

# 논술고사 문제지(2차)

(자연계열) : 120분

학 교 명		전형유형	논술우수자
학년 (반)		성 명	

## ■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점 만점입니다.
2. 각 문항의 답안은 반드시 해당 답란에 작성하시오.
3. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 또는 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
4. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
5. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정액, 수정 레이프, 지우개 사용 가능).

※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.

## ■ 답안 작성 유의사항

1. 제목은 쓰지 말고, 논제 번호를 명시한 후 답안을 작성하시오.
2. 제시된 분량을 지키시오.
3. 제시문의 문장을 그대로 옮기지 마시오.
4. 수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.
5. 플이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함 시키시오.



## 논술고사 (자연계열)

수학 : 100점

[문제 1] (25점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 두  $2 \times 2$  행렬  $A$ 와  $B$ 에 대하여 행렬의 곱  $AB$ 와  $BA$ 는 일반적으로 같지 않다.

(나) 행렬  $C$ 가  $2 \times 2$  단위행렬  $E$ 의 상수배가 아니면,  $CA = AC$ 가 성립하는 모든  $2 \times 2$  행렬  $A$ 는 적당한 실수  $\alpha, \beta$ 에 대하여  $\alpha C + \beta E$ 의 꼴로 쓸 수 있다.

(※)  $2 \times 2$  행렬  $C$ 에 대해서  $C^2 + C + E = O$ 가 성립한다고 하자. (단, 여기서  $E$ 는 단위행렬이고  $O$ 는 영행렬이다.)

(1-1) 두  $2 \times 2$  행렬  $A, B$ 가  $AC = CA$ 와  $BC = CB$ 를 만족할 때, 제시문 (나)의 결과를 이용하여  $AB = BA$ 임을 보이시오. (10점)

(1-2) 행렬  $A = C - E$ 의 역행렬을 적당한 실수  $\alpha, \beta$ 에 대하여  $\alpha C + \beta E$ 로 나타내시오. (15점)

## 논술고사 (자연계열)

[문제 2] (25점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

함수  $f(x)$ 가 세 실수  $a, b, c$ 를 포함하는 구간에서 연속일 때

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

가 성립한다.

(※) 양의 정수  $n$ 에 대하여  $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$  이라 하자.

(2-1) 급수  $\sum_{k=1}^n a_k$ 의 합을 구하시오. (5점)

(2-2) 무한급수  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ 의 합을 구하시오. (10점)

(2-3)  $\int_n^{n+1} \frac{1}{x^3} dx = \frac{a_n}{2}$ 임을 보이고, 이를 이용하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n \frac{1}{x^3} dx$ 의 값을 구하시오. (10점)

## 논술고사 (자연계열)

[문제 3] (25점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (중간값의 정리) 함수  $f(x)$  가 닫힌 구간  $[a, b]$  에서 연속이고  $f(a) \neq f(b)$  일 때,  $f(a)$  와  $f(b)$  사이의 임의의 값  $k$  에 대하여  $f(c) = k$  를 만족하는  $c$  가 열린 구간  $(a, b)$  에 적어도 하나 존재한다.

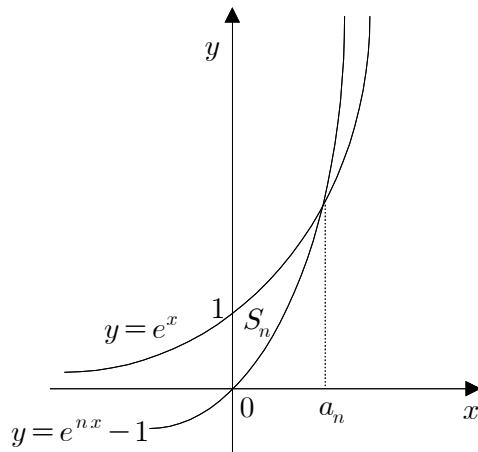
(나) 중간값의 정리에 의해 함수  $f(x)$  가 닫힌 구간  $[a, b]$  에서 연속이고  $f(a)$  와  $f(b)$  의 부호가 다를 때, 즉  $f(a)f(b) < 0$  이면 방정식  $f(x) = 0$  은 열린 구간  $(a, b)$  에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

(다) 함수  $y = f(x)$  의  $x = a$  에서의 미분계수  $f'(a)$  는

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

으로 정의된다. 특히 지수함수  $f(x) = e^x$  의  $x = 0$  에서의 미분계수는  $f'(0) = 1$  이다.

(※)  $n$  은 2 보다 큰 정수이다. 아래 그림과 같이  $x \geq 0$  에서 두 곡선  $y = e^x$  와  $y = e^{nx} - 1$  은 한 점에서 만난다. 그 교점의  $x$  좌표를  $a_n$  이라 하고, 두 곡선의 그래프와  $y$  축으로 둘러싸인 영역의 넓이를  $S_n$  이라 하자.



(3-1)  $0 < a_n < \frac{1}{n}$  임을 보이시오. (10점)

(3-2) 극한  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n}$  의 값을 구하시오. (15점)

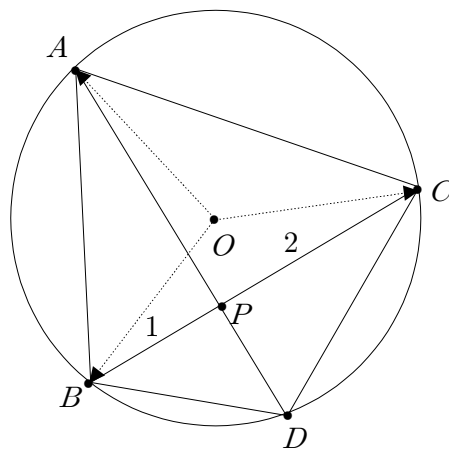
## 논술고사 (자연계열)

[문제 4] (25점) 다음 물음에 답하시오.

(※) 아래 그림과 같이 반지름이 1이고 점  $O$ 를 중심으로 하는 원이 있다. 원에 내접하는 사각형  $ABCD$ 는 다음의 조건을 만족한다고 하자.

(조건1)  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$

(조건2)  $AD$ 와  $BC$ 의 교점  $P$ 는 선분  $BC$ 를 1:2으로 내분한다.



(4-1) 삼각형  $ABC$ 는 정삼각형임을 보이시오. (10점)

(4-2) 벡터  $\vec{AD}$ 를 벡터  $\vec{AB}$ 와 벡터  $\vec{AC}$ 로 나타내시오. (15점)

논술고사 (자연계열)

---

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

---

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

---

<연 습 장>



논술고사 (자연계열)

---

<연 습 장>