

2013학년도 중앙대학교

# 수시 2차 논술 문제지 (자연계열 I)

대학		학과 (학부)		수험 번호		성명	
----	--	------------	--	----------	--	----	--

◆ 답안 작성 시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 모두 6장으로 구성되어 있습니다.
  - 연습지가 필요할 경우 문제지의 여백을 이용하십시오.
  - 답안지의 수험번호 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하고 답안은 흑색 필기구를 사용하여 작성하십시오.
  - 답안지는 한 장만 사용하십시오.
  - 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마십시오.
  - 답안은 반드시 문항별로 지정된 구역에만 작성하십시오.
- ※ 지정된 구역을 벗어난 답안은 채점이 불가능함.  
※ 수정액, 수정테이프는 절대 사용 불가함.



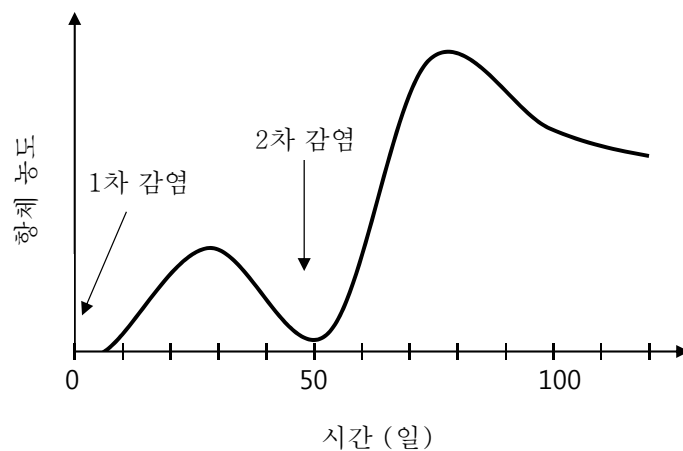
중앙대학교  
CHUNG-ANG UNIVERSITY

## 2013학년도 중앙대학교 수시 2차 논술 문제지 (자연계열 I)

▣ 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 영국의 의사인 제너는 우두에 걸린 사람은 천연두에 걸리지 않는다는 사실을 발견하고, 소젖을 짜는 사람의 손에 우두로 인해 생긴 물질의 내용물을 한 소년의 팔에 접종하였다. 그로부터 약 50일 후에 천연두를 앓고 있는 사람의 물질에서 내용물을 채취하여 이 소년의 팔에 투여하였다. 그 결과 소년에게 천연두의 증상이 나타나지 않았다. 이와 같은 현상은 인체의 방어 기제 중 하나인 항원-항체 반응을 통해서 나타난다. 최초 감염된 항원이 림프구가 생성한 항체와 결합한 후 백혈구에 의해 포식된 이후에도, 일부 림프구는 기억 세포로 전환되어 아래 그래프와 같이 동일한 항원에 2차로 감염되었을 때 다량의 항체를 신속하게 형성하여 질병을 예방하게 한다.

항체에는 항원과 결합하는 부위가 있는데, 이 결합 부위는 항원의 종류에 따라 다르기 때문에 항체는 한 종류의 항원과만 반응한다. 이 성질을 항원-항체 특이성이라 한다.



(나) 물체를 떨어뜨려 바닥에 충돌시킬 때 물체의 성질에 따라 튀어 오르는 높이가 다르다. 만일 물체가 처음 높이까지 튀어 오른다면 이런 경우를 완전 탄성 충돌이라 부른다. 특히 질량이 같은 두 물체가 직선상에서 완전 탄성 충돌한다면 두 물체는 충돌 전후 속도를 교환하고 전체 운동 에너지는 보존된다. 완전 탄성 충돌을 제외한 일반적인 충돌을 비탄성 충돌이라 하고, 특히 충돌한 후 두 물체가 한 덩어리로 붙는 경우를 완전 비탄성 충돌이라 한다. 비탄성 충돌의 경우 운동 에너지가 보존되지 않으며, 완전 비탄성 충돌의 경우 운동 에너지의 소모가 가장 크기 때문에 충돌로 인한 열이 가장 많이 발생한다.

(다) 함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이 한없이 커질 때, 함수  $f(x)$ 의 값이 일정한 값  $\alpha$ 에 한없이 가까워지면 이것을 기호로 아래와 같이 나타내며, 이를 극한값이라고 한다.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \alpha, \text{ 또는 } x \rightarrow \infty \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \alpha$$

극한값은 다음과 같은 경우 적분으로 표현되기도 한다. 함수  $y=f(x)$ 가 닫힌 구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때 아래의 식이 성립한다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x = \int_a^b f(x) dx \quad \text{단, } \Delta x = \frac{b-a}{n}, \quad x_k = a+k\Delta x$$

$x \rightarrow \infty$ 일 때  $(1+1/x)^x$ 의 값은 특정한 값  $e$ 에 수렴함이 알려져 있다.  $e$ 는 그 값이 2.718281828459045...인 무리수이다. 따라서  $h=1/x$ 로 놓으면,  $x \rightarrow \infty$ 일 때,  $h$ 의 값은 0보다 크면서 한없이 0에 가까워지므로 다음이 성립한다.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+1/x)^x = \lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{1/h} = e$$

$e$ 는 집단 구성 요소의 증가를 설명하는 데도 유용하다. 1개의 구성 요소가  $\Delta t$  후  $\alpha$ 개의 새로운 구성 요소를 생성할 때, 시간  $n\Delta t$ 에서 구성 요소의 개수를  $N(n\Delta t)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} N(\Delta t) &= N(0)(1+\alpha) \\ N(2\Delta t) &= N(\Delta t)(1+\alpha) \\ &\vdots \\ N(n\Delta t) &= N((n-1)\Delta t)(1+\alpha) \end{aligned}$$

이므로,

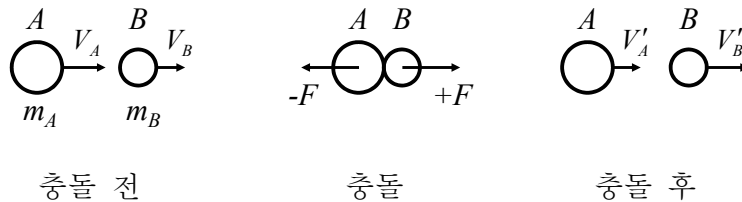
$$N(n\Delta t) = N(0)(1+\alpha)^n$$

임을 알 수 있다. 여기서  $t=n\Delta t$ ,  $\beta=\alpha/\Delta t$ 라 하고, 극한  $\Delta t \rightarrow 0$ 을 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} N(t) &= N(0) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (1+\beta\Delta t)^{\frac{t}{\Delta t}} \\ &= N(0) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (1+\beta\Delta t)^{\frac{1}{\beta\Delta t} \beta t} \\ &= N(0) e^{\beta t} \end{aligned}$$

즉, 집단 구성 요소의 증가는 밑이  $e$ 인 지수 함수로 표현된다.

(라) 서로 다른 두 물체 사이에 힘이 상호 작용할 때, 두 물체의 운동량의 합은 항상 일정하게 보존된다. 이를 운동량 보존 법칙이라 한다. 운동량 보존 법칙은 마찰력과 같이 외부에서 작용하는 알짜힘이 없이 물체끼리만 힘을 작용하면 항상 성립한다. 예를 들어, 아래 그림과 같이 질량이  $m_A$ ,  $m_B$ 인 두 물체 A와 B가  $V_A$ ,  $V_B$ 의 속도로 운동하다가 충돌한 후의 속도가  $V'_A$ ,  $V'_B$ 이 된 경우를 생각해 보자.



충돌하는 동안 B가 A로부터 받은 평균 힘이  $+F$ 라면 작용 반작용의 법칙에 의해 A가 B로부터 받은 평균 힘은  $-F$ 이다. 두 물체가 접촉하여 힘을 작용한 시간을  $\Delta t$ 라고 하면, A가 받은 충격량은  $-F\Delta t$ 이고 B가 받은 충격량은  $F\Delta t$ 가 된다. 이때 A와 B가 받은 충격량만큼 운동량이 변하므로 다음의 식이 성립한다.

$$A \text{가 받은 충격량} = A \text{의 운동량의 변화량} : -F\Delta t = m_A V'_A - m_A V_A$$

$$B \text{가 받은 충격량} = B \text{의 운동량의 변화량} : +F\Delta t = m_B V'_B - m_B V_B$$

두 식을 더하면 다음과 같이 충돌 전후 두 물체의 운동량의 합이 일정함을 알 수 있다.

$$m_A V_A + m_B V_B = m_A V'_A + m_B V'_B$$

외부의 힘을 이용할 수 없는 우주 공간에서 추진력을 얻기 위해 진행하고자 하는 방향의 반대 방향으로 연소 가스를 분사하는데, 이는 운동량 보존을 이용하는 좋은 예이다.

(마) 케플러는 행성의 운동과 관련하여 행성이 타원 궤도를 그리며 태양 주위를 돈다는 타원 궤도의 법칙을 발표하였다. 이후, 태양과 행성을 잇는 선이 같은 시간에 언제나 같은 면적을 휩쓴다는 면적 속도 일정의 법칙과 행성 운동의 타원 궤도에서 장축의 반지름( $a$ )과 공전주기( $T$ ) 사이에 일정한 관계( $a^3/T^2 = \text{일정}$ )가 있다는 조화의 법칙을 발견하였다.

태양을 중심으로 장축의 반지름이  $a$ 인 타원 궤도를 공전하는 물체의 에너지  $E$ 는 운동 에너지와 중력 위치 에너지의 합으로 태양의 질량을  $M$ , 공전하는 물체의 질량을  $m$ 이라 할 때, 다음의 식으로 표현된다. 단,  $M$ 은  $m$ 보다 매우 크고,  $G$ 는 만유인력 상수이다.

$$E = -\frac{GMm}{2a}$$

위의 식을 이용하면, 태양의 주위를 공전하는 행성의 속력을 근사적으로 계산할 수 있는데, 지구의 경우 초당 약 30 km에 달한다.

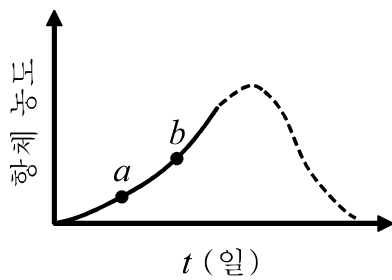
**[문제 1]** 제시문 (가)에는 우리 몸에 침투한 항원이 림프구에 의해 생성된 항체와 백혈구에 의해 제거되는 과정이 설명되어 있다. 이 과정을 제시문 (나)의 충돌 현상 및 운동 에너지의 관점에서 논리적으로 설명하시오. 단, 침투한 항원은 최종적으로 모두 백혈구에 의해 포식된다고 가정한다. [20점]

**[문제 2]** 제시문 (가)에서 항원에 대하여 림프구에 의해 생성되는 항체의 농도를  $f(t)$ 라 하고, 항체 생성 초기  $f(t)$ 는 아래와 같이 지수 함수로 표현된다고 하자.

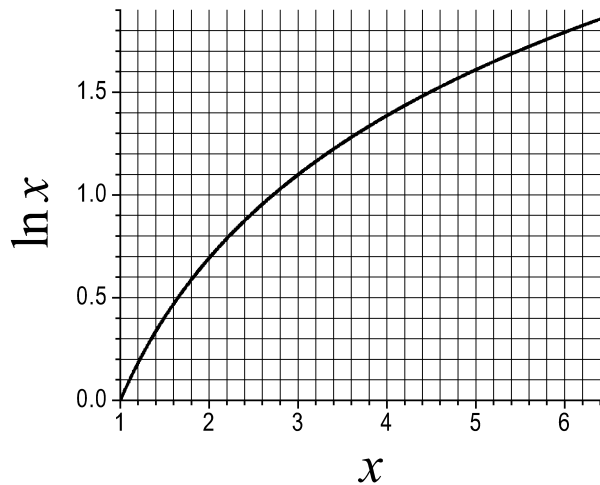
$$f(t) = A(e^{kt} - 1)$$

여기서  $A$ 는 비례 상수,  $k$ 는 증가 계수,  $t$ 는 항체 생성 시점으로부터의 시간이다.

제시문 (가)와 같이 천연두 백신을 어떤 사람에게 접종하였고, 항체 생성 시점부터 항체 농도의 시간에 따른 변화가 아래 그림과 같다.  $a, b$ 점에서 항체 농도가 아래 표와 같이 측정되었을 때, 그림에서 실선으로 표시된 항체 생성 초기 구간에서  $A$ 와  $k$ 를 구하는 과정을 제시문 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 필요시 아래의 자연 로그 그래프를 이용하시오. [20점]

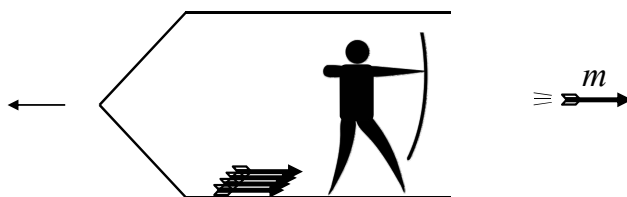


	$a$	$b$
$t$ (일)	7	15
항체 농도	2	7



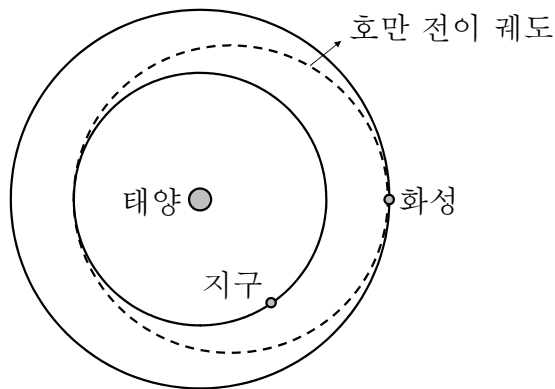
**[문제 3]** 사람의 몸을 감염시켜 질병을 일으키는 세균이 있다. 감염 이후 세균은 분열을 통해 개체 수가 증가하는데, 그 증가율이  $p$ 라고 하자. 여기서 증가율이란 단위 시간 동안 새롭게 생성되는 개체의 수( $\Delta N$ )와 현재 개체 수( $N$ )의 비( $\Delta N/N$ )를 말한다. 제시문 (가)와 같이 체내에서 이 세균에 대항하는 항체가 만들어지는데, 단위 시간 동안 생성되는 항체의 수는 세균의 수에 비례하여  $qN$ 이다. 만들어진 항체는 즉시 세균을 제거하며, 하나의 항체가 하나의 세균과 반응한 후 소멸한다. 초기에  $N_0$ 개의 세균이 침입하였을 때, 임의의 시간  $t$ 에서 남아 있는 세균의 수를 구하는 과정을 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단,  $p > 0$ ,  $q > 0$ 이며,  $N_0$ 는 매우 큰 값이다. [20점]

**[문제 4]** 아래 그림과 같이 궁사가 후방으로 활을 쏘고 그 반작용에만 의존하여 진행되는 우주선이 있다고 하자. 우주선은 초기에 정지해 있었고, 궁사와 화살의 질량을 포함한 우주선의 초기 질량은  $M$ , 화살 한 개의 질량은  $m$ 이다. 우주선에는 충분히 많은 수의 화살이 있으며, 우주선과 화살의 상대 속력은  $V_a$ 로 일정하다.  $n$ 번째 화살이 발사된 직후 우주선의 속력을  $V_n$ 이라 할 때, 제시문 (다)와 (라)에 근거하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$ 을 구하는 과정을 논리적으로 설명하시오. 단,  $n \times m = \text{일정} = M_a (< M)$ 이다. [20점]



**[문제 5]** 2012년 8월 미국의 화성 탐사 로봇 큐리오시티(Curiosity)가 화성에 무사히 착륙한 것이 큰 화제가 되었다. 큐리오시티를 싣고 화성으로 날아간 우주선은 에너지의 소모를 최소화하기 위해 ‘호만 전이 궤도(Hohmann transfer orbit)’라 불리는 궤도를 따라 이동했는데, 이는 아래 그림의 점선과 같이 지구 궤도와 화성 궤도를 접하는 타원 궤도를 말한다. 호만 전이 궤도를 이용한 화성 여행은 다음과 같은 단계로 진행된다.

1. 지구에서 1차 추진을 하여 호만 전이 궤도에 진입한다.
2. 화성 궤도와 접하는 지점에서 2차 추진을 하여 화성에 도착한다.
3. 화성에서 지구로 돌아올 때에는 위 과정을 역순으로 진행한다.



지구와 화성의 공전 궤도가 각각 반지름  $R$ 과  $3R/2$ 인 원이고, 지구에서 호만 전이 궤도를 이용하여 화성에 가려 한다고 하자. 1차 추진과 2차 추진을 통해 얻어야 할 우주선의 속도 변화를 각각  $\Delta V_1$ 과  $\Delta V_2$ 라고 할 때,  $\Delta V_2/\Delta V_1$ 를 구하는 과정을 제시문 (라)와 (마)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 지구와 화성의 공전 방향은 동일하고, 우주선의 질량  $m$ 은 태양의 질량  $M$ 보다 매우 작으며, 우주선의 운동에서 태양의 만유인력을 제외한 다른 외부 힘은 없다고 가정한다. 필요시 태양에서 거리  $r$ 만큼 떨어진 지점의 중력 위치에너지  $U(r)$ 의 식을 이용하시오. [20점]

$$U(r) = -\frac{GMm}{r}$$

- 끝 -