2014학년도 수시모집 일반전형

논술고사 문제지 (자연계열)

모집단위	학부/학과	수험번호		성 명	

◆ 유 의 사 항 ◆

1. 시험시간은 100분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.

감독확인

이 화 여 자 대 학 교

1 다음은 해발고도 h가 높아질수록 대기압 P가 낮아지고, 이에 따라 물의 끓는점 T가 낮아지는 현상을 수학적으로 기술한 것이다. 이에 관하여 다음 물음에 답하시오. [30점] (단, 문제에서 주어진 수치는 계산의 편의를 위하여 실제 측정값을 다소 조정한 것이다.)

(1) 해발고도 h의 변화에 따른 대기압 $P(h)$의 변화비율 $\dfrac{1}{P(h)}\dfrac{dP}{dh}$를 $f(h)$라 할 때, 대기압 $P(h)$를 대기압의 변화비율 $f(h)$와 해수면($h=0$)에서의 대기압 $P_0 = P(0)$을 이용하여 구하시오.

(2) 대류권에서 대기압의 변화비율 $f(h)$는 h에 무관하게 거의 일정한 값을 가지는데, 이 값을 상수 k로 가정하자. 해발고도 $5{,}680\,(m)$에서의 대기압이 $\dfrac{1}{2}P_0$라 할 때, 상수 값 k와 해발고도가 약 $8{,}520(m)$인 히말라야 로체봉에서의 대기압 P_L을 구하시오.

(3) 압력이 낮아지면 액체의 끓는점도 함께 낮아진다. 물의 경우 $P_0 = 1$(기압)일 때 절대온도 $T_0 = 373(K)$에서 끓는다. 하지만 압력$\left(\dfrac{1}{30} < P < 3\right)$이 변화하면 물의 끓는점 $T(P)$는 근사적으로 $T(P) = \dfrac{T_0}{1 - a\log P}$의 관계를 만족하고, $P = \dfrac{1}{2}$(기압)일 때 $T\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{373}{1.05}(K)$에서 끓는다. 어떤 산에 올라가서 물을 가열하였더니 $T_H = \dfrac{373}{1.0125}(K)$에서 끓었다고 할 때, 이 지점의 해발고도 H를 구하시오. (단, log는 상용로그이다.)

2 주어진 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a, b>0)$에 대하여 다음 물음에 답하시오. [40점]

(1) 임의의 실수 m을 기울기로 하는 타원의 두 접선 사이의 거리를 m에 대한 함수 $l(m)$으로 구하시오.

(2) 타원 밖의 점 P에서 그은 타원의 두 접선이 서로 수직할 때, 이러한 점 P의 자취를 나타내는 방정식을 구하시오.

(3) 타원에 외접하는 직사각형의 면적의 최댓값 S를 구하시오.

3 모든 실수에서 정의된 함수 $f(x)$는 다음 두 조건을 만족한다.

1. 정의역에서 함수 $f(x)$는 연속이고 미분가능하다.
2. 정의역에서 함수 $f(x)$는 증가한다.

위의 두 조건을 만족하는 함수 $f(x)$에 대하여, 함수 $g(x)$는 모든 실수에서 $g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$와 같이 정의된다고 할 때 $g(x)$에 대한 다음 물음에 답하시오. [30점]

(1) 임의의 실수 x에 대하여 $g''(x) \geq 0$임을 보이시오.

(2) 임의의 양의 실수 a에 대하여, 폐구간 $[0, a]$에서 $g(x) \leq \dfrac{g(a)}{a} \cdot x$임을 보이시오.

(3) 임의의 양의 실수 a에 대하여, 함수 $g(x)$가 다음 부등식을 만족함을 보이시오.

$$\int_0^a g(x)\,dx \leq \frac{a}{2}\int_0^a f(x)\,dx$$

(4) 임의의 양의 실수 c와 $d(\geq c)$에 대하여, $f(c) \geq 0$이면 함수 $g(x)$가 다음 부등식을 만족함을 보이시오.

$$(d-c)\int_0^c f(x)\,dx \leq \int_c^d g(x)\,dx \leq \frac{d-c}{2}\left(\int_0^c f(x)\,dx + \int_0^d f(x)\,dx\right)$$