# 2015학년도 수시 논술고사 예시 문제

# 논술고사 문제지 (자연계열II)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 모집단위 | 학부/학과 | 수험번호 | | 성　명 | |

★ 유 의 사 항 ★

1. 시험시간은 120분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.

| 감독확인 |
|---|
| |

이 화 여 자 대 학 교

**1** 다음 주어진 각각의 도형 $S$에 대해 도형 $S$ 밖의 점 P에서 그은 두 접선이 서로 수직할 때, 점 P의 자취를 나타내는 방정식을 구하시오.

(1) $S$: $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ [8점]

(2) $S$: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a, b > 0)$ [10점]

(3) $S$: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a, b > 0)$ [12점]

**2** 2015년 1월 1일 현재 김이화 과장의 나이는 30세이다. 이화은행에서는 김이화 과장에게 퇴직금으로 65세부터 매해 1회 연말에 1000만원씩 지급하려고 한다. 이때 연이율은 5%의 복리로 고정되어 있다고 가정한다.

(1) 김이화 과장이 100세까지 퇴직금으로 매해 1000만원씩을 총 36번을 수령했다고 할 때, 이 퇴직금 수령액 합계의 2015년 1월 1일 현재 가치를 구하시오. [7점]

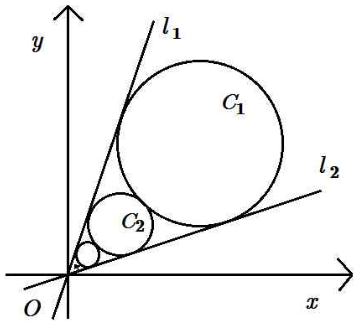
(2) 김이화 과장은 2015년부터 64세가 되는 2049년까지 이화은행에 매해 연말에 300만원씩 총 35번을 적립한다고 한다. 이 적금(적립금 총액)으로 (1)번에 제시된 김이화 과장의 퇴직금을 충당하기에 충분한지 논하시오. [8점]

(3) 김이화 과장이 매해 연말까지 생존할 확률이 $\dfrac{95}{100}$라고 하자. (예를 들어 현재 2015년 1월 1일 나이가 30세인 김이화 과장이 2015년 12월 31일까지 살아있을 확률은 $\dfrac{95}{100}$, 그리고 2016년 12월 31일까지 살아있을 확률은 $\left(\dfrac{95}{100}\right)^2$이다.) 김이화 과장은 30세부터 매해 연말 생존하였을 경우 일정한 금액 $K$를 매해 1회 연말에 이화은행에 납입하며, 납입금은 김이화 과장이 64세가 되는 2049년 연말까지만 최대 35번까지 납입될 수 있다. 그리고 퇴직금으로 김이화 과장이 65세가 되는 해부터 최대 100세가 되는 해까지 김이화 과장이 생존하였을 경우 매해 연말 1회 1000만원씩이 지급되고, 최대 총 36번까지 지급 될 수 있다. 김이화 과장의 생존여부에 따른 적립예상금액의 현재 가치를 **적립금 현재가치**라고 하고, 수령예상 퇴직금의 현재가치를 **퇴직금 현재가치**라고 하자. 이화은행은 김이화 과장의 **퇴직금 현재가치**의 기댓값과 김이화 과장의 **적립금 현재가치**의 기댓값이 같도록 납입금액 $K$를 책정하려고 한다. 이때 적절한 $K$를 구하시오. [15점]

(힌트: 위 문제에서 필요한 경우 다음의 계산을 사용할 수 있다.)

| | | | |
|---|---|---|---|
| $1.05^{-1} \approx 0.95$ | $1.05^{-35} \approx 0.18$ | $1.05^{-36} \approx 0.17$ | $\dfrac{1}{1-1.05^{-1}} = 21$ |
| $\dfrac{95}{105} \approx 0.90$ | $\left(\dfrac{95}{105}\right)^{35} \approx 0.030$ | $\left(\dfrac{95}{105}\right)^{36} \approx 0.027$ | $\dfrac{1}{1-\dfrac{95}{105}} = 10.5$ |

**3** 아래 그림과 같이 두 직선 $l_1 : y = \dfrac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}x$ 와 $l_2 : y = \dfrac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}x$ 에 동시에 접하는 원 $C_1$이 있다. 두 직선 $l_1, l_2$와 원 $C_1$에 접하는 더 작은 원을 $C_2$라고 하고, 같은 방법으로 $n$번째 원 $C_n$과 두 직선 $l_1, l_2$에 접하는 $C_n$보다 작은 원을 $C_{n+1}$이라고 할 때 다음 물음에 답하시오. (단, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}$)




(1) 원 $C_n$의 반지름을 $r_n$이라 할 때, 원의 중심의 좌표 $(x_n, y_n)$을 반지름 $r_n$으로 나타내시오. [10점]

(2) 서로 이웃하는 두 원 $C_n$, $C_{n+1}$에 대하여 반지름의 비율 $\dfrac{r_{n+1}}{r_n}$을 상수 $\theta$의 관계식으로 나타내시오. [10점]

(3) 원 $C_1$의 반지름의 길이가 2015라고 할 때 원 $C_n$들의 둘레의 길이의 합을 구하시오. [7점]

(4) 원 $C_1$의 반지름의 길이가 1일 때, 다음의 값을 구하시오. [13점]

$$\lim_{\theta \to +0} \theta \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sqrt{r_n r_{n+1}}}{\sqrt{r_n} + \sqrt{r_{n+1}}} \right)$$