2018학년도 수시모집

논술 모의고사(1차) 문제지

자연계열 (120분)

학 교 명		학년 / 반	
번 호		성 명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.
4. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
5. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가).

※ **답안지는 절대 교체할 수 없습니다.**

■ 답안 작성 유의사항

1. 수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함 시키시오.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

논술 모의고사(자연계열)

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오.

(가) 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$를 미분하면

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$$

이다.

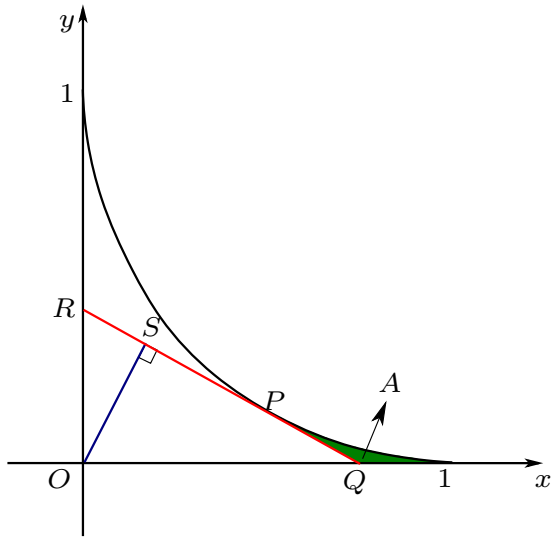
(나) 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$와 두 직선 $x=a, x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 A는 다음과 같다.

$$A=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$

(다) 한 점 (x_0,y_0)에서 직선 $ax+by+c=0$까지의 거리는 다음과 같다.

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(※) 음함수 $\sqrt{x}+\sqrt{y}-1=0$ 의 그래프 위의 점 P에서의 접선의 방정식이 x축과 만나는 점을 Q, y축과 만나는 점을 R이라 하고 원점 O에서 선분 QR에 내린 수선의 발을 S라 하자. 이 때, $\sqrt{x}+\sqrt{y}-1=0$, x축, 접선으로 둘러싸인 도형을 A라 하자.



(1-1) 음함수 $\sqrt{x}+\sqrt{y}-1=0$에서 $\frac{dy}{dx}$를 구하시오. (5점)

(1-2) 선분 OQ의 길이와 OR의 길이의 합이 1로 일정함을 보이시오. (10점)

(1-3) 도형 A의 넓이가 $\frac{1}{162}$일 때, 선분 QR의 길이와 OS의 길이를 구하시오. (15점)

인하대학교 INHA UNIVERSITY

논술 모의고사(자연계열)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오.

(가) (평균값정리) 함수 $h(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고 열린 구간 (a,b)에서 미분가능하면

$$\frac{h(b)-h(a)}{b-a}=h'(c)$$

인 c가 a와 b사이에 적어도 하나 존재한다.

(나) (사인함수의 덧셈정리)

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b,\quad \sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$$

(2-1) 함수 $h(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고 열린 구간 (a,b)에서 미분가능할 때, 열린 구간 (a,b)의 모든 x에 대하여 $h'(x)=0$이면 함수 $h(x)$는 닫힌 구간 $[a,b]$에서 상수함수임을 보이시오. (10점)

(2-2) 함수 $y=2\sin x+3\cos x$에 대하여 $y''+y=0$이 성립함을 보이시오. (여기서, $y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$이다.) (5점)

(2-3) 닫힌 구간 $[-\pi,\pi]$에서 정의된 x에 대한 함수 y가 $y''+y=0$을 만족한다고 하자. 이 때, 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$를

$$\begin{cases} f(x)=y\cos x-y'\sin x \\ g(x)=y\sin x+y'\cos x \end{cases}$$

로 정의하자.

(a) 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 상수함수임을 보이시오. (5점)

(b) $y=c_1\cos x+c_2\sin x$임을 보이시오. (여기서, c_1, c_2는 상수) (5점)

(c) $y(0)=1$, $y'(0)=2$일 때, 상수 c_1, c_2를 구하고 $y=r\sin(x+\alpha)$꼴로 나타내었을 때, r과 $\tan\alpha$의 값을 구하시오. (단, $r>0$, $0\le\alpha<2\pi$) (10점)

인하대학교 INHA UNIVERSITY

논술 모의고사(자연계열)

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오.

(가) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고 열린 구간 (a,b)에서 미분가능하면 이 구간에서의 극값과 양 끝점에서의 함숫값 $f(a)$, $f(b)$중에서 가장 큰 값이 최댓값이고, 가장 작은 값이 최솟값이다.

(나) x의 값이 0에 한없이 가까워질 때, $(1+x)^{\frac{1}{x}}$의 값은 어떤 일정한 값에 수렴함이 알려져 있는데, 그 값을 e로 나타낸다. 이때 수 e는 무리수이고, 그 값은

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e = 2.71828182845904\cdots$$

임이 알려져 있다. 무리수 e를 밑으로 하는 로그 $\log_e x$를 x의 자연로그라고 하며, 이것을 간단히 $\ln x$와 같이 나타낸다. 특히, $\ln 1 = \log_e 1 = 0$, $\ln e = \log_e e = 1$이다.

(다) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 영역의 넓이 S는

$$S = \int_a^b |f(x)|dx$$

이다.

(라) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a} f(x) = L$, $\lim_{x\to a} g(x) = M \neq 0$ (L, M은 실수)일 때,

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} = \frac{L}{M}$$

가 성립하고 함수 $h(x)$가 실수 a에서 극한값을 갖고, $h(x)>0$, $\lim_{x\to a} h(x) > 0$이면 다음이 성립함이 알려져 있다.

$$\lim_{x\to a}\{\ln h(x)\} = \ln\left\{\lim_{x\to a} h(x)\right\}$$

(※) $0 < a < \frac{1}{2}$을 만족하는 실수인 상수 a에 대하여, 닫힌 구간 $[0, 2\pi]$에서 정의된 함수

$$f(x) = \frac{\cos x}{\frac{1}{2} - a\sin x}$$

를 생각하자.

(3-1) 함수 $f(x)$의 최솟값을 a로 표현하시오. (15점)

(3-2) 함수 $f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 $S(a)$라 할 때, $S(a)$를 a로 표현하시오. (10점)

(3-3) $\lim_{a\to 0+} S(a)$의 값을 구하시오. (10점)

인하대학교 INHA UNIVERSITY

논술 모의고사(자연계열)

<연 습 장>

논술 모의고사(자연계열)

<연 습 장>

논술 모의고사(자연계열)

<연 습 장>

논술 모의고사(자연계열)

<연 습 장>