

## 예시 답안 / 채점 기준

### [수학]

[문제 1]

#### 예시 답안

▶ 확률변수  $X$ 를 A팀이 B팀과 하게 되는 경기 수라고 정의하면,  $X$ 가 가질 수 있는 값은 1, 2, ..., 10 이고 이에 대한 확률을 고려하면  $X$ 의 기댓값  $E(X)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \cdot (p+q) + 2 \cdot r \cdot (p+q) + 3 \cdot r^2 \cdot (p+q) + \cdots + 9 \cdot r^8 \cdot (p+q) + 10 \cdot \{r^9 \cdot (p+q) + r^{10}\} \\ &= (p+q) \cdot \{1 + 2 \cdot r + 3 \cdot r^2 + \cdots + 10 \cdot r^9\} + 10 \cdot r^{10} \\ &= (p+q) \cdot S + 10 \cdot r^{10} \end{aligned}$$

▶ 여기서  $S = 1 + 2 \cdot r + 3 \cdot r^2 + \cdots + 10 \cdot r^9$ 로 정의하고,  $X = 10$ 인 확률은 9번 무승부 후 10번째 승부가 나는 경우와 10번 모두 무승부가 되는 경우를 모두 고려해야 한다.

▶  $S$ 의 계산은  $r \cdot S$ 를 구하여 빼주면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (1-r) \cdot S &= 1 + r + r^2 + \cdots + r^9 - 10 \cdot r^{10} \\ &= \frac{1-r^{10}}{1-r} - 10 \cdot r^{10} \end{aligned}$$

▶  $p+q+r=1$ 의 조건으로부터  $(1-r) \cdot S = (p+q) \cdot S$ 이기 때문에  $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \frac{1-r^{10}}{1-r}$$

▶ 만일  $X = 10$ 일 확률을  $r^9$ 으로 놓고 계산해도 동일한 답을 얻을 수 있다.

#### 채점기준

1. 기댓값의 정의를 이용하여  $E(X)$ 를 올바르게 표현한 경우 +10점
2.  $X$ 가 갖는 값과 이에 대한 확률에 오류가 있는 경우 각 -3점
3.  $E(X)$ 의 식으로부터 이에 대한 계산을 올바르게 한 경우 +10점
4. 계산상 오류는 각 -3점

[문제 2-1]

#### 예시 답안

▶ 제시문 (나)에 주어진 공식으로부터  $\frac{1}{2\sqrt{n}} = \frac{c_n}{\sqrt{n^2+1}}$ 을 얻으므로,  $c_n = \frac{1}{2}\sqrt{n+\frac{1}{n}}$ 이다.

▶ 두 점  $(0, c_n)$ 과  $(p_n, q_n)$ 을 지나는 직선은  $y = nx$ 와 직교하므로  $-1 = n \cdot \frac{c_n - q_n}{-p_n} = n \cdot \frac{c_n - np_n}{-p_n}$ 이다.

▶ 식을 정리하여  $p_n = \frac{c_n}{n + \frac{1}{n}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{n+\frac{1}{n}}}{n + \frac{1}{n}} = \frac{1}{2\sqrt{n+\frac{1}{n}}}$ 이다.

— 채점기준

1.  $c_n$ 의 식을 제시하면 +5점
2.  $p_n$ 의 식을 제시하면 +5점

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능

[문제 2-2]

— 예시 답안

▶ 원점과 두 점  $(0, c_n), (p_n, q_n)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를  $a_n$ 이라 하고, 이 삼각형과 내접원 내부의 교집합이 이루는 부채꼴의 넓이를  $b_n$ 이라 하면  $A_n = 2(a_n - b_n)$ 이다.

▶  $a_n = \frac{1}{2}c_n p_n = \frac{1}{8}$  이고, 내접원의 반지름은 0으로 수렴하므로  $b_n \rightarrow 0$ 이다.

▶ 따라서  $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = \frac{1}{4}$ 이다.

— 채점기준

1. 원점과 두 점  $(0, c_n), (p_n, q_n)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 계산하면 +5점
2. 삼각형의 넓이와 부채꼴의 넓이를 이용하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$ 을 계산하면 +5점
3. (논리적인) 다른 방식으로  $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$ 을 정확히 계산하면 +10점

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능

[문제 3-1]

— 예시 답안

▶  $2f(t) + f(-t)$ 의 원시함수를  $F(t)$ 라 하면 다음을 만족한다.

$$F(2x-1) - F(1) = -8x^3 + 20x^2 + 22x - 34$$

▶ 양변을 미분하여  $2F'(2x-1) = -24x^2 + 40x + 22$ 를 얻는다.

▶  $F'(2x-1) = -3(2x-1)^2 + 4(2x-1) + 18$ 이므로  $2f(x) + f(-x) = F'(x) = -3x^2 + 4x + 18$ 이다.

— 채점기준

1.  $2f(t) + f(-t)$ 의 원시함수  $F(t)$ 를 고려하여  $2F'(2x-1) = -24x^2 + 40x + 22$ 를 얻으면 +5점
2. 식을 정리하여  $2f(x) + f(-x) = -3x^2 + 4x + 18$ 을 정확히 얻으면 +5점
3. (논리적인) 다른 방식으로  $2f(x) + f(-x)$ 을 정확히 계산하면 +10점

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능.

[문제 3-2]

예시 답안

- ▶  $2f(x) + f(-x) = -3x^2 + 4x + 18$ 에  $x$ 대신  $-x$ 를 대입하여 또 하나의 식  $2f(-x) + f(x) = -3x^2 - 4x + 18$ 를 얻는다. 두 식을 연립하여  $f(x) = -x^2 + 4x + 6$ 을 얻는다.
- ▶  $x > 0$ 일 때,  $x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{2}{x}} = 2\sqrt{2}$ 이다.  $f(x)$ 는 대칭축이  $x = 2$ 이고 위로 볼록한 이차함수의 그래프를 가지므로  $f\left(x + \frac{2}{x}\right)$ 는  $x + \frac{2}{x} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 최댓값  $-2 + 8\sqrt{2}$ 를 가진다.

[별해]

- ▶  $2f(x) + f(-x) = -3x^2 + 4x + 18$ 에  $x$ 대신  $-x$ 를 대입하여 또 하나의 식  $2f(-x) + f(x) = -3x^2 - 4x + 18$ 를 얻는다. 두 식을 연립하여  $f(x) = -x^2 + 4x + 6$ 을 얻는다.
- ▶  $f'(x) = -2x + 4$ 이므로  $\left[f\left(x + \frac{2}{x}\right)\right]' = f'\left(x + \frac{2}{x}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)' = \left\{-2\left(x + \frac{2}{x}\right) + 4\right\} \cdot \left(1 - \frac{2}{x^2}\right)$ 이다.
- ▶ 모든  $x > 0$ 에 대하여  $x + \frac{2}{x} \neq 2$ 이므로  $\left[f\left(x + \frac{2}{x}\right)\right]' = 0$ 을 만족하는  $x$ 는  $1 - \frac{2}{x^2} = 0$ 의 근이다.

$1 - \frac{2}{x^2} = 0$ 과  $x > 0$ 으로부터  $x = \sqrt{2}$ 를 얻고 이 때  $f\left(x + \frac{2}{x}\right)$ 는 최댓값  $-2 + 8\sqrt{2}$ 를 가진다.

채점기준

1.  $f(x) = -x^2 + 4x + 6$ 을 정확히 계산하면 +7점
  2.  $x > 0$ 일 때,  $x + \frac{2}{x}$ 가 취할 수 있는 값의 범위를 정확히 계산하면 +6점
  3.  $f\left(x + \frac{2}{x}\right)$ 는 최댓값  $-2 + 8\sqrt{2}$ 을 정확히 계산하면 +7점
- ※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능

## [생명과학]

[문제 4-1]

### 예시 답안

제시문 (나)에서 리소좀의 가수분해 효소는 중성이나 강산성 환경에서는 잘 작용하지 못한다고 언급했고, 제시문 (나)에서 소개된 소화기관인 입, 위, 소장은 각각 약산, 강산, 중성의 환경이므로 리소좀의 가수분해 효소는 위의 강산성 환경이나 소장은 중성 환경이 아닌 입안의 약산성 환경에서 음식물 소화작용에 효과적으로 작용할 것이다.

### 채점기준

1. 각 소화기관의 pH환경이 약산성, 강산성, 중성 환경이라는 표현이 있으면 +5점
2. 리소좀 효소는 입안에서 잘 작용할 것이라는 문장이 있으면 +5점

[문제 4-2]

### 예시 답안

- ▶ 제시문 (다)에 근거하여  $^{32}\text{P}$ 가 포함되어 있는 핵산은 rRNA 일 것이고 이는 리보솜을 구성하고 있으므로 세포 소기관 B, C는 리보솜이 존재하는 세포 소기관이다.
- ▶ 표에서 소기관 B는  $^{32}\text{P}$ 만 검출되는 반면 소기관 C에서는  $^{32}\text{P}$ 와  $^{35}\text{S}$ 가 다 검출되므로, 소기관 B는 핵이고 소기관 C는 거친면 소포체이다.
- ▶ 돌연변이 세포 I의 경우 소기관 B에서 많이 검출된  $^{32}\text{P}$ 가 소기관 C에서는 소량 검출되었으므로 핵공에 의한 리보솜의 이동이 저해되어 단백질의 합성 자체가 감소해 있는 경우이다.
- ▶ 제시문 (라)에 근거하여 소기관 A와 소기관 B는 소낭과 골지체인데, 돌연변이 세포 II의 경우 소기관 D에서는  $^{35}\text{S}$ 로 표지된 단백질이 검출되었지만 소기관 A에서는 검출되지 않았으므로 소기관 D는 소포체에서 골지체로 단백질을 이동시켜주는 소낭이고 소기관 A는 골지체를 알 수 있다.
- ▶ 따라서 돌연변이 세포 II는 소낭이 골지면과 융합되는 과정에서 돌연변이가 생긴 세포이다.

### 채점기준

1.  $^{32}\text{P}$ 의 이동 비교를 통해 B가 핵이고, C가 거친면 소포체를 유추했으면 +5점
2. 돌연변이 세포 I은 핵공을 통한 리보솜 이동에 이상이 생겨서 단백질 합성이 저해되어 분비가 안된다는 내용이 있으면 +5점
3.  $^{35}\text{S}$ 의 이동 비교를 통해 A가 골지체이고, D가 소낭인 것을 유추했으면 +5점
4. 돌연변이 세포 II는 소낭과 골지면의 융합에 문제가 있어서 단백질 분비가 안된다는 내용이 있으면 +5점

## [물리]

### [문제 4-1] 예시 답안

- ▶ 물체에 일정한 힘이 가해지는 상황이므로 가속도가 일정하다.
- ▶ 초기 속도가 0 이므로 가속도를  $a$  라고 할 때 시간  $t$  에 따른 변위  $S$  는 다음과 같다.

$$S = \frac{1}{2}at^2$$

- ▶ 그래프를 참고하면  $t = 10$  에서  $S = 500$  이므로  $a = 10$  ( $m/s^2$ ) 이고, 물체의 질량이  $1\text{ kg}$  이므로 힘은  $10$  ( $N$ ) 이다.
- ▶  $5$  초 ~  $10$  초 사이의 변위는  $500 - 125 = 375$  이므로 일의 양은  $10 \times 375 = 3750$  ( $J$ ) 이다.

### 채점기준

1. 가속도가 일정할 때 시간에 따른 변위의 식을 바르게 쓰면 +2점
2. 가속도와 변위의 식을 이용하여 가속도의 크기를 맞게 구하면 +3점
3. 변위와 힘을 곱하여 일의 양을 바르게 구하면 +5점  
(최종 답안에서 일의 단위를 쓰지 않으면 감점 -2점)

### [문제 4-2] 예시 답안

- ▶ 각도  $\theta$  로 던진 물체가 중력에 의해 포물선 운동을 하므로  $x, y$  방향 변위는 시간에 따라 다음과 같이 변한다.

$$x = 10 \cdot \cos \theta \cdot t$$

$$y = 10 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 10 \cdot \sin \theta \cdot t - 5t^2$$

- ▶ 원점에서 물체까지 직선 거리를  $S$  라고 하면, 다음과 같이 계산된다.

$$S = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{100 \cdot t^2 - 100 \cdot \sin \theta \cdot t^3 + 25 \cdot t^4}$$

- ▶ 순간 속도에 해당하는 기울기  $dS/dt$  를 구하면 다음과 같다. (단,  $t > 0$ )

$$dS/dt = \frac{200 \cdot t - 300 \cdot \sin \theta \cdot t^2 + 100 \cdot t^3}{2 \cdot \sqrt{100 \cdot t^2 - 100 \cdot \sin \theta \cdot t^3 + 25 \cdot t^4}} = \frac{50 \cdot t \cdot (2 - 3 \cdot \sin \theta \cdot t + t^2)}{\sqrt{100 \cdot t^2 - 100 \cdot \sin \theta \cdot t^3 + 25 \cdot t^4}}$$

- ▶ 그림 B에서  $dS/dt$  는 단조증가함수이고  $dS/dt = 0$  이 되는 상황이 1회만 발생했으므로,  $dS/dt$  의 분자에 있는  $2 - 3 \cdot \sin \theta \cdot t + t^2$  항이 중근을 가져야 함을 알 수 있다. 따라서 던진 각도에 관한 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad \cos \theta = \frac{1}{3}$$

- ▶ 던진 물체가 다시 지상에 도착하는 시간은 다음과 같다.

$$y = 10 \cdot \sin \theta \cdot t - 5t^2 = 0 \quad \therefore t = 2 \cdot \sin \theta = \frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ (초)}$$

▶  $x$  방향 운동은 등속도 운동이므로, 도달 거리는 다음과 같다.

$$x = 10 \cdot \cos \theta \cdot t = \frac{40\sqrt{2}}{9} \text{(m)}$$

— **채점기준**

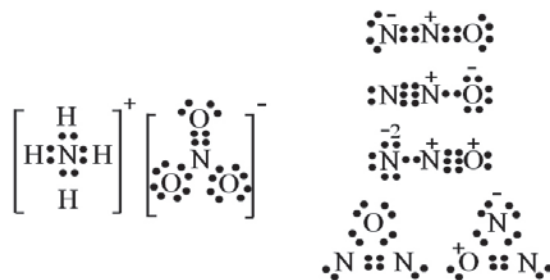
1.  $x$ ,  $y$  방향 변위의 식을 바르게 쓰면 각각 +3점
2. 직선 거리의 식을 바르게 구하면 +2점, 그 미분을 통해 식을 전개하면 +2점
3. 미분된 식과 그래프의 형태를 통해  $\sin \theta$ 의 값을 바르게 계산하면 +5점
4.  $x$  방향 도달 거리를 바르게 구하면 +5점 (최종 답의 단위가 빠진 경우 감점 -2점)

**[화학]**

[문제 4-1]

— **예시 답안**

▶ 제시문 (가)에 근거하여 가능한 질산암모늄[NH<sub>4</sub>NO<sub>3</sub>(s)]과 아산화 질소[N<sub>2</sub>O(g)]의 루이스 전자점식은 다음과 같다.



▶ 제시문(나)의 전자쌍 반발 이론을 이용하면 질산암모늄[NH<sub>4</sub>NO<sub>3</sub>(s)]의 암모늄 이온은 네 개의 공유 전자쌍들이 반발하여 서로 가장 먼 거리에 위치하려고 하므로 정사면체 구조를 가지게 된다. 질산 이온도 네 개의 공유 전자쌍을 가지지만 하나의 전자쌍은 공명 구조에 의해서 세 개의 N-O 사이의 결합에 같은 정도로 기여한다. 따라서 세 쌍의 공유전자쌍이 서로 반발하는 평면 삼각형 구조를 가진다. 아산화 질소는 답안에 제시된 루이스 전자점 식에 따라 원자들이 일렬로 연결된 세 구조는 직선형 구조를 나머지 두 구조는 삼각형 구조를 가진다.

— **채점기준**

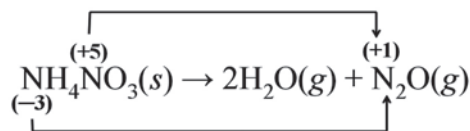
1. 질산암모늄 이온의 루이스 전자점식을 정확히 제시하면 +2점
2. 아산화 질소의 루이스 전자점식을 하나 이상만 제시하면 +2점
3. 암모늄 이온의 구조를 정확히 예측하면 +2점
4. 질산 이온의 구조를 정확히 예측하면 +2점
5. 아산화 질소의 제시된 루이스 전자점식을 이용하여 정확히 구조를 예측하면 +2점
6. 루이스 전자점식에서 공유 결합 전자쌍들을 점으로 표시하지 않고 선으로 표시한 것도 정답으로 인정함
7. 아산화 질소의 형식 전하를 표시하지 않은 경우도 정답으로 인정함

[문제 4-2] 예시 답안

- ▶ 제시문(라)에 근거하여 암모늄이온에서는 수소보다 전기 음성도가 큰 질소가 모든 공유 전자쌍을 차지하게 되므로 암모늄 이온의 질소는 '-3'의 산화수를 가진다. 수소는 모든 전자를 빼앗겨 '+1'의 산화수를 가진다.
- ▶ 질산 이온의 질소는 전기 음성도가 강한 산소에 의해서 둘러싸여 있다. 모든 공유 전자쌍을 산소가 소유하게 되므로 질소의 산화수는 '+5'가 된다. 산소는 중성의 산소 원자보다 2개 더 많은 전자를 소유하므로 '-2'의 산화수를 가진다.



- ▶ 반응물의 하나인 H<sub>2</sub>O의 각 원자의 산화수는 산화수 규칙을 이용하거나 루이스 전자점식을 이용하면 산소 원자는 '-2'로 수소 원자는 '+1'로 결정할 수 있다.
- ▶ 얻어진 산화수를 주어진 산화-환원 반응에 표시하면 다음과 같다.



- ▶ 수소 원자와 산소 원자는 산화수의 변화가 없다. 위의 반응식에서 보이듯이 암모늄이온의 질소는 산화수가 증가하였으므로 산화된다. 또한 질산 이온에 포함된 질소 원자는 산화수가 감소하였으므로 환원되었다.

채점기준

1. 암모늄이온에 포함된 질소의 산화수를 루이스 전자점식과 제시문(라)를 이용하여 정확히 구했으면 +3점
2. 암모늄이온에 포함된 수소의 산화수를 정확히 구했으면 +2점
3. 질산 이온에 포함된 질소의 산화수를 정확히 구했으면 +3점
4. 질산 이온의 포함된 산소의 산화수를 정확히 구했으면 +3점
5. H<sub>2</sub>O에서 수소와 산소의 산화수를 구하여 주어진 반응에서 수소와 산소의 산화수 변화가 없다는 것을 명기하면 +4점
6. 암모늄의 질소가 산화수가 증가하므로 산화되었다는 것을 설명하면 +3점
7. 질산이온의 질소는 산화수가 감소하였으므로 환원되었다는 것을 설명하면 +3점