

2017학년도 수시모집 논술전형

논술고사 문제지 (자연계열 I)

모집단위	학부/학과	수험번호	성명
------	-------	------	----

◆ 유의 사항 ◆

1. 시험시간은 100분임.
2. 답안은 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안지 분량은 문항별 답안 길이에 맞추어져 있으므로 반드시 해당 문항 답안지에만 답안을 작성할 것.

감독확인



이화여자대학교

1 정수 $n \geq 0$ 에 대하여 아래와 같이 표현된 수열 $\{I_n\}$ 이 있다.

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$$

다음 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 정수 $n \geq 0$ 에 대하여 $I_{n+1} \leq I_n$ 이 성립함을 보이시오.
- (2) 자연수 $n \geq 2$ 에 대하여 $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$ 가 성립함을 보이시오.
- (3) 자연수 n 에 대하여 $\frac{2n}{2n+1} = \frac{I_{2n+1}}{I_{2n-1}} \leq \frac{I_{2n+1}}{I_{2n}} \leq 1$ 이 성립함을 보이시오.
- (4) 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_{2n+1}}{I_{2n}}$ 을 구하시오.

2 부등식 $||y|+|x-2|-3|+||y|+|x+2|-3|\leq 2$ 를 만족하는 좌표평면 위의 점의 집합을 D 라 할 때 다음 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 부등식 $(|y|+|x-2|-3)(|y|+|x+2|-3)\leq 0$ 을 만족하는 영역을 좌표평면 위에 나타내시오.
- (2) 부등식 $2|y|+|x-2|+|x+2|\leq 8$ 을 만족하는 영역을 좌표평면 위에 나타내시오.
- (3) 집합 D 의 영역을 좌표평면 위에 나타내고 넓이를 구하시오.

3 그림과 같이 $a > b > 0$ 일 때 좌표평면 위에 두 원 $C_1 : x^2 + y^2 = a^2$, $C_2 : x^2 + y^2 = b^2$ 가 있다. 원점을 지나고 기울기가 양수인 직선 l 이 두 원 C_1, C_2 와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 수직인 직선과 점 B를 지나고 y 축에 수직인 직선이 만나는 점을 P라 할 때, 다음 물음에 답하시오. [40점]

- (1) 삼각형 ABP의 넓이의 최댓값을 구하시오.
- (2) 점 P가 그리는 도형의 방정식을 구하시오.
- (3) 점 $Q(b, 0)$ 과 점 $Q'(-b, 0)$ 에 대하여 두 선분 PQ, PQ'의 길이의 합이 일정하도록 하는 $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하시오.
- (4) 문항 (2)의 도형의 방정식이 문항 (3)의 조건을 만족할 때 그 도형 위의 점 P에서의 접선을 l' 라 하자. 점 Q에서 l' 에 내린 수선의 발을 H라 하고 점 Q'에서 l' 에 내린 수선의 발을 H'라 할 때, $\frac{QH}{QP} = \frac{Q'H'}{Q'P}$ 이 성립함을 보이시오.

