2018학년도 인하대학교 수시모집 논술고사 자연계열 (오후1)

해설, 예시 답안, 평가 기준

■ 문항 1

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사		
전형명	논술우수자(오후1)		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	■ 1번 □ 2번 □ 3번
출제 범위	핵심개념 및 용어	부정적분, 구분구적법, 정적분, 부분적분법	

2. 출제 의도

극한 개념은 미적분 I, II에 걸쳐 매우 중요한 역할을 한다. 또한 이를 바탕으로 한 넓이 문제는 학생들의 적분개념 형성 및 평가에 중추 역할을 하고 있다. 함수들로 이루어진 영역의 넓이를 정적분의 기하학적 개념으로 이해하고 표현할 수 있는지와 극한값을 구하는데 있어 구분구적법을 이용하여 정적분으로 나타내고 정적분의 적분기법인 부분적분법을 적용하여 적분을 계산할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 이와 같은 적분의 개념들 평가하기 위하여 공교육의 현실과 수준을 반영하는 것이 마땅하다. 이를 위하여 학생들이 익숙한 내용과 수준으로 제시문과 발문을 교과서로부터 차용했으며 논제를 파악하는데 어려움이 없도록 충분한 정보를 제공하였다. 본 문제평가를 통하여 학생들이 학교에서 배운 지식을 객관적으로 평가하고 이를 바탕으로 창의적 발전가능성을 알아보려하였다.

3. 출제 근거

1) 교육과정 근거

적용 교육과정	■ 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책8] “수학과 교육과정“의 일반과목
	□ 수학 I □ 수학II □ 확률과 통계 ■ 미적분 I ■ 미적분II □ 기하와 벡터

<table>
<tr><td rowspan="4">관련
성취기준</td><td>관련
제시문</td><td>성취기준</td><td>과목명: (미적분 I, 미적분 II)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(가),
(나),
(다)</td><td>성취기준 1</td><td>[미적분I]-라. 다항함수의 적분법-3) 정적분의 활용
미적1431. 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>성취기준 2</td><td>[미적분I]-라. 다항함수의 적분법-2) 정적분
미적1422. 정적분의 뜻을 안다.</td></tr>
<tr><td>성취기준 3</td><td>[미적분II]-라. 적분법-1) 여러 가지 적분법
미적2412. 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</td></tr>
</table>

2) 자료 출처

교과서 내

도서명	저자	발행처	발행 연도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
미적분 I	정상권 외	(주)금성출판사	2017	178,187	공통	○
미적분 I	김원경 외	비상교육	2017	143,153,161	공통	○
미적분 II	우정호 외	동아출판	2017	212,220-223	공통	○
미적분 II	신항균 외	㈜지학사	2017	170	공통	○

4. 문항 해설

(1-1) 곡선 $y=\dfrac{1}{x}$와 두 직선 $y=mx, y=nx$과의 교점을 구하고 제시문 (가)를 이용하여 구하고자 하는 영역의 넓이를 정적분으로 표현하여 구할 수 있다.

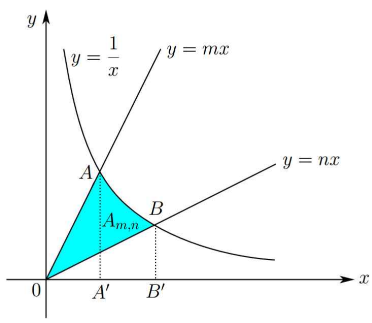
(1-2) (1-1)에서 구한 $S_{m,n}$들의 부분합의 극한을 구하는 문제로 제시문 (나)를 이용하여 정적분으로 표현하고 제시문 (다)의 부분적분법을 이용하여 극한을 구할 수 있다.

5. 채점 기준

하위문항 번호	채점 기준	배점
(1-1)	곡선 $y=\frac{1}{x}$ $(x>0)$과 두 직선 $y=mx$, $y=nx$의 교점의 좌표 $\left(\frac{1}{\sqrt{m}}, \sqrt{m}\right)$, $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}, \sqrt{n}\right)$를 구하면 3점	3점
	적절한 방법으로 구하고자 하는 영역을 분할하여 적분으로 표현 하면 6점	6점
	적분값을 계산하면 6점	6점
(1-2)	다음과 같이 표현하면 10점 $$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{A_{n+k,n}}{n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}A_{n+k,n}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\ln\frac{n+k}{n}$$ $$=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\ln\left(1+\frac{k}{n}\right)$$	5점
	$\frac{1}{2}\int_1^2 \ln x dx$로 표현하면 3점	5점
	$\frac{1}{2}\int_1^2 \ln x dx=\frac{1}{2}\left[x\ln x - x\right]_1^2=\ln 2-\frac{1}{2}=\ln\frac{2}{\sqrt{e}}$이 맞으면 5점	5점

6. 예시 답안

(1-1) 곡선 $y=\frac{1}{x}$ $(x>0)$과 두 직선 $y=mx$, $y=nx$의 교점의 좌표는 각각 $\left(\frac{1}{\sqrt{m}}, \sqrt{m}\right)$, $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}, \sqrt{n}\right)$이므로 곡선 $y=\frac{1}{x}$ $(x>0)$과 x축 및 두 직선 $x=\frac{1}{\sqrt{m}}$, $x=\frac{1}{\sqrt{n}}$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S'이라고 하면 제시문 (가)에 의해 구하는 넓이 $A_{m,n}$은 다음과 같다.



$$
\begin{aligned}
A_{m,n} &= S' + \triangle OAA' - \triangle OBB' \\
&= \int_{\frac{1}{\sqrt{m}}}^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \frac{1}{x} dx + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{m}}\sqrt{m} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{n} \\
&= [\ln x]_{\frac{1}{\sqrt{m}}}^{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \ln\frac{1}{\sqrt{n}} - \ln\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{2}\ln\frac{m}{n}
\end{aligned}
$$

(1-2) (1-1)과 제시문 (나)와 (다)에 의해 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{A_{n+k,n}}{n} &= \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}A_{n+k,n} = \frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\ln\frac{n+k}{n} \\
&= \frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\ln\left(1+\frac{k}{n}\right) = \frac{1}{2}\int_{1}^{2}\ln x dx = \frac{1}{2}[x\ln x - x]_1^2 = \ln 2 - \frac{1}{2} = \ln\frac{2}{\sqrt{e}}
\end{aligned}
$$

■ 문항 2

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사		
전형명	논술우수자(오후2)		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	□ 1번 ■ 2번 □ 3번
출제 범위	핵심개념 및 용어	극한값의 대소 관계, 삼각함수의 극한	

2. 출제 의도

수열의 극한 문제는 미적분 I, II에 걸쳐 매우 중요한 역할을 한다. 또한 이를 바탕으로 한 응용문제는 학생들의 미적분개념 형성 및 평가에 중추 역할을 하고 있다. 이와 같은 적분의 개념들 평가하기 위하여 공교육의 현실과 수준을 반영하는 것이 마땅하다. 이를 위하여 학생들이 익숙한 내용과 수준으로 제시문과 발문을 교과서로부터 차용했으며 논제를 파악하는데 어려움이 없도록 충분한 정보를 제공하였다. 본 문제평가를 통하여 학생들이 학교에서 배운 지식을 객관적으로 평가하고 이를 바탕으로 창의적 발전가능성을 알아보았다. 특히 [문제 2]는 학교교육과정에 기계적 방법에 의한 계산을 이미 학교에서 배운 내용들을 바탕으로 논리적으로 제시하는 능력을 평가하려 하였다.

3. 출제 근거

1) 교육과정 근거

적용 교육과정	■ **교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책8] "수학과 교육과정"의 일반과목** □ 수학 I □ 수학 II □ 확률과 통계 ■ 미적분 I ■ 미적분 II □ 기하와 벡터	

관련 성취 기준	관련 제시문	성취기준	과목명: (미적분 I, 미적분 II)
	(가) (나) (다) (라)	성취기준 1	[미적분 II]-가. 지수함수와 로그함수, 1) 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 미적2112-2. 로그함수의 그래프를 그려보고, 그 성질을 이해한다.

	성취기준 2	[미적분 I]-가. 수열의 극한, 1) 수열의 극한 미적1112. 수열의 극한에 관한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.
	성취기준 3	[미적분 II]-가. 지수함수와 로그함수, 2) 지수함수와 로그함수의 미분 미적2121. 무리수 e의 뜻을 알고, 지수함수와 로그함수의 극한값을 구할 수 있다.
	성취기준 4	[미적분 II]-나. 삼각함수의 미분, 2) 삼각함수의 미분 미적2222. 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.

2) 자료 출처

교과서 내

도서명	저자	발행처	발행연도	참고쪽수	제시문	재구성여부
미적분 II	황선욱 외	좋은책 신사고	2017	81, 168	(가), (라)	○
미적분 I	신항균 외	㈜지학사	2017	20	(나)	○
미적분 II	정상권 외	㈜금성출판사	2017	38	(다)	○

4. 문항 해설

(2-1)은 로그함수의 그래프를 이용하여 오일러 수 e에 관한 수열의 극한값 $\lim_{n \to \infty}\left(1+\frac{3}{2n}\right)^n$을 구하는 방안을 평가하고자 하였고, (2-2)는 거듭되는 삼각형으로 이루어진 도형으로부터 삼각함수와 관련된 급한 값 $\lim_{n \to \infty}\frac{2^n}{a_{n+1}}$을 구하는 문제이다.

5. 채점 기준

하위문항 번호	채점 기준	배점
(2-1)	$a=2n,\ b=2n+3$ 로 택하면 4점	4점
	제시문 (가)에 있는 부등식 $\frac{1}{b}<\frac{\ln b-\ln a}{b-a}<\frac{1}{a}$에 대입하여 다음을 보이면 4점 $\frac{1}{2n+3}<\frac{\ln(2n+3)-\ln(2n)}{3}<\frac{1}{2n} \Rightarrow \frac{1}{2n+3}<\frac{1}{3}\ln\left(1+\frac{3}{2n}\right)<\frac{1}{2n}$ $\Rightarrow \frac{3n}{2n+3}<\ln\left(1+\frac{3}{2n}\right)^n<\frac{3}{2}$	4점
	마지막 부등식에 $\lim\limits_{n\to\infty}$ 을 취하면 제시문 (나)와 제시문 (다)에 의하여 다음극한을 구하면 4점 $\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left(1+\frac{3}{2n}\right)^n=\ln\left(\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{3}{2n}\right)^n\right)=\frac{3}{2}$	4점
	$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{3}{2n}\right)^n=e^{\frac{3}{2}}=e\sqrt{e}$ 을 구하면 3점	3점
(2-1)(a)	그림에서 $OA=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $AB=\sqrt{1+OA^2}=\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=BC=a_2$ $2\theta_2=\theta_1=30^\circ$ 이므로 $\theta_2=15^\circ$ 이다.	2점
	$\sin 15^\circ=\frac{OA}{CA}$, $OA^2=\frac{1}{3}$, $CA^2=OA^2+(a_1+a_2)^2=\frac{1}{3}+(1+\frac{2}{\sqrt{3}})^2=\frac{8}{3}+\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{8+4\sqrt{3}}{3}$ $\sin^2 15^\circ=\frac{OA^2}{CA^2}=\frac{2-\sqrt{3}}{4}$	3점
(2-2)(b)	$\theta_n=\frac{\theta_1}{2^{n-1}}=\frac{\pi}{3\times 2^n}$ 를 구하면 2점	2점
	$\lim\limits_{n\to\infty}\theta_n=0$, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin\theta_n}{\theta_n}=1$ 임을 서술하면 2점	2점
	$OA=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $a_{n+1}=\frac{OA}{\sin\theta_n}=\frac{1}{\sqrt{3}\sin\theta_n}$ 를 보이면 5점	5점
	$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n}{a_{n+1}}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n}{\frac{1}{\sqrt{3}\sin\theta_n}}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(2^n\sqrt{3}\frac{\sin\theta_n}{\theta_n}\theta_n\right)$ $=\lim\limits_{n\to\infty}\left(2^n\sqrt{3}\frac{\sin\theta_n}{\theta_n}\frac{\pi}{3\times 2^n}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi=\frac{\pi}{\sqrt{3}}$	6점

6. 예시 답안

(2-1) $a=2n,\ b=2n+3$ 로 택하자. 제시문 (가)에 있는 부등식 $\frac{1}{b}<\frac{\ln b-\ln a}{b-a}<\frac{1}{a}$ 에 대입하면

$$\frac{1}{2n+3}<\frac{\ln(2n+3)-\ln(2n)}{3}<\frac{1}{2n}\ \Rightarrow\ \frac{1}{2n+3}<\frac{1}{3}\ln\left(1+\frac{3}{2n}\right)<\frac{1}{2n}$$
$$\Rightarrow\ \frac{3n}{2n+3}<\ln\left(1+\frac{3}{2n}\right)^{n}<\frac{3}{2}$$

마지막 부등식에 $\lim_{n\to\infty}$ 을 취하면 제시문 (나)와 제시문 (다)에 의하여

$\lim_{n\to\infty}\ln\left(1+\frac{3}{2n}\right)^{n}=\ln\left(\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{3}{2n}\right)^{n}\right)=\frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{3}{2n}\right)^{n}=e^{\frac{3}{2}}=e\sqrt{e}$ 이다.

(2-2)(a) 위 그림에서 $OA=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $AB=\sqrt{1+OA^{2}}=\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=BC=a_2$

$2\theta_2=\theta_1=30^\circ$ 이므로 $\theta_2=15^\circ$ 이다. 따라서

$\sin 15^\circ=\frac{OA}{CA}$, $OA^{2}=\frac{1}{3}$, $CA^{2}=OA^{2}+(a_1+a_2)^2=\frac{1}{3}+(1+\frac{2}{\sqrt{3}})^2=\frac{8}{3}+\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{8+4\sqrt{3}}{3}$

$\sin^2 15^\circ=\frac{OA^{2}}{CA^{2}}=\frac{2-\sqrt{3}}{4}$

(2-2)(b) 먼저 $\theta_n=\frac{\theta_1}{2^{n-1}}=\frac{\pi}{3\times 2^n}$, $\lim_{n\to\infty}\theta_n=0$, $\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\theta_n}{\theta_n}=1$ 이다.

또한 $OA=\frac{1}{\sqrt{3}}$, $a_{n+1}=\frac{OA}{\sin\theta_n}=\frac{1}{\sqrt{3}\sin\theta_n}$ 이므로

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2^n}{a_{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{2^n}{\frac{1}{\sqrt{3}\sin\theta_n}}=\lim_{n\to\infty}\left(2^n\sqrt{3}\frac{\sin\theta_n}{\theta_n}\theta_n\right)$$
$$=\lim_{n\to\infty}\left(2^n\sqrt{3}\frac{\sin\theta_n}{\theta_n}\frac{\pi}{3\times 2^n}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi=\frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

■ 문항 3

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사		
전형명	논술우수자(오후3)		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	□ 1번 □ 2번 ■ 3번
출제 범위	핵심개념 및 용어	공간벡터의 내적, 직선의 방정식, 평면의 방정식, 정사영	

2. 출제 의도

좌표공간에서 벡터를 이용하여 직선의 방정식과 평면의 방정식을 구하고 좌표공간에서의 벡터들의 내적의 개념을 두 평면사이의 각을 구하는 데 적용할 수 있는지와 정사영을 이용하여 길이와 넓이를 구할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 이를 위하여 학생들이 익숙한 내용과 수준으로 제시문과 발문을 교과서로부터 차용했으며 논제를 파악하는데 어려움이 없도록 충분한 정보를 제공하였다. 본 문제평가를 통하여 학생들이 학교에서 배운 지식을 객관적으로 평가하고 이를 바탕으로 창의적 발전가능성을 알아보려 하였다.

3. 출제 근거

1) 교육과정 근거

적용 교육과정	**□ 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책8] "수학과 교육과정"의 일반과목** □ 수학Ⅰ □ 수학Ⅱ □ 확률과 통계 □ 미적분Ⅰ □ 미적분Ⅱ ■ 기하와 벡터		
관련 성취 기준	관련 제시문	성취기준	과목명: (기하와 벡터)
	(가), (나), (다)	성취기준 1	[기하와 벡터]-다. 공간도형과 공간벡터-3) 공간벡터 기벡1333. 좌표공간에서 벡터를 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있다.

	성취기준 2	[기하와 벡터]-다. 공간도형과 공간벡터-3) 공간벡터 기벡1332. 두 공간벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.
	성취기준 3	[기하와 벡터]-다. 공간도형과 공간벡터-1) 공간도형 기벡1313. 정사영의 뜻을 알고, 정사영의 길이와 넓이를 구할 수 있다.

2) 자료 출처

가) 교과서 내

교과서 내

도서명	저자	발행처	발행연도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
기하와 벡터	이준열 외	천재교육	2017	157,196	(나), (다)	
기하와 벡터	우정호 외	동아출판	2017	167,214-215,223	(가),(나),(다)	
기하와 벡터	김창동 외	㈜교학사	2017	139,173,177,187	(가),(나),(다)	

나) 교과서 외 자료 등을 활용한 경우 – 없음

4. 문항 해설

(3-1) 직선과 구와의 교점을 구하는 문제로 좌표공간상의 직선의 방정식을 매개변수로 표현하고 이 구의 방정식에 대입하여 구할 수 있다.

(3-2) 구의 중심이 좌표공간상의 원위를 움직일 때 생기는 원의 평면 α로의 정사영들의 넓이를 구하 는 문제로 각 원에 대한 정사영이 좌표공간상에 어떠한 형태로 표현되는지를 파악하면 쉽게 풀리는 문제이다.

5. 채점 기준

하위문항 번호	채점 기준	배점
(3-1)	직선의 방정식 ℓ: $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{3}$을 구하고 $x=at,\ y=bt,\ z=3t$라 놓으면 5점	5점
	t의 값을 주어진 조건들을 이용하여 구하면 8점	8점
	$S_1=\left(\frac{6}{5}a, \frac{6}{5}b, \frac{18}{5}\right),\ S_2=\left(\frac{4}{5}a, \frac{4}{5}b, \frac{12}{5}\right)$을 구하면 2점	2점
(3-2)	평면 α의 법선벡터 $\overrightarrow{n_1}=(0,0,1)$와 평면 β_l의 법선벡터를 구하면 5점	5점
	두 평면이 이루는 각을 θ라 할 때 $\cos\theta=\frac{3}{5}$를 구하면 5점	5점
	평면 β_l 위의 도형 F의 평면 α 위로의 정사영들의 도형이 반지름이 $\frac{17}{5}$와 $\frac{23}{5}$인 두 원으로 둘러싸인 영역임을 구하면 5점	5점
	도형의 넓이 S를 구하면 5점	5점

6. 예시 답안

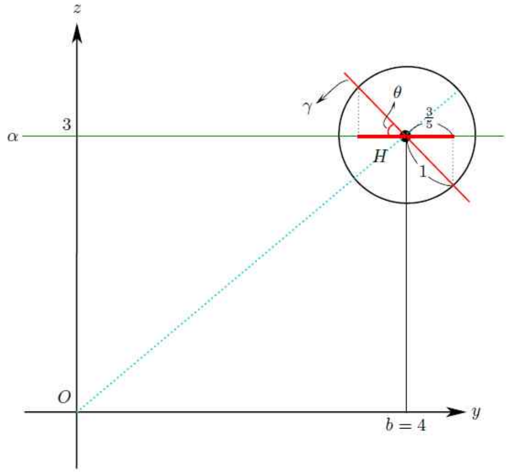
(3-1) 원 $x^2+y^2=16,\ z=3$ 위의 점을 $C(a,b,3)$이라 하면 원점 O와 C를 지나는 직선의 방정식 ℓ은 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{3}$이다. $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{3}=t$로 놓으면 $x=at,\ y=bt,\ z=3t$이고 이 식을 구의 방정식에 대입하여 t를 구하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&(at-a)^2+(bt-b)^2+(3t-3)^2=1 \\
\Rightarrow\ & a^2(t-1)^2+b^2(t-1)^2+9(t-1)^2=1 \\
\Rightarrow\ & a^2+b^2+9=\frac{1}{(t-1)^2} \\
\Rightarrow\ & t=\frac{6}{5},\frac{4}{5}
\end{aligned}
$$

따라서 $S_1=\left(\frac{6}{5}a, \frac{6}{5}b, \frac{18}{5}\right),\ S_2=\left(\frac{4}{5}a, \frac{4}{5}b, \frac{12}{5}\right)$ 이다.

(3-2) 아래 그림과 같이 $b=4$일 때 평면 β_l의 평면 α 위로의 정사영은 다음과 같

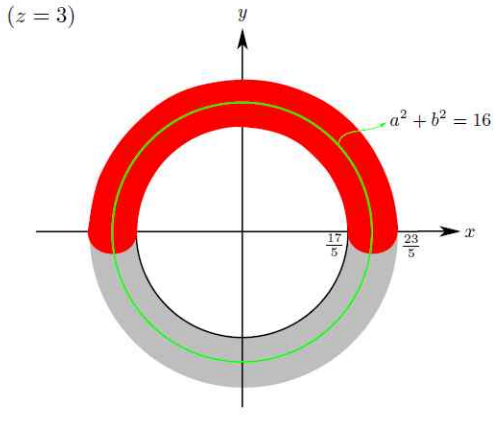
다.



평면 α의 법선벡터는 $\overrightarrow{n_1}=(0,0,1)$이고 평면 β_l 의 법선벡터는 $\overrightarrow{n_2}=(a,b,3)$이므로 두 평면이 이루는 각을 θ라 하면 $a^2+b^2=16$이므로 제시문 (나)에 의해

$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{3}{\sqrt{a^2+b^2+9}}=\frac{3}{5}\text{이다.}$$

위의 정사영을 생각하면 구의 중심이 원 위를 움직일 때, 평면 β_l 위의 도형 F의 평면 α 위로의 정사영들의 도형은 아래와 같이 반지름이 $\frac{17}{5}$와 $\frac{23}{5}$인 두 원으로 둘러싸인 영역이 된다.



따라서 구의 중심이 $0\le b\le 4$를 만족하는 원 위를 움직일 때, 구하고자 하는 영역은 위의 그림에서 빨간색으로 표시된 영역, 즉 xy평면 위쪽의 반원들로 이루어진 영역과

$b=0$일 때

$(a,b,3)=(4,0,3)$과 $(a,b,3)=(-4,0,3)$를 중심으로 하는 평면 β_l 위의 반지름이 1인 반원들의 정사영으로 이루어진 도형의 넓이를 S라 하면

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{2}\pi\left[\left(\frac{23}{5}\right)^2-\left(\frac{17}{5}\right)^2\right]+\frac{\pi}{2}\cos\theta+\frac{\pi}{2}\cos\theta\quad\text{이다.}\\&=\frac{1}{2}\pi\left[\left(\frac{23}{5}\right)^2-\left(\frac{17}{5}\right)^2\right]+\pi\cos\theta\\&=\frac{1}{2}\pi\left[\left(\frac{23}{5}\right)^2-\left(\frac{17}{5}\right)^2\right]+\frac{3}{5}\pi=\frac{27}{5}\pi\end{aligned}$$