

2015학년도 수시 논술고사 예시 문제

논술고사 문제지 (자연계열I)

모집단위	학부/학과	수험번호	성명
------	-------	------	----

★ 유의 사항 ★

1. 시험시간은 100분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.

감독확인



이화여자대학교

1 다음 주어진 각각의 도형 S 에 대해 도형 S 밖의 점 P 에서 그은 두 접선이 서로 수직할 때, 점 P 의 자취를 나타내는 방정식을 구하시오.

(1) $S: y = ax^2 \ (a \neq 0)$ [8점]

(2) $S: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a, b > 0)$ [12점]

(3) $S: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a, b > 0)$ [15점]

(힌트: 쌍곡선의 점근선과 기울기가 같은 접선은 존재하지 않는다.)

2 2015년 1월 1일 현재 김이화 과장의 나이는 30세이다. 이화은행에서는 김이화 과장에게 퇴직금으로 65세부터 매해 1회 연말에 1000만원씩 지급하려고 한다. 이때 연이율은 5%의 복리로 고정되어 있다고 가정한다.

(1) 김이화 과장이 100세까지 퇴직금으로 매해 1000만원씩을 총 36번을 수령했다고 할 때, 이 퇴직금 수령액 합계의 2015년 1월 1일 현재 가치를 구하시오. [10점]

(2) 김이화 과장은 2015년부터 64세가 되는 2049년까지 이화은행에 매해 연말에 300만원씩 총 35번을 적립한다고 한다. 이 적금(적립금 총액)으로 (1)번에 제시된 김이화 과장의 퇴직금을 충당하기에 충분한지 논하시오. [10점]

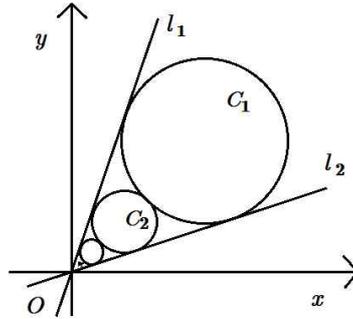
(3) 김이화 과장이 매해 연말까지 생존할 확률이 $\frac{95}{100}$ 라고 하자. (예를 들어 현재 2015년 1월 1일 나이가 30세인 김이화 과장이 2015년 12월 31일까지 살아있을 확률은 $\frac{95}{100}$, 그리고 2016년 12월 31일까지 살아있을 확률은 $\left(\frac{95}{100}\right)^2$ 이다.) 김이화 과장은 30세부터 매해 연말 생존하였을 경우 일정한 금액 K 를 매해 1회 연말에 이화은행에 납입하며, 납입금은 김이화 과장이 64세가 되는 2049년 연말까지만 최대 35번까지 납입될 수 있다. 그리고 퇴직금으로 김이화 과장이 65세가 되는 해부터 최대 100세가 되는 해까지 김이화 과장이 생존하였을 경우 매해 연말 1회 1000만원씩이 지급되고, 최대 총 36번까지 지급될 수 있다. 김이화 과장의 생존여부에 따른 적립예상금액의 현재 가치를 **적립금 현재가치**라고 하고, 수령예상 퇴직금의 현재가치를 **퇴직금 현재가치**라고 하자. 이화은행은 김이화 과장의 **퇴직금 현재가치**의 기댓값과 김이화 과장의 **적립금 현재가치**의 기댓값이 같도록 납입금액 K 를 책정하려고 한다. 이때 적절한 K 를 구하시오. [10점]

(힌트: 위 문제에서 필요한 경우 다음의 계산을 사용할 수 있다.)

$1.05^{-1} \approx 0.95$	$1.05^{-35} \approx 0.18$	$1.05^{-36} \approx 0.17$	$\frac{1}{1-1.05^{-1}} = 21$
$\frac{95}{105} \approx 0.90$	$\left(\frac{95}{105}\right)^{35} \approx 0.030$	$\left(\frac{95}{105}\right)^{36} \approx 0.027$	$\frac{1}{1-\frac{95}{105}} = 10.5$

3

아래 그림과 같이 두 직선 $l_1 : y = \frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta} x$ 와 $l_2 : y = \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} x$ 에 동시에 접하는 원 C_1 이 있다. 두 직선 l_1, l_2 와 원 C_1 에 접하는 더 작은 원을 C_2 라고 하고, 같은 방법으로 n 번째 원 C_n 과 두 직선 l_1, l_2 에 접하는 C_n 보다 작은 원을 C_{n+1} 이라고 할 때 다음 물음에 답하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)



- (1) 원 C_n 의 반지름을 r_n 이라 할 때, 원의 중심의 좌표 (x_n, y_n) 을 반지름 r_n 으로 나타내시오. [14점]
- (2) 서로 이웃하는 두 원 C_n, C_{n+1} 에 대하여 반지름의 비율 $\frac{r_{n+1}}{r_n}$ 을 상수 θ 의 관계식으로 나타내시오. [14점]
- (3) 원 C_1 의 반지름의 길이가 2015라고 할 때 원 C_n 들의 둘레의 길이의 합을 구하시오. [7점]