

## 2016학년도 수시 논술 모의고사

# 논술고사 문제지 (자연계열 I)

소속고교	고등학교	수험번호	성명
------	------	------	----

### ◆ 유의 사항 ◆

1. 시험 시간은 100분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안지 분량은 문항별 답안 길이에 맞추어져 있으므로, 반드시 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인



이화여자대학교

1 두 수열  $\{x_n\}$ 과  $\{y_n\}$ 이 다음의 부등식과 점화식으로 정의되어 있다.

$$0 < x_1 < y_1, \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n y_n}, \quad y_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- (1) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $x_n < x_{n+1}$  과  $y_{n+1} < y_n$  이 성립함을 보이시오. [10점]
- (2) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $0 < y_{n+1} - x_{n+1} < \frac{1}{2^n}(y_1 - x_1)$  이 성립함을 보이시오. [10점]
- (3) 두 수열 중 하나가 수렴하면 다른 하나도 수렴하는 것을 보이고, 이 경우에 두 수열의 극한값이 같음을 보이시오. [15점]

2 좌표평면 위의 점  $(x, y)$ 가 부등식  $\frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1$ 을 만족할 때 다음 물음에 답하시오.

- (1) 주어진 부등식을 만족하는 모든 점  $(x, y)$ 가  $x + y = 3$ 을 만족하지 않음을 보이시오. [7점]
- (2) 주어진 부등식을 만족하는 점  $(x, y)$  중  $(x - y - 5) + m(x + y - 3) = 0$ 을 만족하는 점이 존재하도록 실수  $m$ 의 범위를 정하시오. [13점]
- (3) 주어진 부등식을 만족하는 점  $(x, y)$ 에 대하여  $\frac{x - y - 5}{x + y - 3}$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오. [10점]

3 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 있다. 수열  $\{x_n\}$ 에 대하여  $0 < x_1 < 1$  이고  $x_{n+1}$ 은 점  $(x_n, f(x_n))$ 에서 그은  $f(x)$ 의 접선의  $x$ -축 절편으로 주어진다. 함수  $f(x)$ 가 (1), (2)와 같이 주어진 경우, 다음 [명제]를 근거로 수열  $\{x_n\}$ 이 수렴하는지 판단하고 수렴하는 경우 그 극한값을 구하시오.

[명제] 어떤 실수  $M$ 에 대하여 수열  $\{x_n\}$ 이 아래 조건 (a), (b) 중 하나를 만족하면 수열  $\{x_n\}$ 은 수렴한다.

(a) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $x_n \leq x_{n+1} \leq M$  이다.

(b) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $x_n \geq x_{n+1} \geq M$  이다.

(1)  $f(x) = \ln x (= \log_e x)$  [20점]

(2)  $f(x) = e^x$  [15점]