

2017학년도 수시 논술 모의고사

논술고사 문제지 (자연계열 II)

소속고교		수험번호		성명	
------	--	------	--	----	--

◆ 유의사항 ◆

1. 시험 시간은 100분임
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것
5. 답안지 분량은 문항별 답안 길이에 맞추어져 있으므로, 반드시 해당 문항 답안지에만 작성할 것

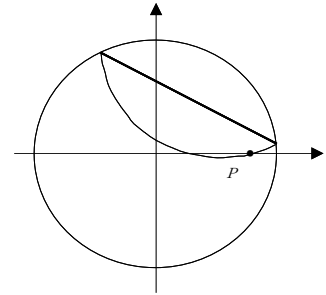
감독확인



이화여자대학교

1 아래 내용은 타원을 그리는 한 방법을 설명하고 있다.

- (a) 종이 위에 단위원 $x^2 + y^2 = 1$ 이 그려져 있고 원의 내부에서 한 점 $P(c, 0)$ 을 선택한다.
- (b) 원이 점 $P(c, 0)$ 을 지나도록 오른쪽 그림과 같이 종이를 접었다 편다.
- (c) 점 $P(c, 0)$ 를 지나는 원의 위치를 바꾸면서 종이를 접었다 펴기를 반복한다.
- (d) 종이를 접어서 생긴 직선들은 어떤 타원의 접선들이 되고 점 $P(c, 0)$ 은 그 타원의 한 초점이 된다.



(1) 점 $P(c, 0)$ 에 대하여 위 방법으로 찾은 타원의 방정식을 구하시오. [20점]

(2) 위 방법으로 찾은 타원의 장축의 길이와 단축의 길이의 곱을 A 라 할 때, 점 $P(c, 0)$ 에 대하여 c 의 함수 $A(c)$ 의 최댓값을 구하시오. [5점]

2 좌표평면 위의 영역 $A: |x| + \frac{|y|}{2} \leq 1$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (1) 영역 A 밖에 있는 점 $P(a, b)$ 와 영역 A 의 점을 이은 선분의 중점의 집합을 생각할 때, 이 집합이 나타내는 영역의 넓이를 구하시오. [10점]
- (2) r 이 양의 실수 일 때 도형 $B_r: |x| + \frac{|y|}{2} = r$ 의 점과 원점 O 를 이은 선분의 중점이 그리는 도형의 길이를 r 로 나타내시오. [5점]
- (3) r 이 양의 실수 일 때 도형 B_r 의 각 점과 영역 A 의 각 점을 이은 선분의 중점이 나타내는 영역의 넓이를 $f(r)$ 이라고 하자. 양의 실수 r 에 대하여 주어진 함수 $f(r)$ 을 구하고 $r=1$ 에서 함수 $f(r)$ 의 미분가능성을 조사하시오. [20점]

3 함수 $y=f(x)$ 가 연속함수일 때, 아래의 물음에 답하시오.

(1) 함수 $f(x)$ 가 우함수이고 $a=0$ 일 때, 아래와 같이 정의된 함수 $F(t)$ 가 기함수임을 보이시오. [10점]

$$F(t) = \int_a^t f(x) dx$$

(2) 함수 $f(x)$ 가 기함수이고 a 가 임의의 실수일 때, $F(t) = \int_a^t f(x) dx$ 가 우함수임을 보이시오. [10점]

(3) 함수 $f(x)$ 가 기함수이면서 주기가 p 인 주기함수이고 a 가 임의의 실수일 때, $F(t) = \int_a^t f(x) dx$ 도 역시 주기가 p 인 주기함수임을 보이시오. [10점]

(4) a 와 b 가 $a < b$ 를 만족하는 실수이고 함수 $f(x)$ 가 닫힌 구간 $[a, b]$ 에서

$$\int_a^b f(x)x^{2016} dx = 0$$

을 만족할 때, $f(x)=0$ 가 성립하는 x 가 구간 $[a, b]$ 에 적어도 하나 있음을 보이시오. [10점]