

2016학년도 수시 논술 모의고사

논술고사 문제지 (자연계열 II)

소속고교	고등학교	수험번호	성명
------	------	------	----

◆ 유의 사항 ◆

1. 시험 시간은 120분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안지 분량은 문항별 답안 길이에 맞추어져 있으므로, 반드시 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인



이화여자대학교

1 두 수열 $\{x_n\}$ 과 $\{y_n\}$ 이 다음의 부등식과 점화식으로 정의되어 있다.

$$0 < x_1 < y_1, \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n y_n}, \quad y_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- (1) 모든 자연수 n 에 대하여 $x_n < x_{n+1}$ 과 $y_{n+1} < y_n$ 이 성립함을 보이시오. [10점]
- (2) 모든 자연수 n 에 대하여 $0 < y_{n+1} - x_{n+1} < \frac{1}{2^n}(y_1 - x_1)$ 이 성립함을 보이시오. [10점]
- (3) 두 수열 중 하나가 수렴하면 다른 하나도 수렴하는 것을 보이고, 이 경우에 두 수열의 극한값이 같음을 보이시오. [10점]

2 좌표평면 위의 점 (x, y) 가 부등식 $\frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1$ 을 만족할 때 다음 물음에 답하시오.

- (1) 주어진 부등식을 만족하는 모든 점 (x, y) 가 $x + y = 3$ 을 만족하지 않음을 보이시오. [7점]
- (2) 점 $(4, -1)$ 을 지나는 기울기 m 인 직선의 모든 점이 주어진 부등식을 만족하지 않도록 하는 실수 m 의 범위를 정하시오. [10점]
- (3) 주어진 부등식을 만족하는 점 (x, y) 에 대하여 $\frac{x-y-5}{x+y-3}$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오. [13점]

3 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. 수열 $\{x_n\}$ 에 대하여 $0 < x_1 < 1$ 이고 x_{n+1} 은 점 $(x_n, f(x_n))$ 에서 그은 $f(x)$ 의 접선의 x -축 절편으로 주어진다. 함수 $f(x)$ 가 (1), (2), (3)과 같이 주어진 경우, 다음 [명제]를 근거로 수열 $\{x_n\}$ 이 수렴하는지 판단하고 수렴하는 경우 그 극한값을 구하시오.

[명제] 어떤 실수 M 에 대하여 수열 $\{x_n\}$ 이 아래 조건 (a), (b) 중 하나를 만족하면 수열 $\{x_n\}$ 은 수렴한다.

(a) 모든 자연수 n 에 대하여 $x_n \leq x_{n+1} \leq M$ 이다.

(b) 모든 자연수 n 에 대하여 $x_n \geq x_{n+1} \geq M$ 이다.

(1) $f(x) = \ln x (= \log_e x)$ [15점]

(2) $f(x) = e^x$ [10점]

(3) $f(x) = \tan x$ [15점]