2018학년도 수시모집

논술고사 문제지 (오후2)

자연계열 (120분)

모집단위		전형유형	논술우수자
수험번호		성　　명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.
4. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
5. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가).

※ **답안지는 절대 교체할 수 없습니다.**

■ 답안 작성 유의사항

1. 수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함 시키시오.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

논술고사 (자연계열)

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오.

(가) (부정적분의 정의) $F'(x)=f(x)$ 일 때, $\int f(x)dx = F(x)+C$ (단, C는 적분상수)

(나) (적분과 미분의 관계) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x) \quad (\text{단, } a<x<b)$$

(다) (미적분의 기본 정리) 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때,

$$\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = F(b)-F(a)$$

(※) 모든 실수 x에 대하여, 함수 $f(x)$와 함수 $g(x)$는 미분가능하고 $f'(x)$와 $g'(x)$는 연속함수이다. 또한 $f(x)$와 $g(x)$는 다음 등식을 만족한다.

$$f(x) = g(x) - \int_0^x (x-t)f'(t)dt$$

(1-1) $\{e^x f(x)\}' = e^x\{g'(x)+g(0)\}$이 성립함을 보이시오. (15점)

(1-2) 함수 $g(x) = \dfrac{x\cos x}{e^x}$일 때, 함수 $f(x)$를 구하시오. (15점)

논술고사 (자연계열)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오.

양의 실수 a, b에 대하여 산술평균 $\frac{a+b}{2}$와 기하평균 $\sqrt{ab}$는

$$\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2} \quad (\text{단, 등호는 } a=b \text{일 때 성립한다.})$$

을 만족한다. 마찬가지로 n개의 양의 실수 $x_1, x_2, \dots, x_n$에 대하여

$$\sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n} \le \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \quad \text{또는} \quad x_1 x_2 \cdots x_n \le \left(\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}\right)^n$$

(단, 등호는 $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$ 일 때 성립한다.)

이 성립한다. 이 부등식을 산술·기하평균 부등식이라 한다.

(2-1) 수열 $\{a_n\}$, $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ 에 대하여,

(a) 함수 $y = \ln(1+x)$ $(x \ge 0)$ 의 그래프를 이용하여 $a_n < a_{n+1}$ 임을 보이시오. (10점)

(b) 제시문과 $x_1 = x_2 = \cdots = x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)$ 그리고 $x_{n+1} = 1$ 을 이용하여 $a_n < a_{n+1}$ 임을 보이시오. (10점)

(2-2) 모든 자연수 n과 등식 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ 을 만족하는 실수 p $(p>1)$ 와 양의 정수 q $(q>1)$ 에 대하여

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \le p^q$$

임을 보이시오. (15점)

논술고사 (자연계열)

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오.

(가) 두 점 A, B의 위치벡터를 각각 $\vec{a}, \vec{b}$라 할 때, 선분 AB를 $m:n$ $(m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점 P의 위치벡터 $\vec{p}$는 다음과 같다.

$$\vec{p} = \frac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n}$$

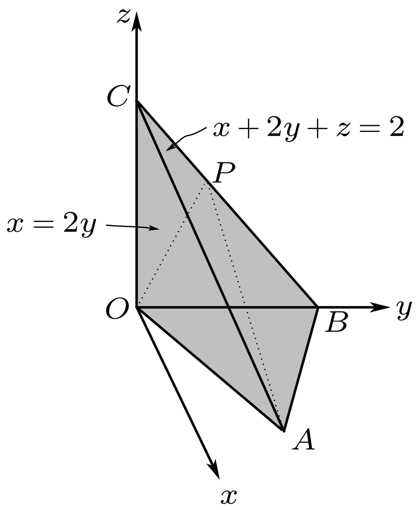
(나) 벡터 $\overrightarrow{OA}$와 벡터 $\overrightarrow{OB}$가 이루는 각의 크기를 θ $(0<\theta<\pi)$라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S = \frac{1}{2}|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\sin\theta$$

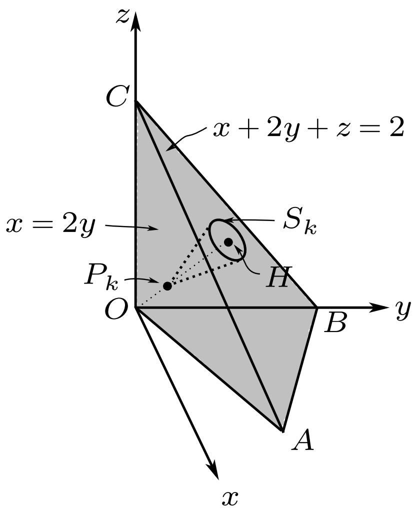
(※) O를 원점으로 하는 좌표공간에서 아래 그림과 같이 네 평면

$$x+2y+z=2, \quad x=2y, \quad x=0, \quad z=0$$

으로 둘러싸인 사면체 $OABC$가 있다.



[그림 1]



[그림 2]

(3-1) [그림 1]에서 선분 BC를 $2:1$로 내분하는 점을 P라 하자. 삼각형 OAP의 넓이를 제시문 (나)와 벡터의 내적을 이용하여 구하시오. (15점)

(3-2) [그림 2]에서 원점 O를 지나고 평면 $\alpha : x+2y+z=2$에 수직인 직선과 평면 α의 교점을 H라 하자. 또한 H에서 거리가 k인 선분 OH 위의 점을 P_k라 하자. (단, P_k는 양 끝점 O와 H는 아니다.)

(a) 점 H의 좌표와 k의 범위를 구하시오. (5점)

(b) P_k를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OH}$인 구와 평면 α의 교선을 S_k라 하자. 밑면이 S_k이고 꼭짓점이 P_k인 원뿔의 부피를 $f(k)$라 할 때, $f(k)$의 최댓값을 구하시오. (15점)

<연 습 장>

〈연 습 장〉

<연 습 장>

<연 습 장>

<연 습 장>