

2016학년도 수시모집 논술전형

논술고사 문제지 (자연계열 II)

모집단위	학부/학과	수험번호	성명
------	-------	------	----

◆ 유의사항 ◆

1. 시험시간은 120분임.
2. 답안은 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안지 분량은 문항별 답안 길이에 맞추어져 있으므로 반드시 해당 문항 답안지에만 답안을 작성할 것.

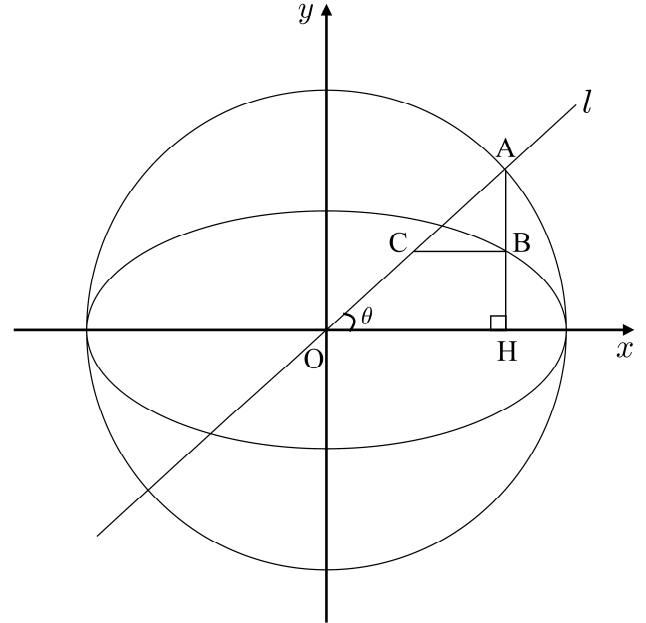
감독확인



이화여자대학교

1 그림과 같이 $a > b > 0$ 일 때 좌표평면에 원 $x^2 + y^2 = a^2$ 과 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 원점 O 를 지나는 직선 l 이 원 $x^2 + y^2 = a^2$ 과 제1사분면에서 만나는 점을 A 라 하고, 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 선분 AH 가 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 만나는 점을 B 라 하고, 점 B 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 직선 l 과 만나는 점을 C 라 하자. $\angle AOH = \theta$ 라 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [30점]

- (1) 점 A, B, C 의 좌표를 a, b, θ 의 식으로 나타내시오.
- (2) 삼각형 ABC 의 넓이 $S(\theta)$ 를 구하고, $S(\theta)$ 의 최댓값을 구하시오.
- (3) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\theta} = \frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하시오.



2 모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x) = |x-1|$ 라 할 때, 다음 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 합성함수 $(f \circ f)(2x^2)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점들의 좌표를 모두 구하시오.
- (2) n 이 자연수일 때 닫힌 구간 $[0,1]$ 에서 정의된 함수 $g(x) = nx^2$ 의 함숫값이 정수가 되는 x 를 모두 구하시오.
- (3) n 이 자연수일 때 합성함수 $\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{2n}(2nx^2)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점들에 대하여 각 점과 원점 사이의 거리의 합을 S_{2n} 이라 할 때, 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{2n}}{2n}$ 을 구하시오.

3 중간값의 정리, 최대·최소의 정리, 평균값의 정리, 미적분의 기본 정리는 다음과 같다. [40점]

중간값의 정리: 함수 $f(x)$ 가 닫힌 구간 $[a,b]$ 에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$ 일 때, k 가 $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이의 값이면 $f(c) = k$ 를 만족하는 실수 c 가 열린 구간 (a,b) 에 적어도 하나 존재한다.

최대·최소의 정리: 닫힌 구간 $[a,b]$ 에서 정의된 연속함수는 최댓값과 최솟값을 가진다.

평균값의 정리: 함수 $f(x)$ 가 닫힌 구간 $[a,b]$ 에서 연속이고 열린 구간 (a,b) 에서 미분가능하면 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$ 를 만족하는 c 가 열린 구간 (a,b) 에 적어도 하나 존재한다.

미적분의 기본 정리: 닫힌 구간 $[a,b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt \quad (\text{단, } a \leq x \leq b)$$

로 정의하면 함수 $F(x)$ 는 미분가능하고 $F'(x) = f(x)$ 이다.

$a < b$ 에 대하여 위 정리를 이용하여 다음 물음에 답하시오.

- (1) 미적분의 기본 정리와 평균값의 정리를 이용하여 구간 $[a,b]$ 에 대하여

$$\int_a^b e^x \sin x dx = (b-a)e^c \sin c$$

를 만족하는 실수 c 가 구간 (a,b) 에 존재함을 보이시오.

- (2) 최대·최소의 정리와 중간값의 정리를 이용하여 구간 $[a,b]$ 에 대하여

$$\int_a^b e^x \sin x dx = \sin c \int_a^b e^x dx$$

를 만족하는 실수 c 가 구간 (a,b) 에 존재함을 보이시오.

- (3) 위의 문제 (2)에 의하여

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^x \sin x dx = \sin c \int_{-\pi}^{\pi} e^x dx$$

를 만족하는 실수 c 가 구간 $(-\pi, \pi)$ 에 존재한다. 모든 실수 c 의 합을 구하시오.