2011학년도 인하대학교
자연계열 모의 논술 고사 해설

【문항 1 : 생물】 20점

<출제 의도 및 목적>

[문제 1]은 감수분열에 대한 기본적인 이해를 묻고자 하였다. 체세포와 생식세포가 가지는 차이를 이해하고 유성생식에 의한 다양성의 증가를 이해한다면 쉽게 해결할 수 있는 문제이다.

[문제 2]는 감수분열에 의한 정자의 생성과정을 이해하고 있는지를 알고자 하였다. 또한 유성생식 과정에서 이배체 ($2n$)와 반수체 (n)의 개념을 묻고자 하였다.

<제시문 및 자료의 출처>

(가) 생물 I 교과서에서 발췌 (중앙교육진흥연구소)
(나) 창작

<예시 답안>

[문제 1] 이배체인 체세포의 염색체 수 ($2n$)가 12이므로 생식세포가 가지는 염색체의 수 (n)는 6이다. 각 염색체에 대하여 무작위적인 선택이 일어난다면 한 쪽 배우자가 가질 수 있는 다양성은 $2^6 = 64$ 가 된다. 따라서 두 배우자로부터 태어난 자손의 체세포가 가질 수 있는 염색체의 조합은 $64 \times 64 = 4096$ 가지이다.

[문제 2]

단계	정원 세포	제 1 정모세포	제 2 정모세포	정자
상대적 DNA양	1	2	1	$\frac{1}{2}$

문제에서 '$2n$'은 각각의 염색체가 배우자 양쪽(정자와 난자)에서 유래한 염색체를 모두 가지고 있다는 의미로 해석할 수 있다. 따라서 정원 세포와 감수 제 1분열을 끝낸 제 2 정모세포가 가지는 DNA의 양은 동일하지만 염색체의 구성은 다르다. 정원 세포는 각각의 염색체가 양쪽 배우자로부터 유래한 것으로 '$2n$'으로 표시하고, 제 2 정모세포는 각각의 상동염색체 중 한 쪽 배우자로부터 유래한 것만을 가지기 때문에 'n'으로 표시한다.

【문항 2 : 화학】 20점

<출제 의도 및 목적>

[문제 1]은 화학반응의 속도와 기체의 성질을 소재로 삼아 화학반응 속도의 온도 의존성을 살펴

보는 내용이다. 문제에서 묻고 있는 내용은 매우 단순하지만 제시문의 내용을 이해하고, 이해한 내용을 논리적으로 종합하는 능력과, 문제 상황을 수식화하여 정량적으로 해결하는 능력을 동시에 요구하는 문제이다.

[문제 2]는 고등학교 공통과학의 내용인 화학반응의 속도 부분과 화학 1의 내용인 기체의 성질 부분을 소재로 삼아 출제하였으므로 해당 교과내용에 대한 기본적인 이해와 어느 정도의 논리적 추론 능력을 갖춘 학생이라면 누구나 쉽게 답을 쓸 수 있는 수준의 문항이다. 그러나 정량적인 답을 요구함으로써 채점 시 충분한 변별력을 나타낼 것으로 생각한다.

<제시문 및 자료의 출처>

(가) 과학(금성출판사) pp180-181

(나) 과학(지학사) pp164-165

(다) 화학 1(금성출판사) pp69-77

<예시 답안>

[문제 1] 제시문 (나)에 의하면 분자들 간의 충돌횟수는 분자들의 평균 속력에 비례하고, 제시문 (다)에 의하면 분자들의 평균 속력은 온도의 제곱근에 비례한다. 즉,

$$\text{충돌횟수} \propto \overline{v} \propto \sqrt{T}$$

이다. 따라서 충돌횟수의 비는 $\sqrt{\dfrac{432K}{300K}} = 1.20$ 이다. 따라서 20% 증가한다.

[문제 2] 문제 1에서 충돌횟수가 온도의 제곱근에 비례함을 알았다. 또한 제시문 (나)에 의하면 충돌횟수는 각 분자들의 농도에 비례하므로 이 반응의 경우 A 의 농도의 제곱에 비례한다. 제시문 (가)에 따르면 일정한 압력에서 기체의 부피는 온도에 비례하므로 기체의 농도는 온도에 반비례하게 된다. 즉, $[A] \propto \dfrac{1}{T}$ 이다. 따라서

$$\text{충돌횟수} \propto \frac{\sqrt{T}}{T^2} = (T)^{-\frac{3}{2}}$$

이다. 그러므로 $100K$ 와 $400K$ 에서의 충돌횟수의 비는 $\left(\dfrac{400K}{100K}\right)^{-\frac{3}{2}} = 0.125$ 이므로, 12.5% 이다.

【문항 3 : 수학+물리】60점

<출제 의도 및 목적>

[문제 1]은 정적분으로 정의된 자연로그함수의 미분을 살펴보고 이를 활용하여 정적분을 계산하는 내용이다. 문제에서 묻고 있는 내용은 매우 단순하지만 제시문 (가), (나)의 내용을 이해하고, 이해한 내용을 논리적으로 종합하는 능력과 분수함수를 적분하는 계산 능력을 동시에 요구하는 문제이다.

[문제 2]는 접선의 방정식을 이용하고, 구하고자 하는 영역을 쪼개어 삼각형, 등변사다리, 그리고

함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 정적분을 이용하여 영역의 넓이를 계산하는 내용이다. 고등학교 수학 교과내용에 대한 기본적인 이해와 어느 정도의 논리적 추론 능력을 갖춘 학생이라면 누구나 쉽게 답을 쓸 수 있는 수준의 문제이다.

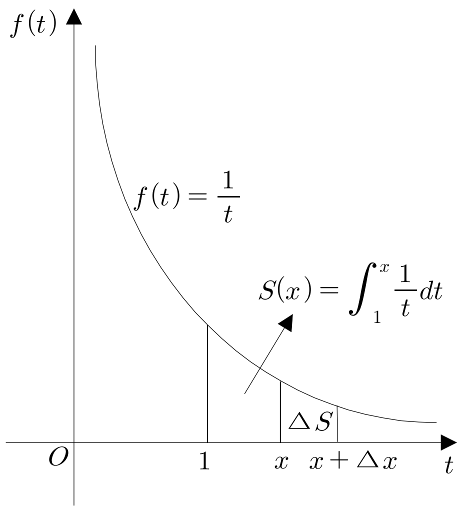
[문제 3]은 제시문 (라)와 (마)에 주어진 앙페르의 오른손 법칙과 플레밍의 왼손 법칙을 이용하여 자기장의 크기와 방향을 구하고 자기장하에서 전류의 방향에 따라 도선이 받는 힘의 방향과 크기를 구하는 응용 능력과 제시문 (다)에 주어진 힘과 일의 관계를 이해하고 이를 이용하여 물리학의 문제를 해결할 수 있는가에 주안점을 두었다.

<제시문 및 자료의 출처>

(가) 미분적분학 (청문각) pp128
(나) 2008학년도 인하대 정시논술 제시문 (사)
(다) 고등학교 물리 I (금성출판사) pp112-115
(라) 고등학교 물리 I (금성출판사) pp120
(마) 고등학교 물리 I (금성출판사) pp59

<예시 답안>

[문제 1] 먼저 $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$ 임을 보이자. (i) $x > 1$ 일 때, 왼쪽 그림과 같이 구간 $[1, x]$ 에서 함수 $f(t) = \frac{1}{t}$ 의 그래프와 t-축 사이의 영역의 넓이를 $S(x) = \int_1^x \frac{1}{t}dt$ 라 하자. x 의 증분 $\Delta x(>0)$에 대한 $S(x)$ 의 증분을 ΔS 라 하면 오른쪽 그림에서 $\frac{1}{x+\Delta x}\Delta x < \Delta S < \frac{1}{x}\Delta x$ 가 성립한다. 이 부등식의 각 항을 Δx 로 나누면 $\frac{1}{x+\Delta x} < \frac{\Delta S}{\Delta x} < \frac{1}{x}$ 이고, 극한 $\lim_{\Delta x \to 0}\frac{1}{x+\Delta x} = \frac{1}{x}$ 으로부터

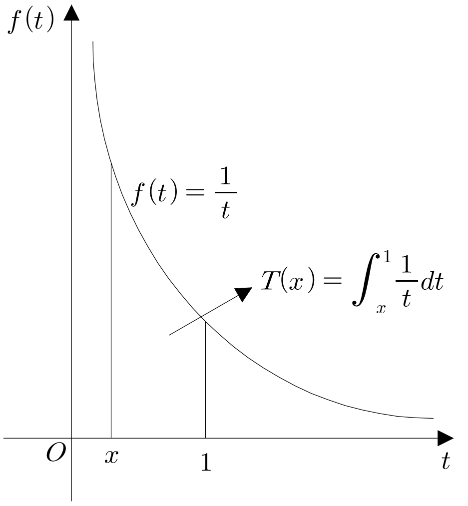


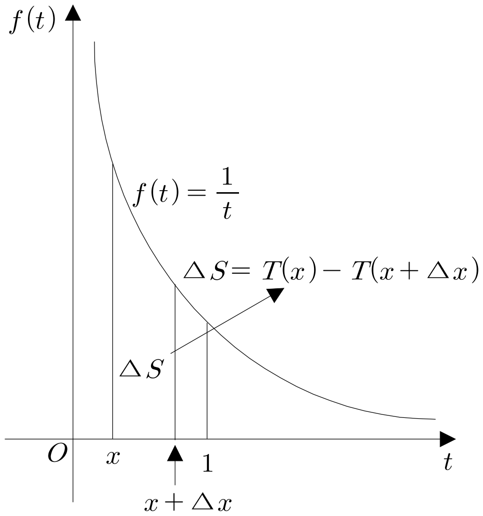
$$\frac{d}{dx}S(x) = \frac{d}{dx}\int_1^x \frac{1}{t}dt = \frac{1}{x} \text{ 이다.}$$

(ii) $0 < x < 1$ 일 때, 아래 왼쪽 그림과 같이 구간 $[x, 1]$ 에서 함수 $f(t) = \frac{1}{t}$ 의 그래프와 t-축 사이의 영역의 넓이를 $T(x) = \int_x^1 \frac{1}{t}dt$ 라 하고 $S(x) = -T(x)$ 로 놓자. x 의 증분 $\Delta x(>0)$에 대한 $S(x)$ 의 증분을 ΔS 라 하면 아래 오른쪽 그림에서 $\frac{1}{x+\Delta x}\Delta x < \Delta S < \frac{1}{x}\Delta x$ 가 성립한다. 이 부등식의 각 항을 Δx 로 나누면 $\frac{1}{x+\Delta x} < \frac{\Delta S}{\Delta x} < \frac{1}{x}$ 이고, 극한 $\lim_{\Delta x \to 0}\frac{1}{x+\Delta x} = \frac{1}{x}$ 으로부터

$$\frac{d}{dx}S(x) = \frac{d}{dx}(-T(x)) = \frac{d}{dx}\left(-\int_x^1 \frac{1}{t}dt\right) = \frac{1}{x} \text{ 이다.}$$

따라서 (i), (ii)로부터 $\dfrac{d}{dx}\ln x = \dfrac{1}{x}$ 이다.





그 다음으로 문제 1에 주어진 적분을 계산하자. 피적분함수 $\dfrac{1}{x^2+3x}$ 의 분모가 인수분해 되는 경우에는 $\dfrac{1}{x^2+3x}=\dfrac{1}{3}\left\{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+3}\right\}$ 와 같이 부분 분수로 분해하고 미분공식

$$\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x},\ \frac{d}{dx}\ln(x+3) = \frac{1}{x+3}$$

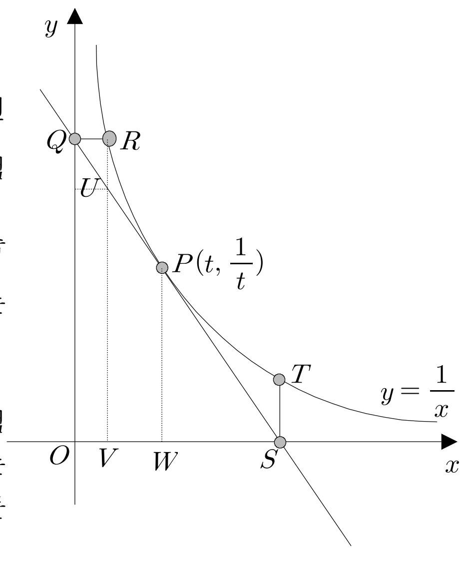
을 이용하면, 다음의 결과를 얻는다.

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2+3x}\,dx = \int_1^2 \frac{1}{3}\left\{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}\right\}dx = \frac{1}{3}\left[\ln\left(\frac{x}{x+3}\right)\right]_1^2 = \frac{1}{3}\left\{\ln\frac{2}{5}-\ln\frac{1}{4}\right\} = \frac{1}{3}\ln\frac{8}{5}$$

[문제 2] 함수 $y=\dfrac{1}{x}$ 의 도함수는 $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{1}{x^2}$ 이므로 점 $P(t, \dfrac{1}{t})$ 에서 접선의 방정식은

$$y=-\frac{1}{t^2}(x-t)+\frac{1}{t}\ \cdots ①$$

이다. 오른쪽 그림과 같이 접선 ①의 x-절편 S 와 y-절편 Q 는 $S(2t, 0)$, $Q(0, \dfrac{2}{t})$ 이다. 또한 등식 $\dfrac{2}{t}=\dfrac{1}{x}$ 으로부터 점 R 의 x-좌표는 $x=\dfrac{t}{2}$ 이므로 $R(\dfrac{t}{2}, \dfrac{2}{t})$ 이다. R 에서 x-축에 내린 수선이 접선 ①과 만나는 점을 U, x-축과 만나는 점을 V 라 하면 접선 ①에 $x=\dfrac{t}{2}$ 를 대입하여 $U(\dfrac{t}{2}, \dfrac{3}{2t})$ 을 얻는다. P 에서 x-축에 내린 수선이 x-축과 만나는 점을 W 라 하고 오른쪽 그림으로부터 넓이 Q, R, P 를 잇는 직선으로 둘러싸인 넓이 S_1 과 P, S, T 를 잇는 직선으로 둘러싸인 넓이 S_2 를 구해보면 다음과 같다.



$$
\begin{aligned}
S_1 &= \triangle QRU + \int_{t/2}^{t} \frac{1}{x}\,dx - (\text{등변사다리 } PUVW) \\
&= \frac{1}{2}\frac{t}{2}\left(\frac{2}{t}-\frac{3}{2t}\right) + [\ln x]_{t/2}^{t} - \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2t}+\frac{1}{t}\right)\frac{t}{2} = \frac{t}{4}\frac{1}{2t} + \ln t - \ln(t/2) - \frac{t}{4}\frac{5}{2t} \\
&= \frac{1}{8} + \ln 2 - \frac{5}{8} = \ln 2 - \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

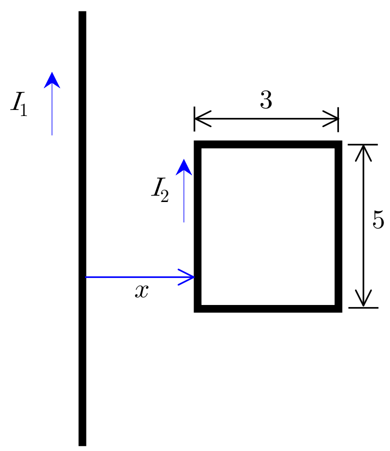
이고

$$
S_2 = \int_t^{2t} \frac{1}{x}\,dx - \triangle PWS = [\ln x]_t^{2t} - \frac{1}{2}\frac{1}{t}t = \ln 2t - \ln t - \frac{1}{2} = \ln 2 - \frac{1}{2}
$$

이다. 따라서 $S_1 = S_2$ 이다.

[문제 3] 직사각형 도선이 받는 알짜 힘의 크기와 방향을 구하기 위해서는 직사각형의 각 변이 받는 힘들의 합력을 구하면 된다.

(i) 직사각형 도선의 상변이 받는 힘의 방향을 구해보면, 자기장의 방향이 지면으로 들어가는 방향이고 전류의 방향이 오른쪽이므로 제시문 (마)에서 주어진 플레밍의 왼손법칙에 의해 힘의 방향이 위쪽방향임을 알 수 있다. 그리고 하변이 받는 힘은 자기장의 방향은 동일하고 전류의 방향만 바뀌므로 힘의 방향은 아래쪽 방향이 된다. 상변과 하변은 직선 도선으로부터 떨어진 거리가 동일하여 힘의 크기는 같고 방향은 반대가 되어 두 힘은 서로 상쇄된다.



(ii) 직사각형 도선의 좌변과 우변이 받는 힘도 좌변은 왼쪽으로 우변은 오른쪽으로 힘을 받아 방향이 반대이나 가까운 거리에 있는 좌변이 받는 힘의 크기가 더 크다. 따라서 직사각형 도선에 작용하는 알짜 힘의 방향은 왼쪽이다. 좌변의 자기장의 크기는 직선 도선으로부터 떨어진 거리가 x (m)이므로 제시문 (라)에 의해 $B_{\text{좌변}} = k\frac{I_1}{x} = 2\times10^{-7}\times\frac{5}{x} = \frac{10^{-6}}{x}$ (T)이 된다. 마찬가지로, 우변의 자기장의 크기는 직선 도선으로부터 떨어진 거리가 $x+3$ (m)이므로 $B_{\text{우변}} = \frac{10^{-6}}{x+3}$ (T)이 된다. 따라서 알짜 힘은 제시문 (마)에 의해

$$
\begin{aligned}
F(x) &= B_{\text{좌변}}\times I_2\times\text{세로의 길이} - B_{\text{우변}}\times I_2\times\text{세로의 길이} \\
&= \frac{10^{-6}}{x}\times2\times5 - \frac{10^{-6}}{x+3}\times2\times5 = 10^{-5}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}\right)
\end{aligned}
$$

가 된다. 제시문 (다)에 주어진 바와 같이 직사각형 도선에 작용하는 힘과 같은 크기로 외력을 반대방향으로 작용하여 $x=1$ (m)에 있는 직사각형 도선을 $x=2$ (m)까지 옮기는 데 외부에 해주어야하는 일의 양은 $W=\int_1^2 F(x)\,dx$ 으로 계산 할 수 있다.

$$
W = \int_1^2 F(x)\,dx = 10^{-5}\int_1^2\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}\right)dx = 10^{-5}\times\ln\frac{8}{5}\ \text{(J)}
$$