

---

# 2015학년도 중앙대학교

## 수시 일반 논술

---

### - 자연계열 I 문제지 -

대학	학과(학부)	수험번호	성명

#### □ 답안 작성 시 유의 사항

1. 문제지는 표지를 제외하고 모두 7장으로 구성되어 있습니다.
2. 연습지가 필요할 경우 문제지의 여백을 이용하십시오.
3. 답안지의 수험번호 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하고, 답안은 흑색 필기구를 사용하여 작성하십시오.
4. 답안지는 한 장만 사용하십시오.
5. 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마십시오.
6. 답안은 반드시 문항별로 지정된 구역에만 작성하십시오. (지정 구역을 벗어난 답안은 채점이 불가능합니다.)
7. [문제 4]는 생명과학, 물리, 화학 중 본인이 선택한 한 과목만 답안을 작성하십시오. (다른 과목의 답안을 작성하면 0점 처리됩니다.)



CHUNG-ANG UNIVERSITY

## [수학]

[문제 1] 공과 주사위를 이용하여 상금이 결정되는 게임이 있다. 바구니 안에 1~6까지 번호가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있다. 이 바구니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낸 후, 주사위를 던져서 4 이하의 눈이 나오면 꺼낸 공의 번호에 1000원을 곱한 금액을 상금으로 받으며, 주사위를 던져서 5 또는 6의 눈이 나오면 바구니에서 꺼낸 공의 번호에 관계없이 2000원을 상금으로 받는다. 특별히 주사위의 눈이 공의 번호와 일치할 경우, 상금은 두 배가 된다. 이 게임에서 상금의 기댓값을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음 제시문 (가)-(다)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 다항식  $A$ 를 다항식  $B(B \neq 0)$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q$ , 나머지를  $R$ 이라 하면

$$A = BQ + R \quad (\text{단, } R \text{의 차수는 } B \text{의 차수보다 낮다.})$$

의 꼴로 나타낼 수 있다.

(나)  $x$ 에 대한 두 다항식  $f(x), g(x)$  (단,  $g(x) \neq 0$ )에 대해  $\frac{f(x)}{g(x)}$ 의 꼴로 나타내어지는

식을 유리식이라 한다. 특히,  $g(x) = 1$ 이면  $\frac{f(x)}{g(x)}$ 는 다항식이다. 예를 들어, 아래의 식은 모두 유리식이다.

$$\frac{5x-2}{2x^2-3x+4}, \quad \frac{2x^3+3}{-2x^2+5x+3}, \quad 2x^3+5x^2-8$$

(다)  $C \neq D$ 일 때,  $\frac{1}{CD} = \frac{1}{D-C} \left( \frac{1}{C} - \frac{1}{D} \right)$ 이 성립한다.

[문제 2-1] 다항식  $x^{10} + x^9 + x^8 + \cdots + x^2 + x + 1$ 을  $(x+1)^3$ 으로 나눈 나머지를  $a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 라 할 때, 계수  $a, b, c$ 를 각각 구하시오. [10점]

[문제 2-2]  $\int \frac{10x+p}{x^2(x+1)^2} dx$ 가  $x$ 에 대한 유리식이 되도록 상수  $p$ 를 정하시오. [10점]

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 문제에 답하시오.

아래 왼쪽 그림에서 원을 포함하는 평면  $m$ 과 이 평면의  $x$  축을 공유하는 평면  $n$ 이 있고, 두 평면이 이루는 각이  $\alpha$ 이다. 평면  $m$  위의 원을 평면  $n$  위에 정사영하면 타원이 되고, 이 타원의 넓이는 원의 넓이에  $\cos \alpha$ 를 곱한 것과 같다.

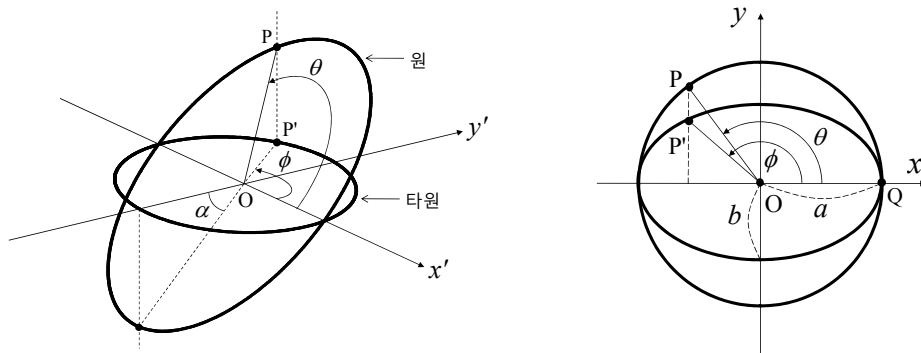
평면  $m$  위에 반지름이  $a$ 이며, 중심이 원점인 원이 있을 때, 이 원 위의 점  $P$ 의 좌표  $(x, y)$ 는 다음과 같다.

$$x = a \cos \theta, \quad y = a \sin \theta, \quad 0 \leq \theta < 2\pi$$

여기서  $\theta$ 는 원점과 점  $P$ 를 연결한 선이  $x$  축과 이루는 양의 각도이다. 이 원을 평면  $n$  위에 정사영하면 장축의 길이가  $2a$ 이고, 단축의 길이가  $2b$ 인 타원이 된다. 이때  $\cos \alpha = b/a$ 이다. 원 위의 점  $P$ 는 타원 위의 점  $P'$ 로 정사영되고, 타원을 포함하는 평면  $n$ 의 좌표계에서  $P'$ 의 좌표  $(x', y')$ 는 다음과 같다.

$$x' = a \cos \theta, \quad y' = b \sin \theta, \quad 0 \leq \theta < 2\pi$$

평면  $m$  위의 좌표계와 평면  $n$  위의 좌표계를 일치시켜 타원과 원의 관계를 나타내면 아래 오른쪽 그림과 같다.



[문제 3-1] 제시문에서  $\phi$ 는 선분  $OP'$ 이  $x$  축과 이루는 양의 각도이다. 제시문에 근거하여  $P'$ 의 좌표  $(x', y') = (a \cos \theta, b \sin \theta)$ 를  $\tan \phi$ 로 나타내시오. 단,  $0 \leq \phi < \pi/2$ 이다. [10 점]

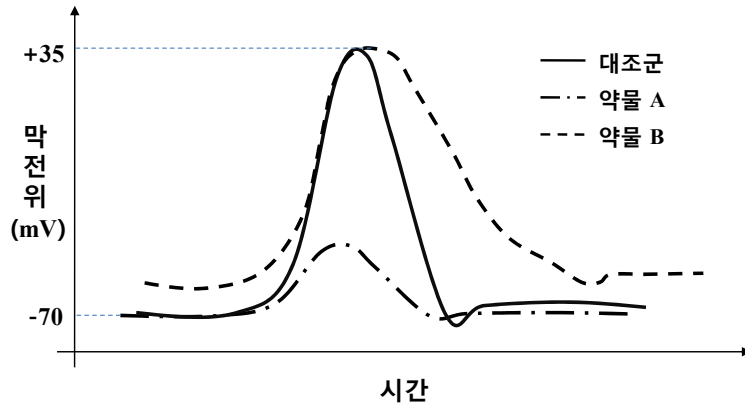
[문제 3-2] 제시문에 주어진 타원의 장축의 길이가  $2\sqrt{3}$ , 단축의 길이가 2,  $\phi = \pi/4$  일 때, 제시문에 근거하여 부채꼴  $OQP'$ 의 면적을 구하시오. [20 점]

## [생명과학]

[문제 4] 다음 제시문 (가)-(라)를 읽고 문제에 답하시오.

- (가) 자극을 받지 않았을 때 신경세포(뉴런)의 세포막에 형성되어 있는 막전위를 측정해 보면 뉴런의 내부는 음(-)으로, 외부는 양(+)으로 대전되어 전위차가 나타난다. 이때 형성되는 세포막 내외의 전위차를 휴지 전위라고 한다. 사람의 경우 휴지 전위는 약  $-70\text{ mV}$ 이며,  $\text{Na}^+$ - $\text{K}^+$  펌프와  $\text{Na}^+$  통로 및  $\text{K}^+$  통로에 의해 유지되고 있다. 세포 안팎의 농도 차에 따라  $\text{Na}^+$ 은 세포 내부로,  $\text{K}^+$ 은 세포 외부로 확산되려고 하는데, 이온은 지질 성분의 세포막을 통과하지 못하므로 각각  $\text{Na}^+$  통로와  $\text{K}^+$  통로를 통해 세포 안팎으로 확산된다. 이때  $\text{Na}^+$  통로에 비해  $\text{K}^+$  통로가 열려 있는 것이 더 많아  $\text{Na}^+$ 에 비해  $\text{K}^+$ 의 투과도가 더 높다. 이 때문에  $\text{K}^+$ 이 세포 외부로 빠져나가고, 또 내부에 존재하는 단백질이 (-) 전하를 띠고 있기 때문에 뉴런 내부는 (-), 뉴런 외부는 (+)가 되며, 막 내외의 전위차가  $-70\text{ mV}$  정도가 되면 평형을 이루게 된다.
- (나) 활동 전위는 뉴런의 막전위가 휴지 전위에서 시작하여 최대치로 올라갔다가, 다시 휴지 전위로 되돌아오는 신경 신호를 말한다. 활동 전위를 이루는 전기적 변화를 살펴보면, 충분히 강한 자극을 뉴런에 주면 일부  $\text{Na}^+$  통로가 열려 세포 외부의  $\text{Na}^+$ 이 세포 내부로 확산되어 들어와 막전위가 역치 전위인  $-50\text{ mV}$ 까지 올라간다. 역치 전위에 이르면 더 많은  $\text{Na}^+$  통로가 열리게 되며, 세포 외부의  $\text{Na}^+$ 이 세포 내부로 대량 확산되어 들어오게 되고, 이에 따라 이 부분의 막전위가  $+35\text{ mV}$ 로 역전된다. 막전위가 최고점에 이르면 세포막의 투과성이 변하고  $\text{Na}^+$  통로가 닫혀 불활성화되며,  $\text{K}^+$  통로가 열려  $\text{K}^+$ 이 세포 밖으로 확산되어 나가게 된다. 이에 따라 막전위는 빠른 속도로 원래의 휴지 전위 이하로 떨어지는 재분극이 일어난다. 재분극 이후 세포막의 투과성이 원래대로 회복됨에 따라  $\text{Na}^+$ - $\text{K}^+$  펌프가  $\text{Na}^+$ 을 세포 밖으로,  $\text{K}^+$ 을 세포 안으로 이동시켜 이온을 재배치함으로써 막전위는 휴지 전위 상태를 회복한다.
- (다) 흥분이 축삭 돌기 말단에 도달하면  $\text{Ca}^{2+}$ 이 유입되면서 말단에 있는 시냅스 소포에서 아세틸콜린과 같은 신경 전달 물질이 시냅스 틈으로 분비된다. 신경 전달 물질은 시냅스 틈으로 확산되어, 다음 뉴런 또는 근육과 같은 흥분성 세포의 세포막에 있는 이온 통로가 열리게 한다. 충분한 양의 이온 통로가 열리면, 다음 뉴런의 세포막에서 탈분극이 일어나 흥분이 전달된다. 한편, 시냅스에서 흥분은 축삭 돌기에서 다음 뉴런의 가지 돌기나 세포체로만 전달되며 반대 방향으로 전달되지 않는다. 그 이유는 신경 전달 물질을 분비하는 시냅스 소포가 축삭 돌기 말단에만 있기 때문이다.
- (라) 운동 뉴런의 말단은 근육 섬유막과 시냅스처럼 좁은 틈을 두고 접해 있다. 흥분이 운동 뉴런을 따라 전도되어 축삭 돌기 말단에 도달하면 시냅스 소포에서 아세틸콜린이 분비되고, 아세틸콜린이 근육 섬유막으로 확산되면 근육 섬유막에 있는 아세틸콜린 수용체를 활성화시켜서 근육 섬유막이 탈분극됨으로써 활동 전위가 발생한다. 이 활동 전위가 근육 원섬유에 전달되면 근육 원섬유 마디가 짧아져 근육이 수축하게 된다. 근육 섬유는 역치 이상의 자극에서는 자극의 세기와 관계없이 반응의 크기가 항상 일정하다.

[문제 4-1] 다음 그래프는 뉴런에 약물 A와 약물 B를 각각 처리한 후, 자극이 주어졌을 때 막전위의 변화를 측정한 결과이다. 약물 A와 약물 B에 의해 막전위의 변화가 대조군과 다르게 나타난 이유를 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 대조군에는 약물을 처리하지 않았다. [10점]



[문제 4-2] 초파리 유전자  $a, b, c$ 가 신경 활성화와 근육 수축에 미치는 영향을 알아보기 위해, 정상 초파리, 한 개의 유전자만 조작된 단일 돌연변이 초파리, 두 개의 유전자가 조작된 이중 돌연변이 초파리를 이용하여 실험을 수행하였다. 초파리의 운동 뉴런에서 활동 전위의 생성 여부와 근육의 수축 여부를 측정하여 <표 1>에 정리하였다. 추가로, 초파리의 근육에 아세틸콜린을 처리한 후, 근육의 수축 여부를 <표 2>에 정리하였다. 이 결과들을 종합하여 활동 전위 생성 및 근육 수축 과정에서 유전자  $a, b, c$ 로부터 발현되는 단백질의 역할을 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [20점]

<표 1>

	정상 개체	단일 돌연변이			이중 돌연변이	
		$a$	$b$	$c$	$a, b$	$b, c$
활동 전위 생성	○	X	○	○	X	○
근육 수축	○	X	X	X	X	X

○: 있음 X: 없음

<표 2>

	정상 개체	단일 돌연변이			이중 돌연변이	
		$a$	$b$	$c$	$a, b$	$b, c$
아세틸콜린 처리 후 근육 수축	○	○	○	X	○	X

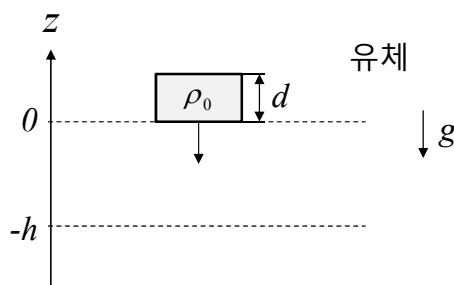
○: 있음 X: 없음

**[물리]**

**[문제 4]** 다음 제시문 (가)-(다)를 읽고 문제에 답하시오.

- (가) 유체에 잠긴 물체에 작용하는 부력은 잠긴 부분의 부피에 해당하는 유체의 무게와 같다. 밀도가  $\rho$ 인 유체에 부피  $V$ 만큼 물체가 잠겼을 때, 이 물체가 받는 부력은  $F = \rho Vg$ 가 된다. 여기서  $g$ 는 중력 가속도이며, 중력과 부력의 합이 물체에 작용하는 알짜힘이다.
- (나) 용수철에 힘이 작용하여 용수철이  $x$ 만큼 늘어났을 때  $x$ 는 용수철에 작용한 힘에 비례한다. 따라서 길이가  $x$ 만큼 늘어난 용수철이 원래의 길이로 되돌아가려는 탄성력은  $F = -kx$ 이다. 이를 훅의 법칙이라고 한다. 여기서 (-)는 탄성력과 용수철의 변위가 반대 방향이라는 의미이며,  $k$ 는 용수철의 특성에 따라 정해지는 용수철 상수이다. 용수철 상수가  $k$ 인 용수철에 질량  $m$ 인 물체를 매달아 진동시키면 주기는  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ 이다.
- (다) 가속도가 일정한 운동을 등가속도 운동이라 하는데, 이것은 속도가 시간에 따라 일정하게 변하는 운동이다. 가속도가  $a$ 로 일정한 경우, 처음 시각을  $0$ , 나중 시각을  $t$ , 처음 속도를  $v_0$ , 나중 속도를  $v$ 라고 하면  $v = v_0 + at$ 의 식이 성립한다. 시간  $t$ 동안 움직인 변위는 속도-시간 그래프의 아래 면적에 해당하며, 등가속도 운동에서 처음 시각을  $0$ , 나중 시각을  $t$ , 처음 속도를  $v_0$ , 처음 위치를  $0$ , 나중 위치를  $s$ 라고 하면  $s = v_0t + at^2/2$ 이 성립한다.

**[문제 4-1]** 넓은 공간에 밀도가  $\rho_1$ 인 유체가 가득 차 있다. 이 공간에서 다음 그림과 같이  $z=0$ 에 정지해 있던 직육면체 형태의 물체가 낙하를 시작하였다. 물체의 두께가  $d$ , 밀도가  $\rho_0$ 일 때 물체가  $h$ 만큼 낙하하여  $z=-h$ 에 도달할 때까지 소요되는 시간을 구하는 과정을 위 제시문에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단,  $\rho_1 < \rho_0$ 이고, 중력 가속도는  $g$ 이며, 부력과 중력을 제외한 다른 힘은 없다고 가정한다. [10점]



**[문제 4-2]** [문제 4-1]에서 유체의 밀도가  $z \geq 0$ 에서  $\rho_1$ ,  $z < 0$ 에서  $\rho_2$ 이고, [문제 4-1]에서와 동일한 물체가 위 그림과 같이  $z=0$ 에 정지해 있다가 낙하를 시작한다고 하자. 위 제시문에 근거하여 이 물체의 운동이 주기 운동이 됨을 보이고, 그 주기를 구하는 과정을 논리적으로 설명하시오. 단,  $\rho_1 < \rho_0 < (\rho_1 + \rho_2)/2$ 이고, 중력 가속도는  $g$ 이며, 부력과 중력을 제외한 다른 힘은 없다고 가정한다. [20점]

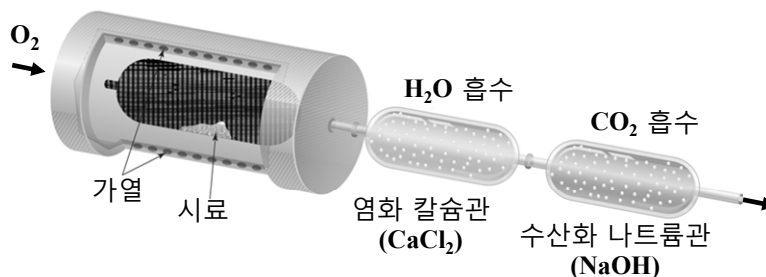
## [화학]

[문제 4] 다음 제시문 (가)-(라)를 읽고 문제에 답하시오.

- (가) 탄소 화합물 중에서 가장 기본이 되는 것은 탄소(C) 원자와 수소(H) 원자로만 이루어진 탄화수소이다. 탄소 원자 사이에 단일 결합으로 이루어진 탄화수소를 포화 탄화수소라고 하며, 사슬 모양의 포화 탄화수소를 알케인이라고 한다. 알케인에는 메테인( $\text{CH}_4$ ), 에테인( $\text{C}_2\text{H}_6$ ), 프로페인( $\text{C}_3\text{H}_8$ ) 등이 있다. 탄소 원자 사이에 이중 결합이나 삼중 결합으로 이루어진 탄화수소를 불포화 탄화수소라고 하며 이중 결합을 가지고 있는 사슬 모양의 불포화 탄화수소를 알켄이라고 한다. 알켄에는 에텐( $\text{C}_2\text{H}_4$ ), 프로펜( $\text{C}_3\text{H}_6$ ) 등이 있다. 한편 삼중 결합을 가지고 있는 사슬 모양의 불포화 탄화수소를 알카인이라고 하며, 알카인에는 에타인( $\text{C}_2\text{H}_2$ ), 프로파인( $\text{C}_3\text{H}_4$ ) 등이 있다.
- (나) 공유 결합을 형성하는 원자들은 중심 원자와  $180^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $109.5^\circ$  등 일정한 결합각을 이룬다. 공유 결합 분자에서 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍들은 서로 같은 전하를 띠고 있으므로 반발력이 최소가 되기 위해서 최대한 멀리 떨어져 있으려고 한다. 이를 전자쌍 반발 이론이라고 한다.
- (다) 화합물을 이루는 원소의 종류와 수를 알아내는 실험을 원소 분석이라고 한다. 탄소(C), 수소(H), 산소(O)로 이루어진 화합물의 시료를 완전 연소시켰을 때 생성되는 이산화 탄소( $\text{CO}_2$ )와 물( $\text{H}_2\text{O}$ )의 질량을 측정하여 성분 원소인 탄소(C), 수소(H), 산소(O)의 질량비를 알아낸다. 각 성분의 질량을 각 성분의 원자량으로 나누어 주면 조성비를 구할 수 있다. 조성비를 구한 후, 구성 원소의 원자 개수의 비율을 가장 간단한 정수비로 나타낸 식을 실험식이라고 한다. 탄소(C), 수소(H), 산소(O)의 원자량은 각각 12, 1, 16이다.
- (라) 아보가드로 법칙에 따르면 모든 기체는 온도와 압력이 같을 때, 같은 부피 속에 같은 수의 분자가 들어 있다. 분자 수가 같으면 몰수도 같으므로, 온도와 압력이 같은 조건에서 기체 1몰의 부피는 기체의 종류에 상관없이 같다.

[문제 4-1] 결합각의 최댓값이  $180^\circ$ 인 사슬 모양 탄화수소의 실험식이  $\text{C}_3\text{H}_5$ 로 결정되었다. 제시문 (가), (나), (다)에 근거하여, 이 사슬 모양 탄화수소의 분자량(g/mol)을 구하는 과정을 논리적으로 설명하고 그 구조식을 1개만 제시하시오. [10점]

[문제 4-2] 다음 그림과 같은 장치를 이용하여 액체 상태의 시료 X에 대해 원소 분석 실험을 수행하였다.



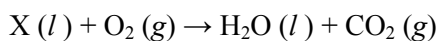
[원소 분석 장치]

시료 X를 원소 분석 장치에 넣고 가열하여 완전 연소시켰을 때 이산화 탄소(CO<sub>2</sub>)와 물(H<sub>2</sub>O)만 생성되었다. 원소 분석 장치에서 반응이 완결된 후 염화 칼슘(CaCl<sub>2</sub>)을 채운 염화 칼슘관에서 54 mg, 수산화 나트륨(NaOH)을 채운 수산화 나트륨관에서 132 mg의 질량 증가가 측정되었다. 시료 X의 원소 분석 실험을 통해 탄소(C)와 수소(H)의 몰수비가 결정되었고, 시료 X의 실험식을 결정하기 위해 추가적으로 진행된 실험과 그 결과는 다음과 같다.

- I. 소량의 시료 X를 넣은 실린더에 건조한 산소(O<sub>2</sub>) 기체를 채운 후 상온(25 °C)에서 실린더 내부의 부피를 측정하였다.
  - II. 실린더를 가열하여 연소 반응을 완결시킨 후 실린더를 냉각하여 상온(25 °C)으로 유지한 상태에서 실린더 내부의 부피를 측정하였다.
- 실험 결과 : 연소 반응 전과 후 실린더 내부의 부피

연소 반응 전	연소 반응 후
400 mL	300 mL

위의 실험 결과와 제시문 (다), (라)에 근거하여 시료 X의 실험식을 논리적으로 추론하시오. 단, 계수를 맞추지 않은 화학 반응식은 다음과 같고, 실린더 안의 액체 상태 물질의 부피는 무시할 정도로 작다. [20점]



- 끝 -