2013학년도 중앙대학교 전국 모의논술
Section 03

자연계열

모의논술 문제지

◈ **다음 글을 읽고 물음에 답하시오.**

가

사람의 혈관은 동맥, 정맥, 모세혈관으로 구분된다. 동맥은 심장에서 나가는 혈액이 흐르는 혈관으로 혈압이 높고 혈관벽이 두꺼우며 탄력성이 크다. 동맥의 혈관벽에 동물성 지방의 일종인 콜레스테롤이 쌓이면 혈관이 좁아져서 혈액의 흐름이 나빠지는 동맥경화가 발생한다. 정맥은 몸의 각 부분에서 심장으로 들어오는 혈액이 흐르는 혈관으로 혈압이 낮고 혈관벽이 얇으며 탄력성도 작다. 정맥은 혈압이 낮기 때문에 혈관벽의 곳곳에 판막이 발달하여 혈액의 역류를 막고, 정맥 주변의 근육이 수축하여 혈액이 심장 방향으로 흐르게 돕는다. 모세혈관은 동맥과 정맥을 이어주는 혈관이다. 모세혈관은 한 층의 세포로 이루어져 있고, 혈류 속도가 느리기 때문에 이곳에서 혈액과 조직세포 사이의 물질 교환이 일어난다. 아래의 표는 여러 혈관의 특징을 정리한 것이다.

	내부 직경	총 단면적	혈압	혈류 속도
동맥	중간	작다	높다	빠르다
모세혈관	작다	크다	중간	느리다
정맥	크다	중간	낮다	중간

나

코일을 통과하는 자속(자기력선의 수＝자기장의 세기 × 면적)이 변할 때 코일에 유도되는 전류는 자속의 변화를 방해하는 방향으로 흐르게 되는데, 이것을 유도 전류의 방향에 대한 렌츠의 법칙이라고 한다. 영국의 과학자 패러데이는, 자속의 변화에 의해 유도되는 전압이 코일의 단면을 통과하는 자속의 시간 변화율과 코일이 감긴 횟수에 비례한다는 사실을 발견했다. 시간 Δt 동안 코일을 통과하는 자속이 Φ_1에서 Φ_2로 변하였다면, 한번 감긴 코일을 지나는 자속의 변화량 $\Delta\Phi$는 $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ 이다. 이때 N번 감긴 코일에 유도되는 전압의 크기 V는 다음과 같다.

$$V = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

이러한 관계를 패러데이의 전자기 유도 법칙이라고 한다. 이 법칙에 나타난 (−)부호는 유도 전류가 자속의 변화를 방해하는 방향으로 흐른다는 것을 의미한다.

다

액체나 기체와 같은 유체의 운동을 설명하는 방정식으로 연속 방정식과 베르누이 방정식이 있다. 연속 방정식이란 입자의 수, 질량, 전하량 등 자연계에서 보존되는 양이 전달되는 상황을 설명하는 방정식으로서, 어떤 지점으로 들어오는 양과 그 지점에서 나가는 양이 동일하다는 것을 표현한 것이다. 특히, 밀도가 변하지 않는 액체가 단위 시간 당 일정량 흐르는 경우, 연속 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$Sv = \text{상수}$$

위 식에서 S는 흐름의 수직 단면적이며 v는 속도이다. 예를 들어, 강의 폭이 좁아지는 곳에서 유속이 빨라지는 것은 연속 방정식을 통해 쉽게 설명할 수 있다. 또한, 유체에 점성이나 마찰 등으로 인한 에너지 손실이 없는 경우, 흐름의 속도 v와 유체가 외부에 작용하는 압력 P사이에 다음과 같은 베르누이 방정식이 성립한다.

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + P + \rho g h = \text{상수}$$

위 식에서 ρ는 유체의 밀도, g는 중력가속도, h는 높이이다. 베르누이 방정식은 마찰이 없는 상태에서 유체가 이동할 때, 운동에너지와 위치에너지의 합인 역학적 에너지가 보존됨을 보여 준다.

라

구간 $[a, b]$에서 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$의 내적을 다음과 같이 정의한다.

$$(f(x), g(x)) = \int_a^b f(x)\,g(x)\,dx$$

직교하는 두 벡터의 내적이 0인 것과 같이, 두 함수의 내적이 구간 $[a, b]$에서 0이면, 두 함수가 이 구간에서 직교한다고 정의한다. 예를 들어 $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$이라 하면, 이 두 함수는 구간 $[-1, 1]$에서 다음과 같이 내적이 0이 되어 이 구간에서 서로 직교한다.

$$(f(x), g(x)) = \int_{-1}^{1} x^2 \cdot x^3\,dx = \left[\frac{1}{6}x^6\right]_{-1}^{1} = 0$$

실수 값을 갖는 함수들의 집합 $\{\phi_0(x), \phi_1(x), \phi_2(x), \ldots\}$이 아래의 식을 만족하면, 이 집합을 구간 $[a, b]$에서 직교 함수의 집합이라고 한다.

$$(\phi_m, \phi_n) = \int_a^b \phi_m(x)\,\phi_n(x)\,dx = 0, \ \ m \neq n$$

임의의 함수는 다른 함수와의 내적을 통해 그 함수의 성분을 분석할 수 있다. 즉, $f(x)$와 $g(x)$의 내적이 0이면 $f(x)$에는 $g(x)$의 성분이 없고, 0이 아니면 $g(x)$의 성분이 있다고 한다.

마

여러 개의 저항과 전원이 연결된 복잡한 전기 회로에서 전압과 전류의 세기는 다음과 같은 키르히호프의 제1법칙과 제2법칙

을 이용하여 찾아낸다.

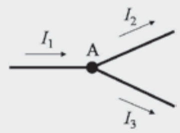
– 키르히호프의 제1법칙 –

전류가 흐르고 있는 여러 개의 회로가 한 점에서 만날 때, 이 점에 흘러 들어오는 전류의 총합은 이 점에서 흘러 나가는 전류의 총합과 같다.

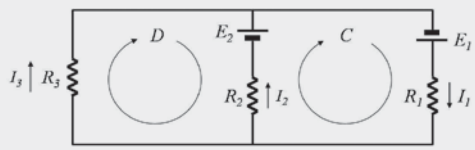
– 키르히호프의 제2법칙 –

임의의 폐회로에서 그 회로에 있는 기전력 전체의 합은 그 회로에 있는 저항에 의한 전압 강하 전체의 합과 같다.

키르히호프의 제1법칙은 전기 회로에서 전하가 보존되는 것을 의미하는데, 예를 들어 아래의 그림에서 분기점 A에 들어오는 전류의 양(I_1)과 나가는 양(I_2+I_3)이 같아야 하므로 $I_1=I_2+I_3$이 성립한다. 전류 뿐 아니라, 그 양이 보존되는 유체의 경우 키르히호프의 제1법칙과 동일한 원리가 적용될 수 있다.



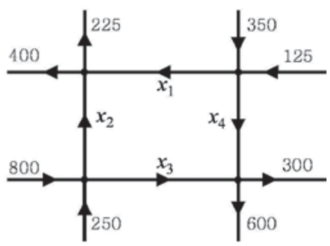
키르히호프의 제2법칙을 적용할 경우에는 먼저 전류의 방향을 가정하여 회로도에 표시한 다음, 전류의 방향이 정해진 방향과 같을 때에는 저항에 의한 전압 강하를 (+)로, 반대일 때에는 (–)로 표시한다. 기전력에 적용할 때에도 마찬가지이다. 예를 들어, 아래의 폐회로 D에서 R_2, R_3를 저항, E_2를 기전력이라고 할 때, 화살표 방향을 따라가 보면 폐회로 D의 식 $-E_2=-I_2R_2+I_3R_3$를 얻을 수 있다. 이 식과 폐회로 C의 식, 그리고 키르히호프의 제1법칙에 의한 $I_1=I_2+I_3$을 연립하면 I_1, I_2, I_3를 알 수 있다.



[문제 1] **제시문 (가)의 표는 혈관의 종류에 따른 혈압과 혈류 속도의 상대적 크기를 보여 준다. 제시문 (다)에 근거하여 아래 (1), (2), (3), (4)의 주장이 각각 타당한지 판단하고 그 근거를 논리적으로 설명하시오. [20점]**

(1) 혈관 종류에 따른 혈압의 상대적 크기는 연속 방정식으로 설명할 수 있다.
(2) 혈관 종류에 따른 혈압의 상대적 크기는 베르누이 방정식으로 설명할 수 있다.
(3) 혈관 종류에 따른 혈류 속도의 상대적 크기는 연속 방정식으로 설명할 수 있다.
(4) 혈관 종류에 따른 혈류 속도의 상대적 크기는 베르누이 방정식으로 설명할 수 있다.

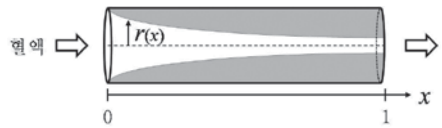
[문제 2] **인체 내의 한 조직에서 혈관이 아래 그림과 같이 연결되어 있다고 하자. 이 그림에서 화살표는 혈류의 방향을, 숫자는 각 혈관에 흐르는 분당 혈류량을 나타낸다. 혈액의 밀도가 변하지 않는다고 할 때, 제시문 (마)에 의하면 혈관 x_1, x_2, x_3, x_4에 흐르는 혈류량 사이에는 일정한 관계가 존재한다.**



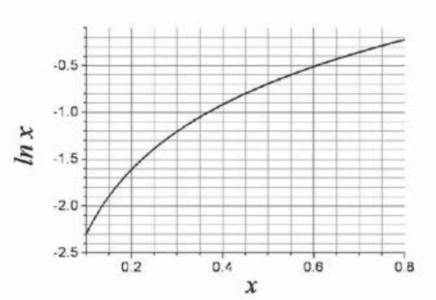
제시문 (가)에서 설명한 동맥경화가 혈관 x_3에 진행되어 혈류량이 점차 감소하고 있다고 하자. 혈관 x_1, x_2, x_3, x_4중 혈류의 방향이 한 곳이라도 바뀌면 조직 괴사가 일어난다고 할 때, 이를 막기 위해 필요한 x_3의 분당 최소 혈류량을 구하는 과정을 제시문 (마)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [20점]

[문제 3] 아래 그림과 같이 길이가 $1\,m$인 동맥으로 혈액이 흐르고 있다. 제시문 (가)의 설명과 같이 혈관벽에 콜레스테롤이 쌓여, r_0로 일정했던 동맥 내부의 반지름이 위치 x에 따라 다음과 같은 함수의 형태가 되었다.

$$r(x) = r_0 e^{\ 0.25x}$$ ($e = 2.71828\ldots$은 자연 대수의 밑)

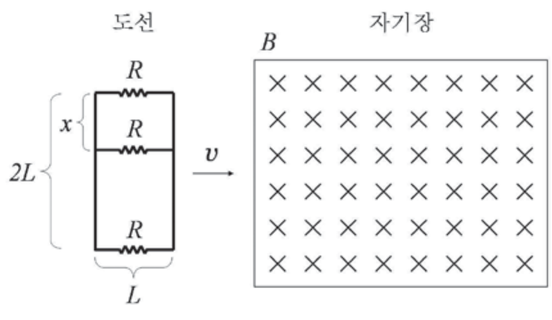


혈액의 밀도가 일정하다고 할 때, 혈액이 이 동맥을 통과하는 데 소요되는 시간을 구하는 과정을 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, $x=0$에서 혈류의 속도는 $5 \times 10^{-2} m/s$로 일정하며, 필요 시 아래의 자연로그 그래프를 참조하시오. [20점]

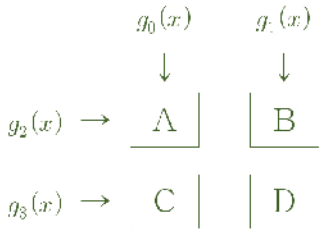


[문제 4] 실생활에서 전자기 유도 법칙을 이용하는 예로서, 기계적인 마찰을 이용하지 않고 열차나 롤러코스터의 속도를 줄이기 위해 사용되는 전기 제동 장치가 있다. 그 원리는 움직이는 물체에 부착된 도체를 이용하여 유도 전류를 발생시킨 후 이를 저항 열로 소모시켜 운동에너지를 낮추는 것이다.

아래 그림과 같이 저항 R이 연결되어 있는 도선을 일정한 속도 v로 움직여, 세기가 B이고 도선의 진행 방향과 수직 방향(지면 안으로 들어가는 방향)인 균일한 자기장 영역으로 밀어 넣으려고 한다. 도선이 자기장 내부로 완전히 들어갈 때까지 도선 전체에서 발생한 열에너지의 합이 최대가 되는 x를 구하는 과정을, 제시문 (나)와 (마)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 자기장 영역은 도선에 비해 매우 넓으며, $0 \le x \le 2L$이다. [20점]



[문제 5] 네 개의 버튼으로 이루어진 함수 생성기가 있고, 네 버튼이 그림과 같이 배열되어 있다. 각 버튼을 누를 때마다 두 함수의 합으로 새로운 함수가 만들어진다. 예를 들어 B 버튼을 누르면 함수 $f(x)=g_1(x)-g_2(x)$가 생성된다.



이 함수 생성기의 버튼을 눌러 생성된 함수를 외부로 전송한다. 제시문 (라)에서 설명한 직교 함수의 원리를 이용하여 전송된 함수로부터 눌려진 버튼을 판별하기 위해, $\{g_0(x),\ g_1(x),\ g_2(x),\ g_3(x)\}$를 구간 $[-1,1]$에서 직교 함수의 집합으로 만들고자 한다. $g_0(x)=1$이고, $g_1(x)$, $g_2(x)$, $g_3(x)$가 각각 x의 1차, 2차, 3차 다항식으로서 최고차항의 계수가 모두 1이라고 할 때, $g_3(x)$를 구하는 과정을 제시문 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [20점]

– 끝 –

평가 목표와 출제 의도

❶ 평가 목표

본 논술시험은 고등학교 교과과정을 공부한 학생은 무난히 이해할 수 있는 내용을 다루었으며, 자연 현상과 수리에서 나타나는 '흐름'과 '변화'라는 주제를 바탕으로 출제되었다. 혈액의 흐름, 전하의 흐름, 전자기 유도, 함수의 적분 등 고교 과학 및 수학 과정을 통해 친숙한 내용들에 기초한 제시문을 준비하였고, 학생들이 제시문의 설명을 충분히 이해한 후 이를 바탕으로 논리적 사고력, 표와 그래프의 해석력, 수리적 능력 등을 종합하여 문제를 해결할 수 있는 능력을 갖추었는가를 평가하는 것이 출제의 목표이다. 자연계열로 대학에 진학한 후 전공을 깊이 있게 공부하는 데에 필요한 기본적인 능력을 평가하고자 하였으며, 문제의 이해와 추론 과정은 깊이 있는 논리적 사고를 필요로 하지만, 답을 얻기 위한 계산 과정은 복잡하지 않은 문항들로 출제하였다.

❷ 출제의도

[문제 1] 제시문 (가)에서 설명된 동맥, 정맥, 모세혈관의 주요 구조 및 생물학적 기능에 관한 특징들을 제시문 (다)에 설명된 유체의 속도, 유체가 흐르는 면적, 유체가 외부에 가하는 압력 등 유체의 운동을 설명하는 방정식들과 연관 지어 설명할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2] 제시문 (마)에 설명된 키르히호프의 제1법칙을 이해하고, 이를 제시문 (가)의 혈관을 흐르는 혈액에 적용할 수