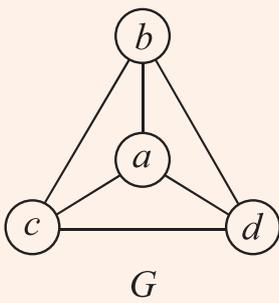


으로 정하기로 하자. 예를 들어,  $a$  팀은 승점이  $a$  인 팀이고  $b$  팀은 승점이  $b$  인 팀이다. 이렇게 명명된 네 팀을 아래 그림과 같이 그래프  $G$ 의 꼭짓점에 배치하자. 무승부경기에 해당하는  $G$ 의 변에는 방향을 부여하지 않고 승부가 난 경기에 해당하는  $G$ 의 변에는 패자에서 승자 쪽으로 방향을 부여하면,  $G$ 는 제시문 (라)에서 설명한 유향그래프 또는 준유향그래프가 된다. 어떤 팀이 승점 5점을 획득하였고 승점이 같은 팀이 없다고 가정하였을 때, 가능한 유향그래프 또는 준유향그래프  $G$ 를 승점  $a, b, c, d$ 와 함께 모두 제시하시오. [15점]



## 02 평가 목표 및 출제 의도

### (1) 평가 목표

본 문제는 자연계열 대학진학생들이 갖추어야 할 기본적인 소양인 지문 이해력, 논리적 문제 해결능력 및 계산능력을 평가하는데 목적이 있다. 즉, 지문의 내용을 충분히 이해하고, 지문에 주어진 정보에 따라 논리적 해결점을 찾아나가는 기본능력을 측정함으로써 대학에 진학하여 창의성과 논리성에 근거한 대학교육에 적용할 수 있는 인재를 선발하고자 한다. 특히 이번 논술고사에서는 학생들에게 익숙한 교과서 내용의 소재에 대하여 논리적 사고력과 수리적인 분석 능력을 결합하여 자연현상을 설명하고 의미가 있는 과학적 결론을 도출하는 능력을 평가한다.

### (2) 출제 의도

#### [문제 1]

고등학교 생물1 교과서에 실린 생물학적 기본 지식과 고등학교 수학1 교과서에 실린 행렬에 대한 기본 지식을 조합한 문제이다. 수학 교과서에 수록된 행렬에 대한 기본적인 이해와 생물 교과서에 수록된 먹이그물에서의 생물 농축과 자율신경계 교감신경과 부교감신경의 기능에 대한 기본적인 지식이 있으면 이를 주어진 지문에 응용하여 쉽게 답을 제시할 수 있다. 문제에 사용된 지문의 출처는 다음과 같다.

- 고등학교 생물 1 대학서림 5쇄 2010
- 고등학교 수학 1 천재교육 초판 2010

#### [문제 2]

축구에 대한 뉴스 기사를 소재로 하여 고등학교 생물1 교과서에 수록된 혈액 순환을 응용한 문제로 지문에 대한 이해력과 응용력이 요구된다. 교과서의 내용을 잘 숙지하고 이를 응용할 수 있는 능력이 있으면 쉽게 답을 제시할 수 있다. 문제에 사용된 지문의 출처는 다음과 같다.

- 고등학교 생물 1 지학사 5쇄 2007
- 동아일보 [한국축구 체력 강화 비결] 2002.06.25

**[문제 3]**

신체에서 혈액의 흐름을 결정짓는 중요한 요인 중, 혈관의 직경과 혈류량의 관계를 물리적 모델에 근거하여 이해할 수 있음을 보여주는 문제이다. 혈액은 점성력을 띠는 유체이기 때문에 복잡한 내부력이 작용하여, 유체의 속도가 압력차와 관의 중심에서부터의 거리 함수로 주어짐을 이용한다. 이 문제를 해결하기 위해선 제시문에서 주어진 그림의 올바른 해석과 더불어, 주어진 식을 구분적법의 기본 원리 및 정적분을 이용하여 논리적 추론에 따라 간단한 적분 계산으로 유도해 낼 수 있어야 한다. 이를 통해 학생들의 수리적, 논리적 사고력과 추론능력을 종합적으로 평가하고자 한다.

**[문제 4]**

우리가 일상생활에서 접하는 이상화 되지 않은 보통의 충돌현상 또한, 운동량 보존 법칙과 제시문에서 주어진 비탄성계수를 이용하여 간단한 물리적 모델로 설명될 수 있고 이로부터 예상하지 못한 결과가 도출될 수 있음을 보여주는 문제이다. 보다 현실적인 비탄성 충돌 현상을, 주어진 식과 문제에서 기술된 상황에 대한 논리적 추론을 이용하여 간단한 수학적 전개를 통해 설명하는 능력을 보려한다. 이를 통해 학생들의 논리적 사고력과 종합적인 문제 해결 능력을 평가한다.

**[문제 5]**

주변에서 관찰할 수 있는 자연현상을 수학적 언어로 표현하는 예를 보여주는 문제이다. 먹이그물이 유향그래프와 행렬로 동시에 표현될 수 있음을 제시문을 통해 이해하고, 역으로 행렬의 연산을 먹이그물에 대한 유향그래프로부터 해석할 수 있는지 평가한다. 제시문의 내용에 대한 정확한 이해력과 수학적 상상력이 요구된다.

**[문제 6]**

일상생활의 배후에서 수학이 부지불식중에 작용하고 있음을 보여주는 문제이다. 문제에서 요구한 축구팀의 승패 관계에 대한 경우의 가짓수를 단순한 수식을 통하여 빠짐없이 나열하고, 수식을 통하여 얻은 승패 관계가 실제로 실현될 수 있는지 (준)유향그래프로 확인한다. 조심성 있는 문제풀이와 정확한 수학적 논리력이 요구된다.

**03 예시답안**

**[문제 1]**

- 포식 관계 행렬을 분석해 보면 네 종류의 동물은 먹이 사슬에서  $b \rightarrow d \rightarrow a \rightarrow c$  의 순서로 배치되어있다. 생태계에서 오염물질은 먹이 사슬의 상위 단계로 갈수록 누적되어 더욱 많이 농축되므로  $c > a > d > b$  의 순서로 오염물질의 농축이 심하고 섭취한 사람에게서 심장 이상 반응이 발생할 가능성이 높다.

- 교감신경은 심장의 박동 및 수축을 촉진하는 역할을 하며 레세르핀은 교감신경 억제물질이다. 따라서 이와 유사한 작용을 가진 화학물질은 심장기능 감소를 통하여 심장박동(심박수) 감소, 심박출량감소, 1회 박출량감소, 혈압감소 등의 이상 반응을 일으킨다.

**[문제 2]**

- 휴식 시와 운동 시의 혈류량의 총합은 각각 6000 mL/분 과 18000 mL/분으로 운동 시 3배로 증가한다. 혈류량의 총합은 심박출량(CO)와 동일하고 심박수(HR)는 운동 시 2 배 증가하므로 1회 박출량(SV)은 운동 시 1.5 배 증가한다.

- 혈류량은 혈압 차이에 비례하고 혈류 저항에 반비례하므로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Q \propto \frac{\Delta P}{R} \quad Q \text{ 은 혈류량, } \Delta P \text{ 는 혈압 차이, } R \text{ 은 혈류 저항}$$

운동 시의 혈류량은 휴식 시에 비하여 뇌에서 그대로이고 신장에서 1/2로 감소하였다.

뇌에서는 혈류량이 변화하지 않았으나  $\Delta P$  가 1.5배 증가하였으므로 뇌에서의 혈류 저항( $R$ )은 1.5배 증가하여야 한다. 신장에서는 혈류량이 1/2로 감소하였으나  $\Delta P$  가 1.5배 증가하였으므로 신장에서의 혈류 저항( $R$ )은 3배 증가하여야 한다.

### [문제 3]

- 제시문(나)에서 주어진 식은 다음과 같으며,

$$v(r) = \alpha(r^2 - R^2)\Delta P$$

- 문제와 제시문(나)에서 주어진 개념을 이용하면 다음과 같은 관계를 생각할 수 있다. ( $\Delta A$  : 미세 단면적)

$$\Delta Q = v(r)\Delta A = \alpha(r^2 - R^2)\Delta P\Delta A$$

- $\Delta A$  는  $2\pi r\Delta r$  로 표현될 수 있고, 무한히 세분된 관을 생각하면, 단위 시간당 흐르는 혈류량  $Q$  는

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^R v(r)2\pi r dr \\ &= \int_0^R \alpha(r^2 - R^2)\Delta P 2\pi r dr \\ &= 2\pi\alpha\Delta P \int_0^R (r^3 - rR^2) dr \\ &= 2\pi\alpha\Delta P \left[ \frac{1}{4}r^4 - \frac{1}{2}r^2R^2 \right]_0^R \\ &= 2\pi\alpha\Delta P \left( -\frac{R^4}{4} \right) \\ &= -\frac{\pi\alpha\Delta P}{2} R^4 \end{aligned}$$

### [문제 4]

- 문제에 의해 100 kg, 50 kg 인 두 선수의 발의 무게는 각각  $m_{1B} = 10 \text{ kg}$ ,  $m_{1s} = 5 \text{ kg}$  이다. 공을 차기 직전 발의 속도를 각각  $v_{1B}$ ,  $v_{1s}$  이라 하면, 정지해 있는 공의 속도  $v_2 = 0$  으로부터, 운동량 보존법칙에 의해 다음 식을 세울 수 있다.

$$m_1v_1 = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$$

- 이때 비탄성 계수는 다음과 같이 표현된다.  $e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_1}$

- 두 식을 연립하여 풀면 다음 관계식을 구할 수 있다.  $v_{2f} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}(1 + e)v_1$

- 몸무게가 다른 두 선수가 찬 공의 속도의 비는,

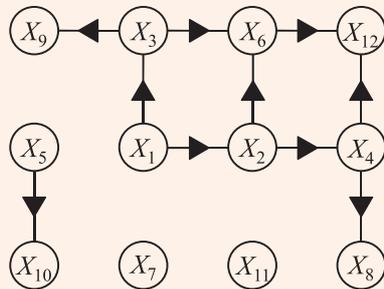
$$\frac{v_{2fB}}{v_{2fS}} = \frac{\frac{m_{1B}}{m_{1B}+m_2} v_{1B}}{\frac{m_{1S}}{m_{1S}+m_2} v_{1S}} = \frac{m_{1B}(m_{1S}+m_2)}{m_{1S}(m_{1B}+m_2)} \frac{v_{1B}}{v_{1S}} = \frac{10\text{ kg}(5.4\text{ kg})}{5\text{ kg}(10.4\text{ kg})} \frac{v_{1B}}{v_{1S}}$$

- 공을 찬 직후 두 공의 속도가 같다고 하면,  $\frac{v_{1S}}{v_{1B}} = \frac{54}{52} \approx 1.04$

- 따라서 몸무게가 가벼운 선수가 무거운 선수보다 약 1.04 빠른 속도로 공을 차면 무거운 선수와 같은 속도의 슛을 얻을 수 있다.

**[문제 5]**

- 유향그래프는 다음과 같다.



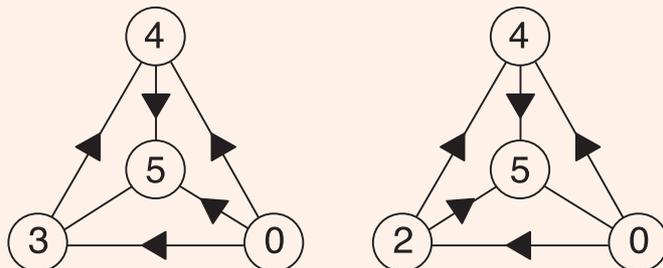
- 행렬  $B$ 는 동물들의 포식관계를 나타내는 행렬이다.  $B^n$ 의  $(i,j)$  성분은 먹이 그물에서  $X_i$ 가 중간 포식자를  $n-1$ 번 거쳐  $X_j$ 에 도달하는 방법의 가짓수이다.  $n-1 \leq 2$ 이면, 위 유향그래프로부터 중간 포식자 수가  $n-1$ 인 경로를 찾을 수 있으므로  $B^n \neq O$ 이다.  $n-1 \geq 3$ 이면, 중간 포식자 수가  $n-1$ 인 경로를 찾을 수 없으므로  $B^n = O$ 이다. 따라서 이 되는 최소의 자연수  $n$ 은 4이다.

**[문제 6]**

- 각 경기마다 두 팀이 나누어 갖는 승점의 합은 2이고 전체 6경기가 있으므로  $a+b+c+d=12$ 이다. 승점 5점을 획득한 팀은 2승 1무로 패한 경기가 없어야 하므로 리그전을 펼친 네 팀 중에서 승점 6점을 획득한 팀은 존재하지 않는다. 따라서  $a=5$ 이고  $b+c+d=7$ 이다. 이 두 식을 만족하는  $(a, b, c, d)$ 는 다음과 같이 모두 6가지이다.

$$(5,5,2,0), (5,5,1,1), (5,4,3,0), (5,4,2,1), (5,3,3,1), (5,3,2,2)$$

이들 중 동점이 없는 것을 고르면  $(5,4,3,0), (5,4,2,1)$ 이 되고 해당하는 준유향그래프는 다음과 같다.



## 04 채점기준

### [문제 1] 15점 만점

- c>a>d>b의 이상 반응 가능성 순서를 올바르게 제시하면 10점
- 어떠한 표현이든지 심장의 기능이 감소한다는 내용이 있으면 5점
- 논리전개의 완성도에 따라 차등 감점 : -0 (매우 우수), -1(우수), -2(보통), -3(미흡), -4(매우 미흡)

### [문제 2] 15점 만점

- 1회 박출량(SV)의 1.5배 증가를 제시하면 5점
- 뇌의 혈류 저항 1.5배 증가를 제시하면 5점
- 신장의 혈류 저항 3배 증가를 제시하면 5점
- 논리전개의 완성도에 따라 차등 감점 : -0 (매우 우수), -1(우수), -2(보통), -3(미흡), -4(매우 미흡)

### [문제 3] 15점 만점

- 각 층의 혈류량을  $\Delta Q = v(r)\Delta A = \alpha(r^2 - R^2)\Delta P\Delta A$ 로 표현하면, 2점
- $\Delta A$ 는  $2\pi r\Delta r$ 로 표현하면, 3점
- 전체 혈류량을  $Q = \int_0^R v(r)2\pi r dr$ 로 표현하면, 5점
- 적분을 계산하여  $Q = -\frac{\pi\alpha\Delta P}{2}R^4$ 란 결과를 얻어내면, 5점

### [문제 4] 20점 만점

- 운동량 보존 법칙으로  $m_1v_1 = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$  식을 구하면, 5점
- 비탄성 계수를  $e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_1}$ 로 표현하면, 2점
- 두 관계식을 연립하여  $v_{2f} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}(1 + e)v_1$ 를 구하면, 5점
- 비례식을 다음과 같이 표현하면, 5점

$$\frac{v_{2fB}}{v_{2fS}} = \frac{\frac{m_{1B}}{m_{1B} + m_2} v_{1B}}{\frac{m_{1S}}{m_{1S} + m_2} v_{1S}} = \frac{m_{1B}(m_{1S} + m_2)}{m_{1S}(m_{1B} + m_2)} \frac{v_{1B}}{v_{1S}}$$

- 결과를 로 표현하여 1.04배의 속도로 공을 차야 한다고 언급하면, 3점

**[문제 5] 20점 만점**

- 유향그래프를 정확히 제시하면 **10점** (부분점수는 다음과 같이 부여)
  - $X_1, X_2, X_3, X_4, X_6, X_8, X_9, X_{12}$ 의 위치를 모두 맞추면 **7점**, 하나라도 틀리면 **0점**
  - $X_5$ 와  $X_{10}$ 의 위치를 모두 맞추면 **2점**, 하나라도 틀리면 **0점**
  - $X_7$ 의 위치를 맞추면 **1점**
  
- 최소의 자연수  $n$ 을 정확히 구하면 **10점** (부분점수는 다음과 같이 부여)
  - 행렬  $B$ 가 동물들의 포식관계를 나타내는 행렬임을 말하면 **2점**
  - 최소의 자연수  $n$ 을 포식관계를 이용하여 구하면 **8점**
  - 직접적인 계산을 통하여 최소의 자연수  $n$ 을 구하면 **3점**

**[문제 6] 15점 만점**

- $a+b+c+d=12$ 임을 지적하면, **4점**
  
- $a=5$ 임을 말하면, **3점**
  
- 해당하는 승점열이  $(5,4,3,0), (5,4,2,1)$ 인 것을 제시하면, **4점** (각 2점)
  
- 해당하는 준유향그래프를 제시하면, **4점** (각 준유향그래프에 2점)

예시답안과 다르게 답을 제시한 경우

- 예시답안과 다른 방법으로 승점열  $(5,4,3,0), (5,4,2,1)$ 을 제시하면 **11점**
  
- 해당하는 준유향그래프를 제시하면, **4점** (각 준유향그래프에 2점)

