[물리 문제 4-1 예시 답안]

- 제시문 (가)에서 이상 기체는 $PV = Nk_B T$ 를 만족하므로 처음에 부피가 V_0 일 때의 온도는 $\frac{P_0 V_0}{Nk_B}$ 이고 나중에 부피가 $2V_0$ 일 때의 온도는 $\frac{2P_0 V_0}{Nk_B}$ 이다.
- 한편 제시문 (나)에서 단원자 분자로 이루어진 이상 기체의 내부 에너지 U 는 $U = \frac{3}{2} Nk_B T$ 이므로 처음에 부피가 V_0 일 때의 내부 에너지는 $\frac{3}{2} Nk_B \frac{P_0 V_0}{Nk_B} = \frac{3}{2} P_0 V_0$ 이고 나중에 부피가 $2V_0$ 일 때의 내부 에너지는 $\frac{3}{2} Nk_B \frac{P_0 V_0}{Nk_B} = \frac{3}{2} P_0 V_0$ 이다.
- 내부 에너지 변화 ΔU 는 $\Delta U = 3P_0 V_0 - \frac{3}{2} P_0 V_0 = \frac{3}{2} P_0 V_0$ 이다.

[물리 문제 4-2 예시 답안]

- 제시문 (라)에서 이상적인 스텔링 기관은 두 번의 등적 과정과 두 번의 등온 과정을 거친다. 문제에서 가열 과정은 등적 과정이고 압축 과정은 등온 과정이다. 팽창 과정은 등적 과정일 수 없으므로 작동 기체의 절대 온도가 고열원의 절대 온도 $2T_0$ 과 같이 유지되는 등온 과정이다.
- 또한 제시문 (라) 및 문제에서 주어진 $P-V$ 그래프에서 팽창 과정에서 작동 기체의 처음 부피는 압축 과정에서 작동 기체의 나중 부피 V_0 과 같고 팽창 과정에서 작동 기체의 나중 부피는 압축 과정에서 작동 기체의 처음 부피 $2V_0$ 과 같다.
- 팽창 과정은 등온 과정이므로, 제시문 (나)의 식 $U = \frac{3}{2} Nk_B T$ 에 따라 $\Delta U = 0$ 이고, 제시문 (다)의 식 $\Delta U = Q - W$ 에 따라 $Q = W$ 이다. 제시문 (다)에 의하면 $P-V$ 그래프에서 W 는 그래프가 그리는 면적에 해당한다.
- 제시문 (가)의 식 $PV = Nk_B T$ 를 이용하면 팽창 과정에서 $PV = Nk_B (2T_0)$ 이므로 $P = \frac{Nk_B (2T_0)}{V}$ 이 성립한다.
- 따라서 $Q = W = \int_{V_0}^{2V_0} P dV = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{2Nk_B T_0}{V} dV = 2Nk_B T_0 \ln 2$ 를 얻는다.

[화학 문제 4-1 예시 답안]

- 보어의 원자 모형에서 각 전자 껍질의 에너지 준위는 다음과 같다.

$$E_n = -\frac{1312}{n^2} \text{ (kJ/mol)} \quad (n = 1, 2, 3, 4, \dots)$$

- 제시문에서 발머 계열은 들뜬 상태의 전자가 L전자 껍질 ($n=2$)로 떨어지면서 가시광선을 방출하는 계열인데, 그 중 가장 짧은 파장(λ_1)은 에너지가 가장 큰 것이므로 $n = \infty \rightarrow n = 2$ 로 전이할 때 방출되는 에너지이다. 따라서,

$$\Delta E_1 = -1312 \left[\frac{1}{\infty^2} - \frac{1}{2^2} \right] = \frac{1312}{4} \text{ kJ/mol} \quad (= 328 \text{ kJ/mol})$$

- 제시문에서 라이먼 계열은 들뜬 상태의 전자가 K전자 껍질 ($n=1$)로 떨어지면서 자외선을 방출하는 계열인데, 그 중 가장 긴 파장(λ_2)은 에너지가 가장 작은 것이므로 $n = 2 \rightarrow n = 1$ 로 전이할 때 방출되는 에너지이다. 따라서,

$$\Delta E_2 = -1312 \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right] = \frac{1312 \times 3}{4} \text{ kJ/mol} \quad (= 984 \text{ kJ/mol})$$

- $\Delta E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$ 이므로 $\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$

따라서

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{hc/\Delta E_1}{hc/\Delta E_2} = \frac{\Delta E_2}{\Delta E_1} = \frac{1312 \times 3}{1312} = 3$$

[화학 문제 4-2 예시 답안]

- 27°C에서 퍼센트 농도가 18%인 포도당 수용액의 삼투압을 구하기 위해서는 몰 농도를 알아야 하므로, 우선 퍼센트 농도를 몰 농도로 변환해야 한다.

- 문제에서 이 포도당 용액의 밀도가 1.54 g/mL이므로, 포도당 수용액 1000mL의 질량은 1540g이다.

- 용액의 퍼센트 농도가 18%이므로 포도당의 질량은 $1540 \text{ g} \times \frac{18\%}{100\%} = 277.2 \text{ g}$ 이다.

- 따라서, 이 용액의 몰 농도는 $\frac{277.2 \text{ g}}{180 \text{ g/mol}} / 1\text{L} = 1.54 \text{ M}$

- 제시문에 있는 반트 호프식을 이용하여 삼투압을 구하면,

$$\Pi = CRT = 1.54 \text{ mol/L} \times 0.082 \text{ L}\cdot\text{atm/mol}\cdot\text{K} \times 300 \text{ K} = 37.97 \text{ atm}$$

- 또한 이 용액의 ΔT_f 를 구하기 위해서는 용액의 퍼센트 농도를 몰랄 농도로 변환해야 한다.

● 18% 포도당 수용액 100g은 물 82g과 포도당 18g으로 되어 있으므로, 이 포도당 용액의 몰 수는 $\frac{18 \text{ g}}{180 \text{ g/mol}} = 0.1 \text{ mol}$

● 따라서, 이 포도당 용액의 몰랄 농도는 $\frac{0.1 \text{ mol}}{0.082 \text{ kg}} = 1.22 \text{ m}$

● 제시문에 있는 관계식과 주어진 물의 K_f 를 이용하여 이 용액의 ΔT_f 를 구하면,

$$\Delta T_f = K_f \times m = 1.86^\circ\text{C/m} \times 1.22 \text{ m} = \mathbf{2.27^\circ\text{C}}$$

