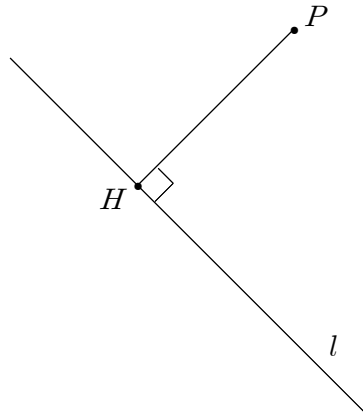


수리과학논술

■ 수학 : 필수[60점]

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 좌표평면 위의 한 점 P 에서 직선 l 에 이르는 거리는 점 P 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때 선분 \overline{PH} 의 길이이다.



(나) 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하고 기울기가 m 인 직선의 방정식은 $y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$ 이다.

(1-1) 타원 $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ 의 점 중에서 직선 $x + y = 9$ 와 가장 거리가 먼 점을 P 라고 하자. P 와 이 직선과의 거리를 구하시오. (10점)

(1-2) 네 실수 x, y, z, w 가 등식 $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ 와 $z + w = 9$ 를 만족할 때, 식

$$(x - z)^2 + (y - w)^2$$

의 값이 최소가 되도록 하는 x, y, z, w 의 값을 구하시오. (20점)

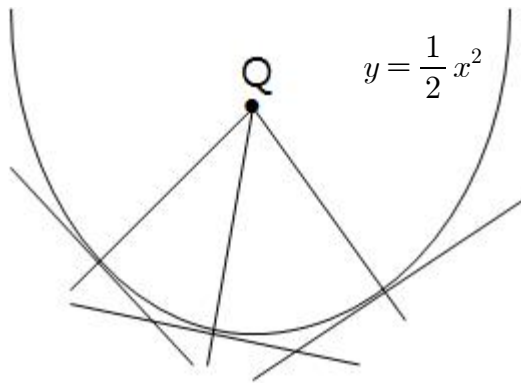
[문제 2] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 좌표평면에서 직선 $ax+by=c$ 에 수직인 직선은 어떤 상수 d 에 대해 $bx-ay=d$ 의 형태를 가진다.

(나) 곡선 C 위의 점 P 에서 곡선에 접하는 접선에 수직이고 점 P 를 지나는 직선을 점 P 에서 곡선 C 의 법선이라 한다.

(2-1) 삼차방정식 $x^3-ax+2=0$ 이 서로 다른 세 실근을 가질 a 의 범위를 구하시오. (10점)

(2-2) 평면 위의 점 $Q(\alpha, \beta)$ 가 포물선 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 서로 다른 세 법선의 교점이 되도록 하는 α 와 β 가 만족해야 하는 조건을 구하고, 점 $Q(\alpha, \beta)$ 가 그리는 영역을 개략적으로 그리시오. (20점)



물리, 화학, 생물 중 2과목을 선택하여 답안을 작성하시기 바랍니다.

■ 물리 : 선택[20점]

※ 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가) 뉴턴의 운동 법칙에 따르면 물체가 일정한 속력으로 원운동을 할 때, 원운동의 중심 방향으로 일정한 크기의 힘이 작용한다. 이 힘을 구심력이라고 하며, 등속 원운동을 하는 물체에 작용하는 구심력은 다음과 같이 표현된다.

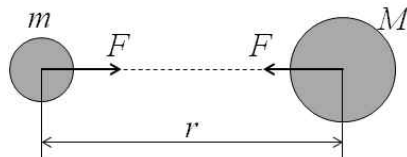
$$F = \frac{mv^2}{r}$$

여기서 m 은 물체의 질량, v 는 물체의 속력, r 은 원운동의 반지름을 나타낸다. 원운동의 주기를 T 라고 하면 1회전 당 이동 거리는 $2\pi r$ 이므로, 원운동의 속력과 주기는 $v = \frac{2\pi r}{T}$ 의 관계가 있다.

(나) 뉴턴은 케플러 법칙으로부터 행성과 태양 사이에 서로 끌어당기는 힘이 존재함을 알게 되었으며, 이 힘은 지구가 물체를 잡아당기는 힘과 동일한 종류의 힘을 밝혀내었다. 이 힘을 중력 또는 만유인력이라 부르며 다음과 같이 표현할 수 있다. “질량을 가진 두 물체 사이에는 물체를 잇는 선분 방향으로 서로 잡아당기는 힘이 작용하며, 이 힘은 두 물체의 질량의 곱에 비례하고 두 물체 사이의 거리의 제곱에 반비례한다.” 즉, 아래 그림과 같이 질량이 각각 m, M 인 두 물체가 거리 r 만큼 떨어져 있을 때 만유인력의 크기 F 는 다음과 같이 표현된다.

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

여기서 G 는 만유인력 상수로서 그 크기는 $6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ 이고, r 은 두 물체의 질량 중심 사이의 거리이다.



(다) 지구 표면에 있는 질량 m 인 물체와 지구 사이에서 작용하는 만유인력은 다음과 같다.

$$F = G \frac{mM}{R^2}$$

여기서 M 은 지구의 질량이고 R 은 지구의 반지름이다. 이때 지구는 균일한 물질로 구성된 구형으로 가정한다. 또한 지구 표면에서 중력가속도의 크기를 g 라고 하면 물체 m 이 지구로부터 받는 중력의 크기는 mg 가 된다.

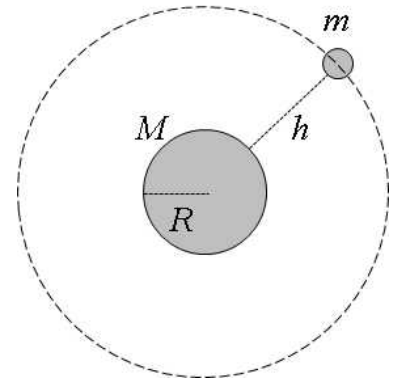
이 중력이 곧 만유인력과 같으므로 지구 표면에서 중력가속도의 크기는 $g = \frac{GM}{R^2}$ 으로 주어진다.

(라) 질량이 m 인 인공위성이 질량이 M 인 지구 주위로 반지름이 r 인 원운동을 하고 있는 상황에서 이 인공위성의 역학적 에너지에 대해서 생각해 보자. 인공위성의 운동에너지는 $K = \frac{1}{2}mv^2$ 로부터 구할 수 있는데, 제시문 (가)와

(나)의 식들을 이용하면 $v^2 = \frac{GM}{r}$ 이 얻어진다. 이를 운동에너지 표현식에 대입하면 $K = \frac{GMm}{2r}$ 이 된다. 또한,

인공위성의 중력 위치에너지는 $U = \int_{\infty}^r F dr = -\frac{GMm}{r}$ 으로 주어진다. 따라서 인공위성의 총 역학적 에너지는 $E = K + U = -\frac{GMm}{2r}$ 이 된다. 여기서 E 의 부호가 (-)인 것은 인공위성이 지구에 구속되어 운동하고 있음을 의미한다.

(※) 오른쪽 그림과 같이 질량이 m 인 인공위성이 지구의 표면으로부터 높이 h 인 곳에서 지구 주위로 등속 원운동을 하고 있다. 지구는 질량이 M 이고 반지름이 R 인 균일한 구형으로 가정한다. $h = 2R$ 이라고 할 때, 다음 질문들에 답하시오. (단, 만유인력 상수는 G 이다.)



[문제 1] 지구 표면에서 중력가속도의 크기를 g 라고 할 때 인공위성에서 중력가속도의 크기는 g 의 몇 배인가? (4점)

[문제 2] 인공위성이 지구를 한 바퀴 회전하는 데 걸리는 시간을 G, M, R 을 이용하여 나타내시오. (8점)

[문제 3] 이 인공위성이 지구 표면에서 출발할 때의 속력을 G, M, R 을 이용하여 나타내시오. (단, 인공위성이 지구 표면에서 출발할 때부터 높이 h 에 도달할 때까지 질량 변화는 없다고 가정한다.) (8점)

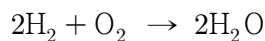
■ 화학 : 선택[20점]

※ 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가) 원자들은 비활성 기체의 전자 배치와 같이 8개(1주기 원소는 2개)의 원자가 전자를 가지도록 전자를 잃거나 얻거나 공유하려는 경향이 있는 데, 이를 옥텟 규칙이라고 한다. 루이스는 각 원자가 옥텟 규칙을 만족시키기 위해 전자쌍을 공유함으로써 공유 결합이 형성된다고 제안하였다. 또한 루이스는 화학 결합을 나타내기 위하여 원자들의 원자가 전자를 점으로 나타내는 방법을 고안하였는데, 이것을 루이스 전자점식이라고 한다. 분자의 루이스 전자점식은 먼저 분자 내의 각 원자의 원자가 전자 수를 더하여 총 원자가 전자의 수를 구한 후, 모든 원자가 옥텟 규칙을 만족하도록 원자가 전자를 적절히 배치하여 구한다. 필요하면 다중 결합도 사용한다.

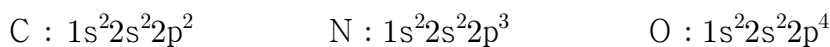
(나) 공유 결합을 통하여 분자를 이루는 원자들의 산화수는 공유결합에 참여하는 원자 중 전기 음성도가 더 큰 원자가 공유된 전자를 모두 갖는다고 가정하고 부여한 가상의 전하이다. 물 분자(H₂O)를 예로 들면 산소의 전기 음성도가 수소보다 크므로 산소와 수소가 공유한 전자쌍을 모두 산소가 갖는다고 가정한다. 따라서 산소 원자는 모두 8개의 원자가 전자를 가져 2개의 전자를 얻은 것이므로 산화수는 -2가 되고, 수소는 전자 하나를 잃어 산화수는 +1이 된다. 흔히 산화수 규칙을 이용하여 화합물 중의 원자의 산화수를 결정하지만 산화수의 정의를 이용하는 방법이 더 보편적인 방법이다.

(다) 화학식을 사용하여 화학적 변화를 나타낸 것을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식은 기본적으로 반응하는 물질과 생성되는 물질을 알려 주지만 동시에 반응하는 물질들 간의 양적인 관계를 말해준다. 예를 들어 수소와 산소가 반응하여 물을 생성하는 반응은 다음과 같다.



이 반응식은 수소와 산소가 반응하여 물을 생성할 때 반응하는 H₂와 O₂의 분자 수와 몰수의 비가 각각 2:1임을 말하고 있다. 반응하는 물질과 생성되는 물질 사이의 이러한 양적인 관계를 이용하여 반응에 필요한 물질의 양이나 생성될 생성물의 양을 예측할 수 있다.

(※) 다음은 몇 가지 2주기 원소의 바닥 상태 전자배치이다. 이를 참고하여 아래 물음에 답하시오.



[문제 1] 화합물 CO의 루이스 점자점식을 그리고(원자가 전자를 모두 나타내시오.) 각 원자의 산화수를 표시하시오. (7점)

[문제 2] 옥텟 규칙을 만족하는, 원소 N의 수소 화합물 중 가장 간단한 분자의 화학식을 예측하시오. (5점)

[문제 3] 수소(H₂) 10.0g이 충분한 양의 N₂와 반응하여 [문제 2]의 화합물을 생성하였다고 가정하자. 이 반응에서 생성된 화합물의 질량을 나타내는 식을 구하시오. 단, N과 수소의 원자량 (g/mol 단위로)은 각각 MN와 MH로 나타낸다. (단, 부반응은 없다고 가정한다.) (8점)

■ 생물 : 선택[20점]

※ 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가) 세포가 분열한 시점에서부터 새로 생긴 딸세포가 다시 분열하는 시점까지의 일련의 과정을 세포 주기라고 한다. 세포 주기는 그림 1과 같이 크게 간기와 분열기로 구분된다. 간기는 세포 분열로 생긴 딸세포가 생장하는 시기이며 G1기, S기, G2기로 구분된다. G1기는 세포 분열이 끝난 직후부터 DNA 복제가 이루어지기 전까지의 단계이다. 이 시기에는 대사 활동이 매우 활발한 시기로 많은 단백질이 합성되며 미토콘드리아나 리보솜과 같은 세포 소기관의 수가 증가한다. 이어서 일어나는 DNA 합성 시기를 S기라고 하며, 이 시기에 DNA가 복제되어 두 배로 된다. S기를 거치면 세포는 곧바로 G2기로 접어들어 세포 분열에 필요한 단백질을 합성하고는 새로운 분열에 들어갈 준비를 한다. 간기는 세포 주기의 대부분을 차지하며, 간기를 거친 세포는 분열기(M기)로 접어들게 된다. 분열기는 핵이 둘로 나뉘는 핵분열과 세포질이 나뉘는 세포질 분열로 구분된다. 복제된 DNA는 핵분열 과정에서 두 개의 딸핵에 각각 나뉘어 들어가며, 세포질 분열이 완료되면 두 개의 딸세포가 형성된다.

(나) 정상적인 포유동물에서는 그림 2와 같이 세포 주기가 진행되는 동안 세포 주기를 조절하기 위한 시기가 있으며, 이러한 조절 기능을 상실할 경우 세포는 분열을 멈추지 못하며 그 결과 일부는 암세포로 바뀔 수 있다. (단, 멈춤3은 분열기의 중기와 후기의 경계에 위치한다.)

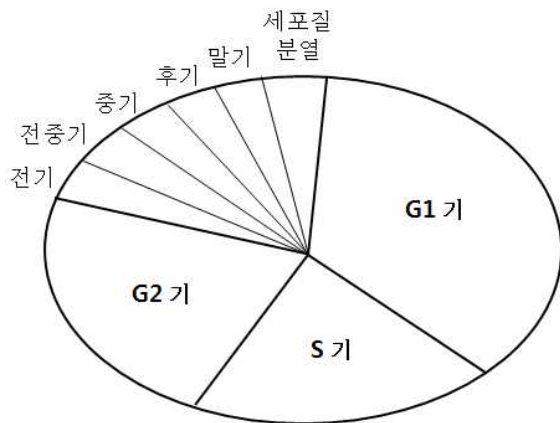


그림 1. 세포 주기

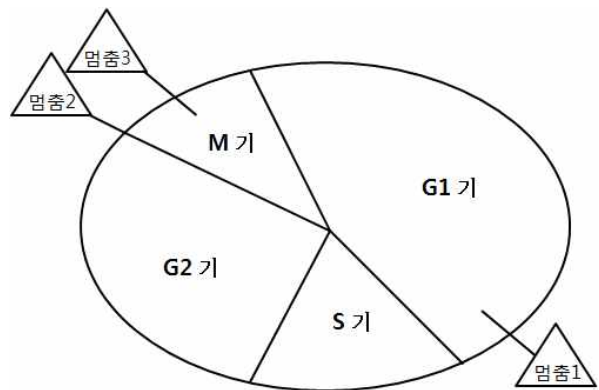
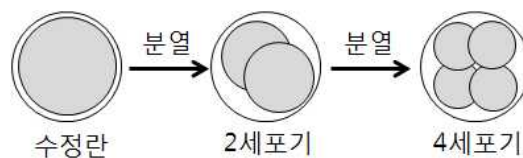


그림 2. 세포 주기의 진행을 조절하는 시점

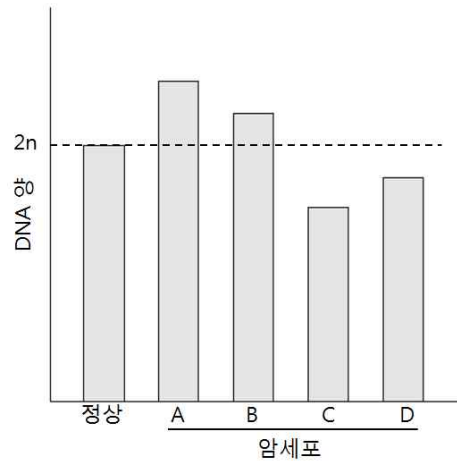
[문제 1] 다음은 어떤 동물의 수정란에서 관찰되는 발생 초기의 세포 분열을 그림으로 나타낸 것이다.



각 세포기의 세포 하나에서 DNA와 세포질의 양을 측정한 결과 아래와 같은 결과를 얻었다. 이 결과를 바탕으로 발생 초기에서 관찰되는 세포 주기가 일반적인 체세포 분열에서 관찰되는 세포 주기와 어떠한 차이가 있을 지 예상하시오. (10점)

	수정란	2세포기	4세포기
DNA (상대값)	1	1	1
세포질 (상대값)	1	0.5	0.25

[문제 2] 다음은 암조직에서 분리한 세포 (A - D)가 갖는 DNA양을 정상 체세포와 비교한 것이다. 이러한 결과는 그림 2의 세 멈춤 장소 중 한 곳에서의 조절에 이상이 생겼을 때 주로 나타난다고 한다. 어느 멈춤 장소의 이상이 이러한 결과를 가져올 수 있는지를 세포 주기에 서 일어나는 현상과 연관지어 논하시오. (10점)



해설 및 예시 답안

[수학] (60점)

1. 출제의도

정상적인 고등학교 수학교과를 이수한 수험생이면 충분히 풀 수 있는, 철저히 교과서 중심의 문제를 출제하였다. 이차곡선(타원), 점에서 직선까지 거리, 도함수의 활용, 삼차방정식의 근의 판별 등을 잘 이해하고 있으며, 주어진 문제를 논리적으로 분석할 수 있는 능력과 자신의 생각을 논리적이고 합리적으로 표현하는 능력을 평가하고자 하는 의도로 문제를 출제하였다.

2. 주제 분석과 제시문 해설

(가) 주제 분석

[문제 1]은 좌표평면에서 타원 위의 점과 주어진 직선 사이의 거리와 연관된 내용이다.

[문제 2]는 삼차방정식의 근의 판별에 도함수를 활용하는 것이다.

(나) 제시문 해설

[문제 1]에서 제시문 (가)는 좌표평면에서 한 점 P 에서 직선 l 에 이르는 거리는 점 P 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때 선분 \overline{PH} 의 길이로 정의하였다. 제시문 (나)는 타원에 접하는 기울기가 m 인 직선의 식을 주었다. [문제 2]에서 제시문 (가)는 좌표평면에서 직선 $ax+by=c$ 에 수직인 직선의 식을 어떤 상수 d 에 대해 $bx-ay=d$ 의 형태로 정의하였고, 제시문 (나)는 좌표평면에서 곡선 C 위의 점 P 에서 곡선에 접하는 접선에 수직이고 점 P 를 지나는 직선을 점 P 에서 곡선 C 의 법선으로 정의하였다. 제시문 (가)와 제시문 (나)의 내용은 문제 (2-2)를 해결하는 데 활용된다.

(다) 제시문 출처

[문제 1]의 제시문 (가)는 『수학』, 교학사, 168쪽, 제시문 (나)는 『수학』, 교학사, 54쪽

[문제 2]의 제시문은 창작된 것이지만 고등학교 수학 교과서의 수준을 넘지 않는 내용으로 쉽게 이해 할 수 있다.

3. 논제 해설

[문제 1]의 (1-1)은 좌표평면에서 타원 $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ 위의 점 중에서 직선 $x+y=9$ 까지의 최대거리를 구하는 것이고, 문제 (1-2)는 반대로 직선 $x+y=9$ 과 가장 가까이 있는 타원 $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ 위의 점을 구하는 것이다. [문제 2]는 포물선 $y=x^2/2$ 의 서로 다른 세 법선이 한 점에서 만날 조건과 연관된 내용이다. 문제 (2-1)은 문제 (2-2)의 기초 작업으로 삼차방정식이 세 실근을 가질 조건을 미분을 활용하여 구하는 것이고, 문제 (2-2)는 점 $Q(\alpha, \beta)$ 가 포물선 $y=x^2/2$ 의 서로 다른 세 법선의 교점이 될 조건과 점 $Q(\alpha, \beta)$ 가 그리는 영역을 개략적으로 그리는 문제이다. 이 문제는 서로 다른 세 법선이 주어진 포물선과의 세 교점의 x 좌표가 삼차방정식의 세 실근이 되어야 한다는 조건으로 분석하여 문제 (2-1)의 풀이를 활용하는 문제이다.

4. 평가 기준

- 주어진 제시문을 정확하게 이해하고 이를 바탕으로 각 논제에서 요구하는 문제를 파악하는 능력
- 고등학교 수학 과목에서 다루는 최소한의 기본 개념 - 점과 직선과의 거리, 삼차방정식의 근의 판별에 도함수의 활용 - 을 이해하고 있는 정도
- 논제에서 요구하는 사항을 정확히 이해하고 기존 지식과 제시문의 내용을 바탕으로 논제의 답을 논리적으로 추론하는 능력

5. 예시 답안

[문제 1] (30점)

(1-1) (10점)

직선 $x+y=9$ 와 평행이면서 타원 $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ 과 접하는 직선의 방정식은

$y = -x \pm 5$ 이다. 따라서 P 는 $y = -x - 5$ 와 타원 $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ 의 접점이며, 이 점과

직선 $x+y=9$ 의 거리는 $\frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$ 이다.

(1-2) (20점)

문제 (1-1)과 같은 상황에서 타원 $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ 위의 점 중에서 직선 $x + y = 9$ 까지의 거리가 최소인 점은 $y = -x + 5$ 와 타원의 접점이다. 이 점의 x -좌표를 구하기 위해서 방정식 $\frac{x^2}{4^2} + \frac{(-x+5)^2}{3^2} = 1$ 을 정리하면, $25x^2 - 160x + 256 = 0$, 즉, $(5x - 16)^2 = 0$ 이다. 따라서 타원 위의 점 중에서 직선 $x + y = 9$ 까지의 거리가 최소인 점은 $\left(\frac{16}{5}, \frac{9}{5}\right)$ 이다. 이 점에서 직선 $x + y = 9$ 에 내린 수선의 발을 (z, w) 라고 하면 기울기 $\frac{w - 9/5}{z - 16/5} = 1$ 이어야 하므로, $w = z - \frac{7}{5}$ 이다. 이것을 $z + w = 9$ 와 연립해서 풀면 $z = \frac{26}{5}, w = \frac{19}{5}$ 이다. 따라서 $x = \frac{16}{5}, y = \frac{9}{5}, z = \frac{26}{5}, w = \frac{19}{5}$ 에서 식의 값은 최소이다.

[문제 2] (30점)

(2-1) (10점)

$f(x) = x^3 - ax + 2$ 이라 놓자. 삼차방정식 $f(x) = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가지려면 “ $f'(x) = 3x^2 - a = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지고 (극댓값) \times (극솟값) < 0 ” 이어야 한다. 따라서 $f'(x) = 0$ 의 판별식이 양수, 즉 $a > 0$ 이고 $f'(x) = 0$ 의 두 실근 $\pm \sqrt{\frac{a}{3}}$ 에 대해 $f\left(-\sqrt{\frac{a}{3}}\right)f\left(\sqrt{\frac{a}{3}}\right) < 0 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{3}\right)^{3/2} > 1 \Leftrightarrow a > 3$ 이다. 따라서 삼차방정식 $x^3 - ax + 2 = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가질 a 의 범위는 $a > 3$ 이다.

(2-2) (20점)

포물선 $y = x^2/2$ 위의 점 (x_k, y_k) 에서 접선은 $y - y_k = x_k(x - x_k)$ 이다. 그러므로 (x_k, y_k) 을 지나고 이 점에서 포물선 $y = x^2/2$ 에 수직인 직선, 즉 법선은 $(x - x_k) + x_k(y - y_k) = 0$ --- (1)이다. 점 (x_k, y_k) 는 포물선 $y = x^2/2$ 위의 점이고, 점 $Q(\alpha, \beta)$ 는 법선 (1) 위의 점이므로

$$0 = (\alpha - x_k) + x_k(\beta - y_k) = (\alpha - x_k) + x_k\left(\beta - \frac{1}{2}x_k^2\right) \text{이다.}$$

이를 정리하면 세 점의 x 좌표인 x_1, x_2, x_3 는 삼차방정식 $x^3 + (2 - 2\beta)x - 2\alpha = 0$ 의 서로 다른 세 실근이다. 편의상 $f(x) = x^3 + (2 - 2\beta)x - 2\alpha$ 이라 두자. 삼차방정식 $f(x) = 0$ (2)가 서로 다른 세 실근을 가지려면

“ $f'(x) = 3x^2 + 2 - 2\beta = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지고 (극댓값) \times (극솟값) < 0 ” 이어야 한다. 따라서 $f'(x) = 0$ 의 판별식이 양수, 즉 $\beta > 1$ 이고

$f'(x) = 0$ 의 두 실근 $\pm \sqrt{\frac{2\beta-2}{3}}$ 에 대해 $f\left(\pm \sqrt{\frac{2\beta-2}{3}}\right) = \mp 2\left(\frac{2\beta-2}{3}\right) - 2\alpha$ 이므로,

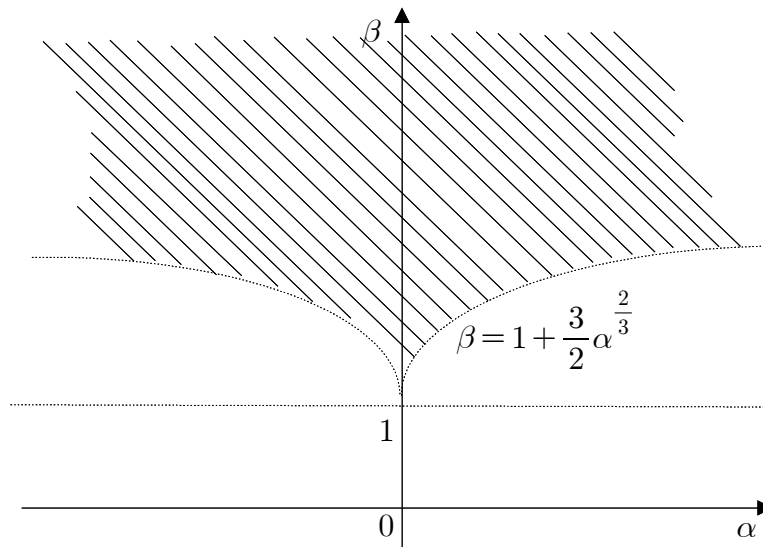
$$f\left(-\sqrt{\frac{2\beta-2}{3}}\right)f\left(\sqrt{\frac{2\beta-2}{3}}\right) < 0 \Leftrightarrow \alpha^2 < \left(\frac{2\beta-2}{3}\right)^3$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{2\beta-2}{3}\right)^{3/2} < \alpha < \left(\frac{2\beta-2}{3}\right)^{3/2} \text{ 이다.}$$

따라서 문제에서 α 와 β 가 만족해야 하는 조건은

$$\beta > 1, \quad -\left(\frac{2\beta-2}{3}\right)^{3/2} < \alpha < \left(\frac{2\beta-2}{3}\right)^{3/2}$$

이다. 그리고 점 $Q(\alpha, \beta)$ 가 그리는 영역을 개략적으로 그리면



[물리] (20점)

1. 출제의도

고등학교 『물리 1』 교과서의 ‘시공간과 우주’ 단원에서 다루고 있는 만유인력의 법칙에 대한 내용을 소재로 하여 지구 주위를 원운동하고 있는 인공위성과 관련된 문제를 출제하고 이를 통해 물리학적 문제에 대한 해결 능력을 평가하고자 하였다. 제시문에서는 등속 원운동하는 물체에 작용하는 구심력, 행성 사이에 작용하는 만유인력, 지구 표면에서의 중력가속도, 원운동하고 있는 물체의 에너지에 대한 내용을 설명하였다. 제시문의 내용에 대한 이해를 바탕으로 지구 주위를 공전하고 있는 인공위성에서의 중력가속도, 인공위성의 주기와 초기 속력에 대한 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가할 목적으로 출제하였다.

2. 주제 분석과 제시문 해설

(가) 주제 분석

인공위성이 지구 주위로 등속 원운동하고 있는 상황에서 인공위성의 높이가 주어질 때, 인공위성에서 중력가속도의 크기, 인공위성이 지구를 한 바퀴 회전하는 데 걸리는 시간, 인공위성이 지구 표면을 출발할 때의 속력을 구하는 문제를 주제로 하였다.

(나) 제시문 해설

제시문 (가)에서는 등속 원운동을 하는 물체에 작용하는 구심력에 대해 설명하였다. 구심력의 크기, 원운동의 속력과 주기의 관계 등을 나타내었다. 제시문 (나)에서는 뉴턴의 만유인력의 법칙을 설명하고 그 표현식을 나타내었다. 제시문 (다)에서는 만유인력의 법칙으로부터 지구 표면에서의 중력가속도를 만유인력상수와 지구 질량, 지구 반경을 이용하여 나타낼 수 있음을 보였다. 제시문 (라)에서는 원운동하고 있는 물체가 갖는 에너지를 설명하며 운동에너지와 위치에너지, 총에너지에 대한 표현식을 나타내었다. 본 제시문의 내용들과 주요 개념들은 고등학교 『물리 1』 교과서에 대부분 포함되어 있어서 학생들의 제시문의 내용들을 이해하는 데 있어서 큰 어려움이 없을 것으로 예상된다.

(다) 제시문 출처

고등학교 『물리 1』 교과서를 기초로 한 발췌

3. 논제 해설

본 논제에서는 인공위성이 지구 표면으로부터 지구 반경의 두 배의 높이에서 지구 주위를

등속 원운동하고 있는 상황을 다루고 있으며 3개의 문제로 구성되어 있다. [문제 1]은 지구 표면에서 중력가속도가 주어질 때 인공위성에서의 중력가속도의 크기를 구하는 문제이다. [문제 2]는 만유인력과 구심력의 관계식을 이용하여 인공위성이 지구를 한 바퀴 회전하는데 걸리는 시간, 즉 주기를 구하는 문제이다. [문제 3]은 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 인공위성이 지구 표면을 출발할 때의 초기 속력을 구하는 문제이다.

4. 평가 기준

- 만유인력과 중력, 원운동과 구심력에 대한 이해의 정도
- 중력가속도, 원운동의 주기, 원운동을 하는 물체의 에너지 등의 관계를 논리적으로 추론할 수 있는 능력
- 문제 해결을 위한 수학적 모델과 방정식을 제대로 세울 수 있는 능력
- 방정식을 바르게 풀어서 논제에서 요구하는 정답을 도출할 수 있는 능력

5. 예시 답안

[문제 1] (4점)

지구 표면에서 중력가속도의 크기는 제시문 (다)로부터 $g = \frac{GM}{R^2}$ 이다. 인공위성에서 중력가속도의 크기를 g_1 이라고 하면, (중력)=(만유인력)이므로 $mg_1 = G\frac{Mm}{r^2}$ 이다. 여기서 r 은 인공위성에서 지구의 중심까지의 거리이다. 이 때 $r = R + h = 3R$ 이므로, $g_1 = \frac{GM}{9R^2}$ 이 된다. 즉, 인공위성에서 중력가속도의 크기는 g 의 $\frac{1}{9}$ 배 이다.

[문제 2] (8점)

인공위성이 지구를 한 바퀴 회전하는 데 걸리는 시간, 즉 인공위성의 주기를 T 하고 두자. 이 때 인공위성과 지구 사이의 만유인력이 원운동의 구심력에 해당하므로 $G\frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ 이다. 이 식에 $v = \frac{2\pi r}{T}$ 를 대입하면 $G\frac{mM}{r^2} = 4\pi^2\frac{mr}{T^2}$ 이 된다. 따라서 $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$ 이 얻어져서 $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ 이 된다. 이 때 $r = R + h = 3R$ 이므로 $T = 6\pi\sqrt{\frac{3R^3}{GM}}$ 이 된다.

[문제 3] (8점)

인공위성이 지구표면에 정지해 있을 때의 총 역학적 에너지를 E_1 이라고 하면 이 때에는

위치에너지만 존재하므로 $E_1 = -\frac{GMm}{R}$ 이 된다. 또한 인공위성이 지표면에서부터 높이

h 인 곳에서 원운동을 할 때의 총 역학적 에너지는 $E_2 = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{GMm}{6R}$ 이 된다.

인공위성이 지구표면에서 출발할 때 인공위성에 가해 주어야 할 에너지를 ΔE 라고 하면 에너지보존 법칙으로부터 $E_1 + \Delta E = E_2$ 가 된다. 따라서

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -\frac{GMm}{6R} - \left(-\frac{GMm}{R}\right) = \frac{5GMm}{6R}$$

이다. ΔE 는 인공위성이 출발할 때의 운동에너지에 해당하므로 $\Delta E = \frac{1}{2}mv^2$ 이다. 여기서

v 는 지구 표면에서 출발할 때의 속력이다. 따라서 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{5GMm}{6R}$ 로부터

$v = \sqrt{\frac{5GM}{3R}}$ 이 된다.

[화학] (20점)

1. 출제의도

고등학교 『화학 I』 교과서의 중요한 내용인 화학 양론, 원자의 구조, 화학 결합 등을 주 소재로 삼았다. 즉, 루이스의 전자쌍 공유 개념과 옥텟 규칙에 근거하여 공유 결합을 이해하고, 루이스의 전자점식을 이용하여 분자식을 예측하며, 전기 음성도 개념을 적용하여 화합물 내의 원자에 산화수를 부여하는 능력을 측정하려 하였다. 또한 화학의 기본이 되는 양론에 대한 이해도를 측정하기 위해 균형 반응식 쓰기, 균형 반응식에 근거하여 반응하는 물질과 생성되는 물질 사이의 양적 관계를 추론하는 내용을 포함시켰다.

2. 주제 분석과 제시문 해설

(가) 주제 분석

화학 양론, 원자의 구조(바닥 상태 전자 배치), 화학 결합, 루이스 구조 등을 주제로 삼았다. 짝을 이루지 못한 전자를 가진 원자들이 전자쌍을 공유하면서 전자가 쌍을 이루어 공유결합을 형성하며 이 때 옥텟 규칙을 만족하는 분자가 안정함을 이해하고 있는지를 평가한다. 또 옥텟 규칙과 원자가 전자의 수를 바탕으로 분자의 화학식을 예측하고 루이스 전자점식을 나타내며, 전기 음성도 개념을 활용하여 원자의 산화수를 부여하는 능력을 측정하고자 한다. 아울러 균형 반응식을 쓰고 이에 근거하여 반응물과 생성물의 양적 관계를 추론하는 것이 이 문제의 핵심 내용이다.

(나) 제시문 해설

제시문 (가)에서는 전자쌍 공유에 의한 공유 결합을 설명하는 옥텟 규칙과 루이스의 전자점식을 나타내는 방법을 소개하였다. 이 내용은 고등학교 『화학 I』 교과서의 내용을 거의 그대로 옮겨 놓은 것이다. 제시문 (가)의 내용은 [문제 1]에서 주어진 분자들의 루이스 전자점식을 나타내는 데 직접적으로 활용되며, 이 전자점식이 [문제 2]의 해결에도 그대로 이용되므로 이 문항의 중요한 내용이다. 제시문 (나)에서는 산화수의 기본 개념을 소개하였다. 이 내용은 [문제 1]을 해결하는 데 활용되는 것으로 역시 고등학교 『화학 I』 교과서에 소개되어 있지만 약간 다른 관점에서 같은 개념을 설명하고 있다. 제시문 (다)는 균형 반응식과 그 식에 담겨진 양론적인 내용을 상세히 소개하였다. 이 내용은 [문제 3]을 해결하는 데 활용된다.

(다) 제시문 출처

제시문 (가) : 여러 고등학교 『화학 1』 교과서의 내용에 포함되어 있는 ‘화학결합’ 부분에

상세히 소개하고 있는 내용을 거의 그대로 옮겨 놓은 것이다. 참고한 고등학교 교재는 다음과 같다. 고등학교 『화학 1』 교과서, 교학사, 158-166쪽, 천재교육, 141-145쪽.

제시문 (나) : 화합물 내의 원자의 산화수를 구하는 방법으로 고등학교 『화학 1』 교과서에 기술된 내용을 그대로 옮겨 설명하였다. 참고한 고등학교 교재는 다음과 같다. 고등학교 『화학 1』 교과서, 교학사, 213-216쪽, 천재교육, 190-193쪽.

제시문 (다) : 균형 반응식 쓰기, 균형 반응식에 근거하여 반응물과 생성물의 양적인 관계를 몰수 개념으로 설명한 내용으로 역시 고등학교 『화학 1』 교과서에 기술된 내용을 거의 그대로 옮겼다. 참고한 고등학교 교재는 다음과 같다. 고등학교 『화학 1』 교과서, 교학사, 38-41쪽, 천재교육, 41-49쪽.

3. 논제 해설

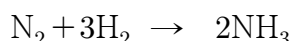
[문제 1]은 CO 분자의 루이스 전자점식을 쓰고, 이 식에 근거하여 각 원자의 산화수를 구하는 문제이다. 문제에 C와 O 원자의 전자 배치를 제시하였고, 제시문 (가)에 옥텟 규칙을 만족하는 루이스 전자점식을 쓰는 과정을 상세히 제시하였으므로 그대로 따라가면 된다. 전자점식에 표시할 원자가 전자의 수는 주어진 전자 배치로부터 바로 알 수 있다. C와 O의 원자가 전자의 수는 각각 4개와 6개, 합이 10개이다. 이를 이용하여 C 원자와 O 원자가 옥텟 규칙을 만족하도록 원자가 전자를 배치하면 쉽게 답안과 같은 전자점식을 쓸 수 있다. 고등학교 『화학 I』 교과서에 전자점식을 쓰는 과정이 많은 예와 함께 자세히 소개되어 있다.

각 원자의 산화수는 앞에서 쓴 루이스 전자점식을 이용한다. 제시문 (나)에 의하여 먼저 전자쌍을 공유하고 있는 두 원자의 전기 음성도의 상대적 크기를 예측하는 것이 중요하다. 원소들의 성질의 주기성을 이용하여 같은 주기에서는 원자번호가 높은 원소의 전기음성도가 더 크므로 쉽게 O 원자가 C보다 더 큰 전기 음성도를 가질 것을 예측할 수 있다. 따라서 공유된 3쌍(6개)의 원자가 전자는 모두 O 원자에 배분된다. 그리고 나서 중성 원자의 원자가 전자수와 비교하면 곧바로 답안의 산화수 값을 얻을 수 있다.

[문제 2]는 주어진 N 원자의 전자 배치를 이용하여 N과 H로 이루어진 분자의 화학식을 예측하는 문제이다. N 원자의 전자 배치를 보면 짝을 이루지 않은 전자가 모두 3개 있으므로 분자를 이룰 때 옥텟 규칙을 만족시키기 위해 화학결합 3개를 이룰 것임을 알 수 있다. H 원자는 전자가 1개이므로 화학 결합 하나를 이룬다. 따라서 N 원자는 H 원자 3개와

결합할 것임을 예측할 수 있다. 화학식은 NH_3 가 될 것이다. 이 화학식의 분자가 안정한지를 알아보기 위해 루이스 점자점식을 쓰면 답안과 같으며 분자 내의 모든 원자가 옥텟 규칙을 만족함을 알 수 있다. 따라서 문제에서 요구하는 화합물의 화학식은 NH_3 이다.

[문제 3]은 [문제 2]의 답을 활용하여 이 화합물을 이루는 화학반응의 균형 반응식을 쓰고, 이 균형 반응식을 이용하여 반응물과 생성물의 양적 관계를 파악하는 문제이다. [문제 2]의 답이 NH_3 이므로 H_2 와 N_2 가 반응하여 NH_3 를 생성하는 반응의 균형 반응식은 다음과 같다.



또한 위 균형 반응식을 보면 H_2 1 mol이 반응하면 NH_3 $\frac{2}{3}$ mol이 생성됨을 알 수 있다.

각 물질의 화학식과 문제에 주어진 각 원자의 원자량으로 H_2 와 NH_3 의 분자량을 나타내면 각각 $2M_{\text{H}}$ 와 $(M_{\text{N}} + 3M_{\text{H}})$ 이다. 따라서 H_2 10.00 g의 몰수는 $\frac{10.00}{2M_{\text{H}}} = \frac{5.00}{M_{\text{H}}}$ 이다. 그러므

로 H_2 10.00 g이 반응하여 생성되는 NH_3 의 몰수는 $\frac{5.00}{M_{\text{H}}} \times \frac{2}{3}$ 이며, 질량은

$$\frac{5.00}{M_{\text{H}}} \times \frac{2}{3} \times (M_{\text{N}} + 3M_{\text{H}}) = \frac{10.00}{3} \frac{(M_{\text{N}} + 3M_{\text{H}})}{M_{\text{H}}}$$

이 된다.

4. 평가 기준

- 주어진 전자 배치로부터 각 원자의 원자가 전자의 수를 알아내는 능력
- 주어진 원자가 전자와 옥텟 규칙을 이용하여 루이스 전자점식을 쓰는 능력
- 전자 배치로부터 원자 번호를 알고 이를 바탕으로 전기음성도의 상대적 크기를 추론하는 능력
- 전자점식과 산화수의 정의로부터 화합물 내의 각 원자의 산화수를 부여하는 능력
- 전자 배치로부터 원자를 추론하고, 생성될 화합물의 화학식을 예측하는 능력
- 원자량에서 분자량을 구하고 주어진 화합물의 질량을 몰수로 환산하는 능력
- 균형 반응식으로부터 반응하는 물질과 생성되는 물질의 양적인 관계를 추론하는 능력

5. 예시 답안

[문제 1] (7점)

문제에 제시된 C와 O 원자의 전자 배치로부터 원자가 전자의 수가 각각 4개와 6개임을 알 수 있다. 모두 10개의 원자가 전자로 두 원자 모두 옥텟 규칙을 만족하는 루이스 구조는 다음과 같다.



제시문 (나)의 산화수 정의에 의하면 산화수는 공유된 전자를 전기 음성도가 더 큰 원자가 모두 갖는다고 가정하고 부여한 전하이다. C 원자와 O 원자는 같은 주기에 속하는 데 O 원자의 원자 번호가 더 높으므로 O 원자의 전기 음성도가 더 크다. 따라서 CO 분자에서 C 원자의 산화수는 +2, O 원자의 산화수는 -2가 된다.



[문제 2] (5점)

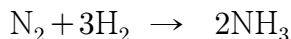
N 원자의 전자 배치로부터 N 원자는 3개의 짝을 이루지 않은 전자가 있으므로 3개의 화학결합을 형성할 수 있음을 알 수 있고 H 원자는 화학결합 1개를 이룰 수 있다. 따라서 N과 H 원자로 이루어지는 가장 간단한 분자는 NH₃가 될 것이다.

루이스 구조를 그려보면 더욱 명확하게 알 수 있다.



[문제 3] (8점)

우선 균형 반응식을 쓴다.



각 물질의 화학식에 의하면 H₂와 NH₃의 분자량은 각각 2M_H와 (M_N + 3M_H)이다.

따라서 H₂ 10.00 g의 몰수는 $\frac{10.00}{2M_H} = \frac{5.00}{M_H}$ 이다. 또한 위 균형 반응식을 보면 H₂ 1

mol이 반응하면 NH₃ $\frac{2}{3}$ mol이 생성됨을 알 수 있다. 그러므로 H₂ 10.00 g이 반응하여

생성되는 NH₃의 몰수는 $\frac{5.00}{M_H} \times \frac{2}{3}$ 이며, 질량은

$$\frac{5.00}{M_H} \times \frac{2}{3} \times (M_N + 3M_H) = \frac{10.00}{3} \frac{(M_N + 3M_H)}{M_H}$$

이다.

[생물] (20점)

1. 출제의도

생물에서는 ‘세포 주기’의 각 단계를 구분하고 각 단계가 가지는 의미를 이해하며, 세포 주기에 따른 DNA량의 변화를 정확하게 이해하고 있는지를 알아보려고 하였다. 또한, 세포 주기의 조절 이상에 따른 암의 발생을 세포 분열과 연관 지어 설명할 수 있는지를 알아보려고 하였다.

2. 주제 분석과 제시문 해설

(가) 주제 분석

세포 주기 및 세포 주기의 조절과 암 발생에 관한 설명으로 구성된 제시문을 바탕으로 세포 주기의 각 단계가 갖는 의미 및 이러한 단계에 이상이 생겼을 때 나타날 수 있는 변화를 이해할 수 있는지를 묻고자 하였다.

(나) 제시문 해설

제시문 (가)에서는 『생명과학 I』에서 배우는 세포 주기의 개념 및 각 단계에서 일어나는 현상에 대해 소개하였다. 제시문 (나)에서는 『생명과학 I』에서 소개된 암세포에서의 세포 주기 조절에 대한 내용을 소개하였다.

(다) 제시문 출처

제시문 (가) : 고등학교 『생명과학 I』 교과서에서 발췌

제시문 (나) : 고등학교 『생명과학 I』 교과서에서 발췌

3. 논제 해설

논제는 크게 2개의 문제로 이루어져 있으며 [문제 1]은 세포 주기의 G1 단계에서는 세포의 생장이 일어나고 S 단계에서는 DNA가 복제된다는 내용을 바탕으로 유추하면 추론이 가능한 문제이다. [문제 2]는 염색체의 분리가 분열기 (M기)의 중기에 모든 염색체가 적도판에 배열된 후에 일어난다는 체세포 분열에 대한 내용을 숙지하고 있다면 추론이 가능한 문제이다. 특히, 이 문제에서는 체세포 분열의 목적이 다음 세대로 정확한 유전정보 즉 동일한 DNA를 전달하는데 있다는 것을 이해하고 있는지를 묻고자 하였다.

4. 평가 기준

- 주어진 제시문을 정확하게 이해하고 이를 바탕으로 각 논제에서 요구하는 문제를 파악하는 능력
- 생명과학 과목에서 다루는 최소한의 기본 개념 - 세포 주기 - 을 이해하고 있는 정도
- 논제에서 요구하는 사항을 정확히 이해하고 기존 지식과 제시문의 내용을 바탕으로 논제의 답을 논리적으로 추론하는 능력

5. 예시 답안

[문제 1] (10점)

그림과 실험 결과에서 제시된 것처럼 수정란의 초기 세포 분열 시기에는 DNA의 양은 일정하게 유지되지만 세포질의 양은 분열을 거듭할수록 감소됨을 알 수 있다. 제시문에 언급한 것처럼 세포의 생장은 G1, G2 시기에 주로 일어나고 S기에서는 DNA의 복제가 일어난다. 따라서 문제에서 제시된 상황은 DNA의 복제는 일어나지만 세포의 생장이 일어나지 않는 경우이다. 즉, 수정란에서의 초기 세포 분열 시기에는 S기와 M기는 관찰되지만 G1, G2기는 존재하지 않을 것으로 추론할 수 있다.

[문제 2] (10점)

그림에서 알 수 있듯이 암세포는 정상세포에 비해 DNA의 양이 일정하지 않은 경우가 많다. 이러한 현상은 생명과학 I에서 배우는 감수 분열 시의 염색체 비분리와 현상과 유사하며 체세포 분열 시기의 중기 (모든 염색체가 적도판에 배열)와 후기 (염색체가 분리되어 양쪽 끝으로 이동) 사이의 조절에 이상이 생길 경우 나타날 수 있다. 따라서 멈춤 3에서의 조절 기능에 이상이 있을 때 이러한 DNA 량의 차이가 관찰된다고 추론할 수 있다.