

Section 02

2013학년도 중앙대학교 논술 기출문제

자연계열II

자연계열II 논술 문제지

◆ 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가)

세포 내로 흡수된 물질은 화학 변화를 거쳐 몸에 필요한 물질과 에너지를 만든다. 어떤 물질이 화학 반응을 일으키기 위해 필요한 최소한의 운동 에너지를 그 반응의 활성화 에너지라 한다. 단백질로 이루어진 효소는 그림 (1)과 같이 활성화 에너지를 낮추어서 물질대사가 잘 일어나게 해 주는 생체 촉매이다. 각 효소마다 기질과 결합하는 활성 부위가 독특한 구조를 가지고 있어 특정한 종류의 기질에만 결합하며, 이러한 특징을 기질 특이성이라 한다.

대부분의 효소는 일정 범위 내에서는 온도가 높아질수록 반응 속도가 빨라져 35~40℃에서 가장 높은 활성을 나타낸다. 또한, 효소는 종류에 따라 최적 pH가 다르다. 효소는 최적 pH범위를 벗어나면 그 기능이 급격히 떨어지는데, 이것은 pH의 변화에 따라 단백질의 구조가 달라지기 때문이다. 아밀라아제는 녹말을 엿당으로 분해하고, 펩신과 트립신은 단백질을 아미노산으로 분해하며, 카탈라아제는 과산화수소수를 물과 산소로 분해하는 효소로서 그림 (2)는 pH에 따른 각 효소의 반응 속도를 나타낸 그래프이다. 이 외에 효소의 작용에 영향을 미치는 요인으로는 저해제가 있다. 경쟁적 저해제는 기질과 유사하게 생긴 물질로서 효소의 결합 부위와 결합하여 기질이 결합하지 못하게 하고 비경쟁적 저해제는 효소의 결합 부위 이외에 작용하여 효소 활성 부위의 구조변화를 야기함으로써 기질의 결합과 상관없이 정상적인 효소의 작용을 저해한다.

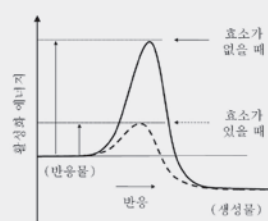


그림 (1)

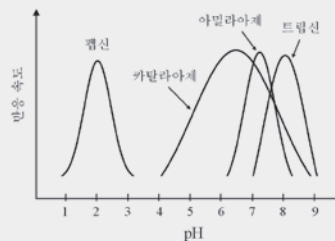


그림 (2)

(나)

금속에 빛을 쬐어줄 때 전자가 튀어나오는 현상을 광전 효과라 하며, 이때 튀어나오는 전자를 광전자라 한다. 광전 효과에 서는 진동수가 어떤 한계값보다 낮은 빛을 쬐면 빛의 세기가 강해도 광전자는 튀어나오지 않는다. 이 한계 진동수를 문턱 진동수(f_c)라 한다. f_c 는 사용한 금속의 종류에 따라 달라진다. 아인슈타인은 진동수가 f 인 빛은 에너지가 $E = hf$ 인 양자의 흐름이라 하였다. 여기서 h 는 플랑크 상수이다. 이것을 광양자설이라 하며, 빛의 에너지 양자를 광양자라 한다. 금속 내부의 자유 전자가 금속 표면에서 밖으로 튀어나오기 위해서는 금속 표면의 위치 에너지 장벽을 넘어야 한다. 이 위치 에너지 장벽을 금속의 일함수라 한다. 진동수가 f_c 보다 낮은 빛을 쬐일 때는 전자가 빛으로부터 받는 에너지가 금속의 일함수보다 작기 때문에 전자는 금속의 표면으로부터 튀어나올 수 없다. 금속의 일함수 W 와 f_c 사이에는 $W = hf_c$ 의 관계가 성립한다. 진동수가 f 인 광양자가 한 개 입사하여 광전자 한 개가 튀어나올 때 그 최대 운동 에너지 E_k 는 $E_k = hf - W$ 로 주어진다.

(다)

감각 세포가 자극을 받아들여 일으킨 흥분은 뉴런을 따라 이동하여 다음 뉴런으로 전달된다. 뉴런은 흥분을 어떻게 이동시킬까? 자극을 받지 않은 휴지 상태에서 뉴런의 세포막은 Na^+ 을 능동적으로 밖으로 퍼내고 K^+ 은 안으로 받아들여, 세포막을 사이에 두고 전기적으로 안쪽은 (-)를, 바깥쪽은 (+)를 띠고 있다. 이런 상태를 분극이라 하고, 이때의 막전위를 휴지 전위라 한다. 뉴런의 휴지 전위는 대개 $-60 \sim -90 \text{ mV}$ 이다. 뉴런이 자극을 받으면 세포막의 투과성이 갑자기 변하여 바깥쪽의 많은 Na^+ 이 빠른 속도로 세포 안으로 들어온다. 그 결과 순간적으로 막 안쪽은 (+)로, 바깥쪽은 (-)로 전위가 역전되는데 이러한 현상을 탈분극이라 한다. 탈분극이 일어나면 휴지 전위와 약 100 mV 의 차이가 나는 활동 전위가 발생한다. 신경 흥분이 축색 돌기 말단에 도달하면 말단에 있는 시냅스 소포에서 아세틸콜린과 같은 신경 전달 물질이 시냅스 틈으로 분비, 확산되어 다음 뉴런의 세포막 수용체와 결합하고 Na^+ 의 유입을 촉진시켜 흥분이 전달된다.

(라)

어떤 규칙에 따라 늘어놓은 수의 열을 수열이라 하고, 각 수를 그 수열의 항이라 한다. 수열 $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ 에는 등차수열, 등비수열, 계차수열 등이 있는데 그 일반항 (a_n) 은 다음과 같다.

$$\text{등차수열 : } a_n = a_1 + (n - 1)d \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \text{ 첫째항 } a_1, \text{ 공차 } d$$

$$\text{등비수열 : } a_n = a_1 r^{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \text{ 첫째항 } a_1, \text{ 공비 } r$$

$$\text{계차수열 : } a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \quad (n = 2, 3, 4, \dots), \quad b_k = a_{k+1} - a_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

함수 $y = f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(x) \geq 0$ 일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = a, x = b$ 로 둘러싸인 영역의 넓이 S 를 구하는 방법은 다음과 같다.

구간 $[a, b]$ 를 n 등분하여 양 끝점과 각 등분점을 차례로

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n \quad (\text{즉, } x_0 = a, x_n = b)$$

라 하고 각 소구간의 길이를 Δx 라 하면

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}, \quad x_k = a + k\Delta x \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

이다. 둘러싸인 영역을 소구간의 길이 Δx 로 나눈 직사각형의 넓이의 합을 S_n 이라 하고 $n \rightarrow \infty$ 이면 S_n 은 구하는 영역의 넓이 S 에 한없이 가까워진다. 이 극한값을 함수 $f(x)$ 의 a 에서 b 까지의 정적분이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$S_n = f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \dots + f(x_n)\Delta x = \sum_{k=1}^n f(x_k)\Delta x$$

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k)\Delta x = \int_a^b f(x)dx$$

(마)

전류가 일렬로 나란히 연결되어 있는 경우를 직렬연결이라 한다. 아래 그림 (3)과 같이 두 개의 저항을 직렬로 연결했을 경우 각 저항에는 같은 세기의 전류가 흐르게 된다. 직렬연결에서 각 저항에 흐르는 전류의 세기 I 는 항상 같고, 전체 전압 V 는 각 저항에 걸리는 전압 V_1, V_2 의 합과 같다. 따라서 옴의 법칙에서 $V_1 = R_1 I$ 이고, $V_2 = R_2 I$ 가 되므로 AB 사이의 전체 저항을 R 이라 하면 $V = V_1 + V_2 = (R_1 + R_2)I = RI$ 가 되므로 $R = R_1 + R_2$ 가 된다. 이 전체 저항을 직렬연결 회로에서의 합성 저항이라 한다.

아래 그림 (4)와 같이 연결하는 것을 병렬연결이라 한다. 병렬연결에서는 두 개의 저항이 모두 같은 점 사이에 연결되어 있으므로 각각의 저항 양 끝에 걸리는 전압은 항상 같고, 전류는 각 저항에 흐르는 전류의 합과 같다. 병렬로 연결된 저항 R_1, R_2 의 양 끝에 전압 V 를 걸었을 때, 각 저항에 흐르는 전류의 세기를 각각 I_1, I_2 라 하면 $I_1 = V/R_1$ 이고, $I_2 = V/R_2$ 가 된다. 이때 회로에 흐르는 전체 전류 I 는 각 저항에 흐르는 전류의 합과 같으므로

$I = I_1 + I_2 = (1/R_1 + 1/R_2) V$ 가 된다. 따라서 합성 저항을 R 이라 하면

$I = V/R$ 이고 $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$ 가 되므로 $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ 이다.

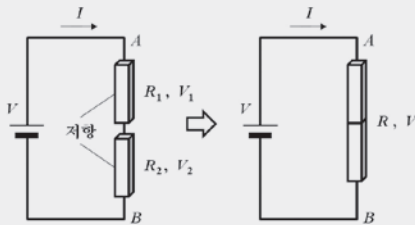


그림 (3)

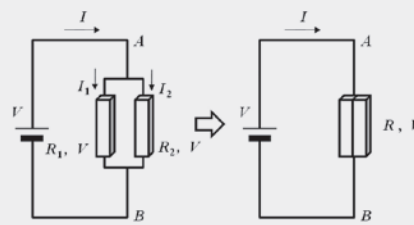


그림 (4)

[문제 1] 특정 기질과 1:1 결합을 통해 생성물을 만드는 분해 효소의 촉매 반응과 금속 내부의 자유 전자가 광양자에 의해 광전자가 되는 광전 효과를 비교하여, 촉매 반응에서 분해 효소의 역할과 광전 효과에서 광양자의 역할의 공통점과 차이점을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [20점]

[문제 2] 아세틸콜린과 같은 신경 전달 물질이 특정 수용체와 결합하는 방식은 효소-기질 결합과 유사하므로, 신경 전달 물질 수용체의 활성 저해제는 효소 활성 저해제와 같은 방식으로 개발된다. 아래 표는 아세틸콜린 수용체에 대한 두 종류의 새로운 활성 저해제를 개발하여 150 nM의 아세틸콜린과 함께 신경 세포가 배양된 용액에 각각 처리한 후 얻은 실험 결과이다. 휴지 상태에서의 신경 내·외부의 이온 분포와 비교했을 때 각각의 실험 결과 A, B, C가 경쟁적 저해제를 사용하여 얻은 결과인지, 비경쟁적 저해제를 사용하여 얻은 결과인지, 아니면 저해제를 사용하지 않은 조건에서의 결과인지를 제시문 (가)와 (다)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 두 종류의 활성 저해제는 함께 사용되지 않았다. [20점]

물질	뉴런 내부	뉴런 외부
아세틸콜린	-	-
Na ⁺	1 mM	140 mM
K ⁺	125 mM	5 mM
Cl ⁻	5 mM	125 mM
음이온	108 mM	-
H ₂ O	55 M	55 M

[휴지 상태]

물질	뉴런 내부	뉴런 외부
아세틸콜린	-	120 nM
Na ⁺	50 mM	110 mM
K ⁺	105 mM	60 mM
Cl ⁻	5 mM	125 mM
음이온	108 mM	-
H ₂ O	55 M	55 M

[실험 결과 A]

물질	뉴런 내부	뉴런 외부
아세틸콜린	-	120 nM
Na ⁺	1 mM	140 mM
K ⁺	125 mM	5 mM
Cl ⁻	5 mM	125 mM
음이온	108 mM	-
H ₂ O	55 M	55 M

[실험 결과 B]

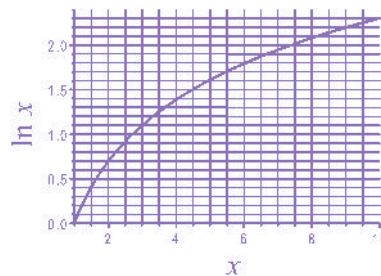
물질	뉴런 내부	뉴런 외부
아세틸콜린	-	150 nM
Na ⁺	1 mM	140 mM
K ⁺	125 mM	5 mM
Cl ⁻	5 mM	125 mM
음이온	108 mM	-
H ₂ O	55 M	55 M

[실험 결과 C]

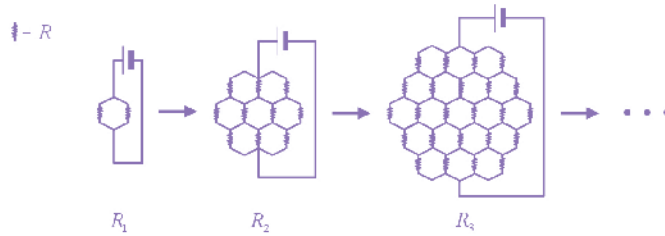
[문제 3] 각 효소가 제 기능을 원활히 수행하기 위해서는 효소 및 기질의 농도, 온도와 pH 등 주변 환경이 적절하여야 한다. 아래 표는 제시문 (가)에서 설명한 어떤 효소의 pH에 대한 활성 반응 속도를 측정한 결과이다. 반응 속도 식이 아래와 같이 주어졌을 때 반응 속도가 최대가 되는 최적 pH 값을 구하는 과정을 설명하고, 이 실험에 사용된 효소의 생체 내 기능을 제시문 (가)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 여기서 v 는 반응 속도, P 는 pH이고, $\alpha (> 0)$, β , γ 는 임의의 상수이다. 필요시 아래 자연로그 그래프를 참조하시오. [20점]

$$\text{반응 속도 식: } v = e^{\frac{(P-\beta)^2 - \gamma}{\alpha}}$$

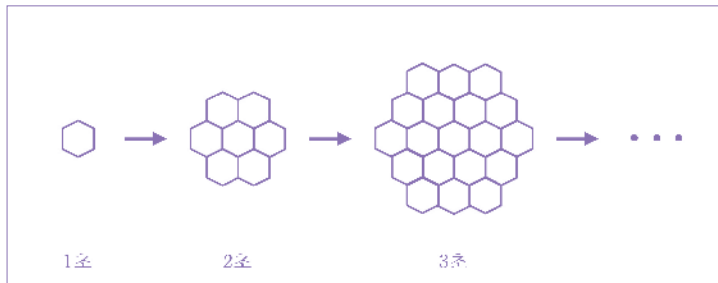
	P	v
실험 1	6.0	5.0
실험 2	7.0	18.0
실험 3	8.0	16.0



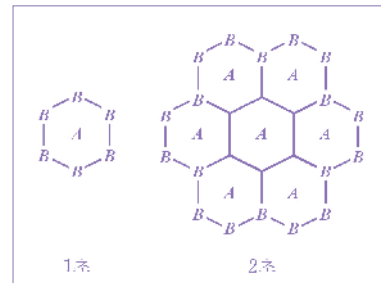
[문제 4] 아래 그림과 같은 구조에서 수직 방향의 변에는 저항 R 이 있고, 나머지 변은 도선으로 연결되어 있다. 이와 같은 형태로 회로를 확장한다고 하자. 합성 저항을 $R_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이라 할 때 R_4 를 구하는 과정을 제시문 (라)와 (마)에 근거하여 설명하고, $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n$ 을 논리적으로 추론하시오. [20점]



[문제 5] 탄소로 이루어진 그래핀은 아래 [그림 1]과 같은 구조로 커진다고 가정하자. 한 개의 꼭짓점은 한 개의 탄소를 의미한다. 아래 [그림 2]와 같이 A 기체는 각 육각형 탄소 고리 중심에 붙고 B 기체는 형성된 그래핀의 최외각 모서리의 꼭짓점에 붙는다. A, B 는 서로에게 비경쟁적 저해제로 작용하여 그 수가 다를 경우 수가 많은 기체의 특성만 나타난다. 기체가 그래핀의 모든 가능한 자리에 붙는다고 할 때, 그래핀에 붙은 A, B 기체 수의 시간에 따른 변화와 그래핀이 A 기체의 특성을 띠기 시작하는 시간을 구하는 과정을 제시문 (가)와 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 시간(초)은 정수일 경우로 한정한다. [20점]



[그림 1]



[그림 2]

평가목표 및 출제의도

① 평가목표

본 문제는 고등학교 교과 과정을 공부한 학생은 무난히 이해할 수 있는 내용을 다루었으며, 제시문을 이해하고 논리적으로 사고를 전개하고 표와 그래프의 해석하며 수리적 문제를 해결할 수 있는 자연계열 대학 진학생들에게 요구되는 기본적인 능력을 측정하는데 목적이 있다. 고등학교 교과서에서 기본적으로 다루어지는 개념을 이해하고 있으면 고등학교 교과서 내용의 제시문과 문제에 주어진 정보를 바탕으로 논리적인 추론을 통해 문제를 해결할 수 있다. 이러한 문제 해결 능력은 대학 진학 후 수학에 필수적인 요소이며 논술고사를 통해 평가하여 논리적으로 사고할 수 있는 창의적 인재를 선발하게 된다. 이번 논술고사에서는 학생들이 교과서에서 중요하게 다루어지는 에너지 전달을 포함하는 네트워크를 제시문의 주제로 사용하였고 문제를 정확하게 이해하고 그래프와 제시문에서 제시된 내용을 활용하며 논리적으로 사고를 전개해야 하지만 계산은 복잡하지 않은 문항들을 출제하였다.

② 출제의도

[문제 1] 제시문 (가)의 효소 반응과 제시문 (나)의 광전 효과의 공통점과 차이점을 제시문에 근거하여 이해하고 분석하여 논리적으로 설명하는 추론 능력을 평가한다. 교과서에서 다루어지는 잘 알려진 현상을 제시문에 근거하여 통합적으로 이해하는 사고력을 측정한다.

관련교과 내용

- 빛의 이중성 : 청문각 물리 I p208 ~ 214
- 자극의 전달 : (주)중앙교육진흥연구소 생물 I p132 ~ 136

[문제 2] 제시문 (나)의 효소의 활성저해 방법과 제시문 (다)의 신경세포 활성화에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 바탕으로 신경세포 활성 측정 실험결과를 논리적으로 해석할 수 있는 사고력을 평가하는 문제이다.

관련교과 내용

- 효소의 활성 : (주)미래엔 컬처그룹 생물 1 p18
한국과학창의재단 고등학교 과학 p352
- 자극의 전달 : (주)중앙교육진흥연구소 생물 I p132 ~ 136

[문제 3] 제시문 (나)에 나타난 지문을 이해하고 이를 근거로 미지의 실험에 대한 값을 논리적으로 추론하는 문제이다. 문제에서 제시한 식에 나와 있는 미지수를 제시된 실험값을 근거로 찾아낸다. 지수함수의 특성을 바탕으로 문제에서 제시한 식이 최대가 되게 하는 임의의 미지수 값을 구하는 문제로서 자연로그 그래프를 읽을 수 있는 능력도 함께 평가한다. 고등학교 교과 과정에서 다루어지는 그래프와 지수 및 자연로그함수를 이용하여 문제를 해결하는 능력을 평가한다.

관련교과 내용

- 물질 대사와 효소 : (주)교학사 과학 p184 ~ 189
- 이차함수의 활용 : (주)금성출판사 수학 p230 ~ 234
- 여러 가지 함수의 극한 : (주)교학사 수학 II p80 ~ 88

[문제 4] 고등학교 교과 과정에서 다루는 합성 저항을 이해하고 이를 주어진 문제에 적용하여 수리적인 추론을 통해 문제를 해결하는 능력을 평가한다. 문제의 규칙을 수열로 표현하고 제시문에 설명된 수열의 극한을 정적분으로 표현할 수 있으면 해결할 수 있는 문제이다.

관련교과 내용

- 전기저항 : 청문각 물리 I p94 ~ 102
- 여러 가지 수열 : 두산동아 수학 I p142 ~ 157
- 정적분 : 법문사 미적분과 통계기본 p86 ~ 95

[문제 5] 고등학교 교과 과정에서 중요하게 다루어지는 화학결합의 의미를 이해하고 이를 여러 가지 수열을 활용하여 물리량을 표현하고 분석하여 이를 전자코의 기본 원리에 적용하는 종합적인 수리적 문제 해결 능력을 평가한다. 반복적인 사건의 경향성을 파악하고 이를 수리적으로 해결하는 능력과 문제에 대한 이해도를 평가한다. 고등학교 교과 과정에서 다루어지는 여러 가지 수열과 방정식, 부등식을 이용한 문제 해결 능력을 평가한다.

- 관련교과 내용
- 화학결합 : (주)금성출판사 화학 II p142 ~ 189
 - 여러 가지 수열 : 두산동아 수학 I p142 ~ 157
 - 자극과 반응 : (주)지학사 과학 p197 ~ 217

예시답안/채점기준

[문제 1] 예시답안

공통점으로 1) 광양자와 분해 효소는 각각 금속의 전자와 기질에 작용하여 에너지 장벽을 극복하고 광전자와 생성물이 생기는 것을 돕는 역할을 한다. 2) 기질은 기질특이성이 있어 특정 분해 효소만 촉매 반응에서 역할을 하고 금속은 금속마다 다른 일함수가 있어 일함수보다 큰 에너지를 가진 광양자만 광전 효과를 일으키는 역할을 한다. 3) 광양자 한 개는 금속의 전자 한 개의 광전 효과를 일으키는 역할을 하고, 분해 효소 한 개는 한 가지 기질 한 개와 결합하여 효소 반응을 도와 주는 역할을 한다.

차이점으로 1) 광양자와 분해 효소는 각각 금속의 전자와 기질에 작용하여 일함수라는 에너지 장벽 이상의 에너지를 공급하거나 활성화 에너지라는 에너지 장벽을 낮추는 방식으로 광전자와 생성물이 생기는 것을 돕는 역할을 한다. 2) 분해 효소는 생성물이 생기는 것을 돕는 역할을 한 후에 변하지 않고 다시 다른 촉매 반응을 일으킬 수 있지만 광양자는 금속의 전자의 에너지를 높이는 역할을 하면서 사라지게 된다. 3) 효소와 기질 사이에는 기질특이성이 있어서 특정한 기질의 효소 반응을 돕는 역할을 하지만 광자는 일함수보다 큰 에너지를 가지기만 하면 광전 효과를 일으키는 역할을 할 수 있다.

채점기준 : 20점 만점

	효소	광전자
공통점	기질이 변화된다.	자유전자가 광전자로 변화
	기질특이성이 있다.	금속마다 다른 일함수
	효소와 기질의 1:1 반응	광양자 한 개가 금속 한 개의 1:1 반응
	물질의 반응이 일어나도록 돕는 역할을 한다.	
차이점	에너지장벽을 낮추어야 한다.	에너지 공급
	반응이 끝난 후 효소는 변하지 않는다	광양자는 사라진다.
	특정기질에만 반응한다(기질특이성)	일함수보다 큰 에너지를 가지기만 하면 반응 한다.

- 위에 열거된 공통점을 논리적으로 2개 이상 설명했으면 10점
- 공통점을 1개를 논리적으로 설명했으면 5점

- 차이점을 2개 이상 논리적으로 설명했으면 10점
- 차이점을 1개를 논리적으로 설명했으면 5점

[문제 2] 예시답안

실험 결과 A에서는 아세틸콜린에 의하여 Na⁺은 뉴런내부로 들어갔으며 K⁺은 뉴런외부로 방출되었으므로 도약전도가 발생되었을 것이다 그러므로 활성저해제를 사용하지 않은 실험이다. 실험 결과 B에서는 아세틸콜린이 있어도 Na⁺의 유입과 K⁺의 방출이 일어나지 않았으므로 이는 활성저해제를 사용했다는 뜻이다. 세포 외부의 아세틸콜린의 농도가 120 nM로 감소하였으므로 아세틸콜린이 수용체와 결합한 상태에서 활성이 저해되었으므로 이 때 사용된 활성 저해제는 비경쟁적 저해제이다. 실험결과 C에서는 실험결과 B와 마찬가지로 아세틸콜린이 있어도 Na⁺의 유입과 K⁺의 방출이 일어나지 않았으므로 활성저해제를 사용해서 한 실험이다. 그러나 세포 외부의 아세틸콜린의 농도가 초기 사용한 150 nM을 유지하고 있으므로 아세틸콜린이 수용체와 전혀 결합하지 못했다는 것이며 이는 경쟁적 억제제를 사용했다는 증거이다.

채점기준 : 20점 만점

- “A는 활성 억제제를 사용하지 않았다”와 같은 내용이 있으면 4점
- “B는 활성 억제제를 사용하였다”와 같은 내용이 있으면 4점
- “B 실험에서는 비경쟁적 억제제를 사용하였다”와 같은 내용이 있으면 4점
- “C는 활성 억제제를 사용하였다”와 같은 내용이 있으면 4점
- “C 실험에서는 경쟁적 억제제를 사용하였다”와 같은 내용이 있으면 4점

[문제 3]

▶ 반응속도 $v = e^{-\frac{(P-\beta)^2 + \gamma}{\alpha}} = e^{-\frac{\gamma}{\alpha}} e^{-\frac{(P-\beta)^2}{\alpha}}$ 로 주어져 있다. $e^{-\frac{\gamma}{\alpha}} > 0, e^{-\frac{(P-\beta)^2}{\alpha}} > 0$ 이므로

반응속도가 최대가 되기 위해서는 $e^{-\frac{(P-\beta)^2}{\alpha}}$ 이 최대가 되어야 한다. $\alpha > 0, (P-\beta)^2 \geq 0$ 이므로

$e^{-\frac{(P-\beta)^2}{\alpha}}$ 이 최대가 되기 위해서는 $P = \beta$ 이어야 한다.

즉 문제에서 주어진 값을 바탕으로 β 를 구하면 된다.

▶ 주어진 식을 정리해 보면

$$-\alpha \ln v_1 = (P_1 - \beta)^2 + \gamma \dots\dots\dots (1)$$

$$-\alpha \ln v_2 = (P_2 - \beta)^2 + \gamma \dots\dots\dots (2)$$

$$-\alpha \ln v_3 = (P_3 - \beta)^2 + \gamma \dots\dots\dots (3)$$

식 3개에 미지수 3개 이므로 α, β, γ 계산이 가능하다.

▶ α, β, γ 를 계산하는 것은 다양한 방법이 가능하므로 이 중 1가지 방법을 소개하면 아래와 같다.

$$(1)-(2): \alpha \ln \frac{v_2}{v_1} = (P_1 - \beta)^2 - (P_2 - \beta)^2 \dots\dots\dots (4)$$

$$(2)-(3): \alpha \ln \frac{v_3}{v_2} = (P_2 - \beta)^2 - (P_3 - \beta)^2 \dots\dots\dots (5)$$

$$(4) \cdot \frac{\ln \frac{v_2}{v_1}}{\ln \frac{v_3}{v_2}} = \frac{(P_1 - \beta)^2 - (P_2 - \beta)^2}{(P_2 - \beta)^2 - (P_3 - \beta)^2} = \frac{P_1^2 - P_2^2 - 2(P_1 - P_2)\beta}{P_2^2 - P_3^2 - 2(P_2 - P_3)\beta}$$

$$\left[2(P_2 - P_3) \ln \frac{v_2}{v_1} - 2(P_1 - P_2) \ln \frac{v_3}{v_2} \right] \beta = (P_2^2 - P_3^2) \ln \frac{v_2}{v_1} - (P_1^2 - P_2^2) \ln \frac{v_3}{v_2}$$

$$\therefore \beta = \frac{(P_2^2 - P_3^2) \ln \frac{v_2}{v_1} - (P_1^2 - P_2^2) \ln \frac{v_3}{v_2}}{2(P_2 - P_3) \ln \frac{v_2}{v_1} - 2(P_1 - P_2) \ln \frac{v_3}{v_2}} \dots\dots\dots (6)$$

▶ 문제에서 주어진 실험값인 $P_1 = 6, P_2 = 7, P_3 = 8$
 $v_1 = 5, v_2 = 18, v_3 = 16$ 을 (6)에 넣어 정리하면

$$\therefore \beta = \frac{(49 - 64) \ln \frac{18}{5} - (36 - 49) \ln \frac{16}{18}}{2(7 - 8) \ln \frac{18}{5} - 2(6 - 7) \ln \frac{16}{18}} = \frac{-15(\ln 2 + 2 \ln 3 - \ln 5) + 13(4 \ln 2 - \ln 2 - 2 \ln 3)}{-2(\ln 2 + 2 \ln 3 - \ln 5) + 2(4 \ln 2 - \ln 2 - 2 \ln 3)}$$

$$= \frac{24 \ln 2 - 56 \ln 3 + 15 \ln 5}{4 \ln 2 - 8 \ln 3 + 2 \ln 5} = \frac{24 \times 0.7 - 41 \times 1.1 + 15 \times 1.6}{4 \times 0.7 - 8 \times 1.1 + 2 \times 1.6} \cong 7.4$$

문제에서 주어진 그래프를 해석하여 보면 $\ln 2 \cong 0.7, \ln 3 \cong 1.1, \ln 5 \cong 1.6$ 이므로 넣어서 계산 하였음

▶ 따라서 제시문 (가)의 그림 (2)를 보았을 때 pH = 7.4에서 최대의 반응 속도를 보이는 효소는 아밀라아제이다.
 따라서 아밀라아제의 생체 내 기능은 녹말을 엿당으로 분해 하는 것이다.

예시답안

반응속도 $v = e^{-\frac{(P-\beta)^2 + \gamma}{\alpha}} = e^{-\frac{\gamma}{\alpha}} e^{-\frac{(P-\beta)^2}{\alpha}}$ 로 주어져 있다. $e^{-\frac{\gamma}{\alpha}} > 0, e^{-\frac{(P-\beta)^2}{\alpha}} > 0$ 이므로

반응속도가 최대가 되기 위해서는 $e^{-\frac{(P-\beta)^2}{\alpha}}$ 이 최대가 되어야 한다.

$\alpha > 0, (P-\beta)^2 \geq 0$ 이므로 $e^{-\frac{(P-\beta)^2}{\alpha}}$ 이 최대가 되기 위해서는 $P = \beta$ 이어야 한다.

주어진 식을 정리하면 $\beta = \frac{(P_2^2 - P_3^2) \ln \frac{v_2}{v_1} - (P_1^2 - P_2^2) \ln \frac{v_3}{v_2}}{2(P_2 - P_3) \ln \frac{v_2}{v_1} - 2(P_1 - P_2) \ln \frac{v_3}{v_2}}$ 이므로 문제에서 주어진 값을 넣어

정리하고 그래프에서 주어진 $\ln 2 \cong 0.7, \ln 3 \cong 1.1, \ln 5 \cong 1.6$ 을 넣어 계산하면 $\beta = 7.4$ 이다. 따라서 반응속도가 최대가 되는 pH가 7.4인 효소는 아밀라아제로서 생체 내 기능은 녹말을 엿당으로 분해하는 것이다.

채점기준 : 20점 만점

- (1) $P = \beta$ 일 때 반응속도가 최대가 됨을 제시 하였으면 4점
 - (2) 주어진 식을 정리하여 자연로그 형태로 α, β, γ 를 구하고자 시도 하였으면 답이 틀리더라도 4점.
하지만 식 3개에 미지수 3개이므로 구할 수 있다고만 얘기하면 0점
 - (3) 주어진 그래프를 바탕으로 β 를 $\beta = 7.4 = 52/7$ 이라고 정확하게 구하였다면 8점.
 β 값이 대충 7.xx 라고만 제시하면 0점
 - (4) 정답이 아밀라이제임을 제시하고 (2점) 아밀라이제의 생체 내 기능이 녹말을 엿당으로 분해하는 것임 (2점)을 말하였다면 합이 4점
- (cf1) α, γ 는 본 문제를 해결하는데 전혀 도움이 되지 않으므로 그 값을 정확히 구하였다더라도 추가점수는 없음. 반응속도가 최대가 되는 경우를 제시하지 못하고 식의 값만 구하려고 시도된 것으로 판단되어 상기 기준의 2번만 적용하여 4점.
- (cf2) 문제에서 주어진 실험 data와 그림 (2)를 비교하여 바로 β 가 7 근처일 것으로 예상하여 아밀라이제 효소가 사용되었음을 인지하고 계산없이 아밀라이제로서 생체 내 기능은 녹말을 엿당으로 분해하는 것이라고 작성하였으면 상기 기준의 4번만 적용 된 것으로 판단하여 4점.

[문제 4]

예시답안

- ▶ R_1 은 저항 두 개를 병렬로 연결한 형태이므로 $R_1 = \frac{R}{2}$ 이다. R_2 는 경우는 그림을 잘 보면 저항 세 개, 네 개, 세 개를 각각 병렬로 연결한 후 직렬로 연결한 것과 같으므로 저항은 $R_2 = \frac{R}{4} + 2 \times \frac{R}{3} = \frac{11}{12}R$ 이다.
 n 이 1 증가하면 병렬로 연결된 저항의 개수는 2개 증가한다. 가운데에 있는 병렬로 연결된 저항의 합성 저항은 $\frac{R}{2n}$ 이고 이를 제외한 부분은 병렬로 연결된 저항 $n - 1$ 개가 두 번씩 나타나며 병렬로 연결된 저항 1개는 $\frac{R}{2n - 1}$ 에서 $\frac{R}{n + 1}$ 까지의 값을 갖는 $\frac{R}{2n - k}$ ($1 \leq k \leq n - 1$) 형태로 나타내진다.
- ▶ 따라서, $R_3 = \frac{R}{6} + 2 \times [\frac{R}{5} + \frac{R}{4}] = \frac{64}{60}R$ 이고
 $R_4 = \frac{R}{8} + 2 \times [\frac{R}{7} + \frac{R}{6} + \frac{R}{5}] = \frac{961}{840}R$ 이다.
- ▶ R_n 을 수열로 표현하면 $\frac{R}{2n} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2R}{2n - k}$ 이다.
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n} = 0$ 이므로 $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{2R}{2 - (k/n)} \right) \frac{1}{n} = R \int_0^1 \frac{2}{2 - x} dx$ 이다.
- ▶ 이 정적분을 계산하여 값을 도출하면 $R \int_0^1 \frac{2}{2 - x} dx = -2R[\ln(2 - 1) + \ln(2)] = (2\ln 2)R$ 이다.

채점기준 : 20점 만점

- R_4 또는 일반항을 구하는 과정을 논리적으로 설명했으면 7점
- R_4 의 값을 도출했으면 3점 $\frac{961}{840}R \approx 1.14404762R$ 를 적당히 근사한 것은 감점하지 않으나 R 을 생략하면 1점 감점함. 만일 분수를 계산하지 않고 합을 그대로 두었으면 구하는 과정이 얼마나 논리적으로 잘 설명되었는지를 종합적으로 판단하여 채점함.
- 수열을 표현하고 이를 정적분 식으로 고쳤으면 7점
- $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n$ 의 값을 도출했으면 3점 단, $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 2\ln 2$ 이라고 R 을 생략하면 1점 감점함.
 $2\ln 2 = \ln 4$ 는 모두 답이며 로그를 숫자로 근사적으로 표현하는 것은 감점하지 않음.

[문제 5]**예시답안**

- ▶ 문제에서 제시된 시간에 따른 육각형 중심의 개수와 최외각 모서리의 꼭지점의 개수는 다음과 같다.

시간	육각형 중심	최외각 꼭지점
1초	1	6
2초	7	18
3초	19	30
4초	37	42

- ▶ 시간에 따른 육각형 중심의 개수를 살펴보면 각 항의 차이가 공차가 6인 등차수열을 이루는 계차수열이다.

$$\begin{array}{c}
 \text{육각형 중심의} \\
 \text{개수} \\
 1 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{c} 1 \\ 7 \\ 19 \\ 37 \end{array}} \right\} 6 \\
 7 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{c} 1 \\ 7 \\ 19 \\ 37 \end{array}} \right\} 12 \\
 19 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{c} 1 \\ 7 \\ 19 \\ 37 \end{array}} \right\} 18 \\
 37
 \end{array}$$

시간을 t 라 하였을 때 육각형 중심의 개수(NC)를 일반화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 NC_t &= 1 + \sum_{k=1}^{t-1} 6k \\
 &= 1 + 6 \times \frac{(t-1)t}{2} \\
 &= 3t^2 - 3t + 1
 \end{aligned}$$

- ▶ 최외각 꼭지점의 개수는 공차가 12인 등차수열이다. 시간을 t 라 하였을 때 최외각 꼭지점의 개수(NV)를 일반화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 NV_t &= 6 + (t-1) \times 12 \\
 &= 12t - 6
 \end{aligned}$$

- ▶ 문제에서 제시한 바와 같이 A기체의 특성이 나타나기 위해서는 육각형 중심에 붙는 A기체의 개수가 최외각 꼭지점에 붙는 B기체의 개수보다 많아지게 되는 시간을 찾아야 한다. 즉 $NC_t > NV_t$ 를 만족시키는 최소한의 정수 t 를 찾으면 된다.

$$3t^2 - 3t + 1 > 12t - 6$$

$$3t^2 - 15t + 7 > 0$$

$$3\left(t^2 - 5t + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2\right) + 7 > 0$$

$$\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 > \frac{47}{12}$$

$$t > 0 \text{이므로}$$

$$t - \frac{5}{2} > \frac{\sqrt{47}}{2\sqrt{3}}$$

$$t > \frac{15 + \sqrt{141}}{6}$$

$$\frac{15 + \sqrt{144}}{6} > \frac{15 + \sqrt{141}}{6} > \frac{15 + \sqrt{121}}{6} \quad \text{이므로}$$

$$\frac{15 + 12}{6} > \frac{15 + \sqrt{141}}{6} > \frac{15 + 11}{6}$$

$$4.5 > \frac{15 + \sqrt{141}}{6} > 4.33$$

문제에서 시간은 정수라고 하였으므로 상기 식을 만족시키는 최소한의 시간은 5초이다.

예시답안

시간에 따른 육각형 중심의 개수를 살펴보면 각 항의 차이가 공차가 6인 등차수열을 이루는 계차수열로 시간을 t 라 하였을 때 일반항은 $3t^2 - 3t + 1$ 이다. 시간에 따른 최외각 꼭지점의 개수는 $12t - 6$ 이다. A기체는 육각형 탄소 고리의 중심에 붙는다고 하였으므로 A기체가 붙을 수 있는 자리 수는 $3t^2 - 3t + 1$ 이고 B기체는 형성된 그래핀의 최외각 모서리의 꼭지점에 붙는다고 하였으므로 B기체가 붙을 수 있는 자리 수는 $12t - 6$ 이다. A, B기체가 서로 비경쟁적 억제인자 역할을 한다고 하였으므로 A기체의 특성이 나타나는 그래핀을 형성하기 위해서는 A기체가 그래핀에 붙어 있는 수인 $3t^2 - 3t + 1$ 가 B기체가 그래핀에 붙어 있는 수인 $12t - 6$ 보다 커야한다. 따라서 이 조건을 만족시키는 최소한의 시간을 구해보면 문제에서 시간은 정수로 한정하였으므로 5초이다.

채점기준 : 20점 만점

- A기체가 붙는 자리 수에 대한 일반항을 제시했으면 7점
- B기체가 붙는 자리 수에 대한 일반항을 제시했으면 7점
- A기체가 붙는 자리 수가 B기체가 붙는 자리 수보다 커야한다는 개념을 제시 했으면 3점
- 시간을 5초로 정확히 구하였으면 3점

(cf) 일반항을 구하지 않고 스스로 추론해서 육각형 중심의 개수가 최외각 모서리 꼭지점의 개수보다 커지게 되는 시간인 5초라고 정답만 제시했으면 채점기준 3과 채점 기준 4를 적용하여 6점.