

논술고사 문제지 (자연계열)

모집단위	학부/학과	수험번호	성명
------	-------	------	----

◆ 유의 사항 ◆

1. 시험시간은 100분임
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것

감독확인



이화여자대학교

1 우리나라에서 가장 인기 있는 로또는 1부터 45까지 숫자 중에서 서로 다른 6개를 맞추는 게임이다. 로또를 구매할 때, 자신이 직접 6개를 선택할 수도 있고 판매기계가 임의로 6개를 대신 선택하여 주기도 한다. 매주 토요일 밤에 시행되는 로또 추첨에서는 1부터 45까지의 서로 다른 숫자 6개를 당첨번호로 임의추출하는데, 1등에 당첨되기 위해서는 선택한 숫자들이 당첨번호와 모두 일치해야 한다.

요즘 많은 로또 관련 사이트나 서적들은 로또 당첨확률을 높이는 기법들을 소개하고 있다. 예를 들어, 모두 홀수나 모두 짝수를 선택하는 것보다 홀짝을 적당히 섞는 것이 좋다, 또는 선택한 6개의 숫자의 총합이 100에서 180 정도가 되면 뽑힐 확률이 높다, 또는 토요일에 로또를 구입하면 다른 요일보다 1등할 확률이 높다 등등 여러 가지 요령을 소개하고 있다. 로또추첨에서 6개의 숫자를 고르는 것이 완전히 임의추출이고 매회 추첨이 서로 독립이라고 가정할 때 당첨확률에 관한 다음 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 1등 당첨번호가 모두 홀수 번호에서 나올 확률과 3개의 홀수 번호와 3개의 짝수 번호에서 나올 확률 중 어느 쪽이 더 높을 지를 설명하시오.
- (2) 1등 당첨번호 6개의 총합이 23인 경우의 확률과 255인 경우의 확률 중 어느 쪽이 더 높을 지를 설명하시오.
- (3) 로또를 2장 구입한 경우, 첫 번째 로또 숫자의 합은 23이었고 두 번째 로또 숫자의 합은 255이었다. 이 2장의 로또 중 어느 것이 당첨될 확률이 높을 지를 설명하시오.
- (4) 이제까지의 당첨자들을 분석했더니 실제로 1등 당첨자 중에 토요일에 구입한 사람들이 가장 많았다. 그 이유가 정말로 토요일에 로또를 1장 구입하는 것이 다른 요일에 1장 구입하는 것에 비해 당첨확률이 높기 때문인지, 그렇지 않다면 왜 이런 현상이 나타나는지를 설명하시오. (단, 논의를 단순화하기 위하여 모든 로또 구입자들의 번호선택은 임의(무작위)였다고 가정하자.)
- (5) 이제까지 1등 당첨번호를 분석한 결과, 22와 38이 다른 숫자에 비해서 1등 당첨번호에 속하는 경우가 상당히 적었다. 김이화는 “모든 숫자가 뽑힐 확률이 똑같아야 하므로, 이번에 구입할 로또는 6개의 숫자 중에 22와 38을 꼭 포함하는 것이 1등에 당첨될 확률이 더 높아질 거야.”라고 생각했다. 김이화의 이런 전략은 정말로 1등에 당첨될 확률을 높일 수 있을지 설명하시오.

2 정의역과 공역이 모두 양의 실수인 함수 $f(x)$ 가

$$\frac{p}{r} = \frac{s}{q} \text{를 충족하는 모든 양수 } p, q, r, s \text{에 대하여, } \frac{(f(p))^2 + (f(q))^2}{f(r^2) + f(s^2)} = \frac{2(p^2 + q^2)}{r^2 + s^2}$$

를 만족한다. 이러한 조건을 만족하는 함수 $f(x)$ 와 함숫값 $f(1)$, $f(2)$ 를 모두 구하시오. [30점]

3 우리나라 가구별 가정용 전기요금은 많이 사용할수록 단가가 증가하는 누진제를 채택하고 있다. 이에 관하여 다음 물음에 답하시오. [40점]

(1) 다음 표는 현재 가구별 월간 사용량에 따른 구간별 단가를 나타낸 것이다. 예를 들어 월 150(kWh)를 사용한 가구는, 1~100(kWh)까지는 60(원/kWh)의 단가를 적용받고 101~150까지 50(kWh)에 대하여는 120(원/kWh)의 단가를 적용받아 월 12,000(원)을 납부한다.

월간 사용량 구간 (kWh)	1~100	101~200	201~300	301~400	401~500	501~
구간별 단가 (원/kWh)	60	120	180	270	400	680

가구별 월간 사용량이 1.5배 증가할 때, 6단계 누진제의 사용량 구간과 구간별 단가가 고정되어 있으면 요금을 1.5배 이상 부담하게 된다. 6단계 누진체계를 유지하면서, 매월 현재보다 1.5배의 전력을 사용한 가구가 각각 1.5배의 요금을 납부하도록 하려면, 6개의 월간 사용량 구간과 각 구간별 단가를 얼마로 조정하여야 하는지 제시하시오. (단, 계산의 편의를 위하여 현재는 1(kWh)단위로, 사용량이 1.5배 증가한 시점에는 0.5(kWh)단위로 요금을 부과한다고 하자.)

(2) 500(kWh)를 초과하는 일부 예외적 가구를 제외하면, 전체 가구 중 월 사용량이 x (kWh)인 가구의 비율 $f(x)$ 는 근사적으로 $x(500-x)$ 에 비례한다. (단, $0 \leq x \leq 500$.) 이 근사식에 의해 전체 가구 중 월 사용량에 따라 차지하는 비율을 100(kWh) 단위로 구하고, 아래 2011년도 실제 자료와 비교하여 구간별 비율의 대소를 비교하시오.

월간 사용량 구간 (kWh)	0이상 100이하	100초과 200이하	200초과 300이하	300초과 400이하	400초과
월간 사용량 가구별 분포 (%)	15.2	22.0	29.6	24.7	8.5

(3) 현행 요금체계에서 사용량 x (kWh)에 대한 단가는 근사적으로 $g(x) = \frac{4}{5}x$ 이고, 300(kWh)에 대한 단가는 100(kWh)에 대한 단가의 3배이다. 이때, 월 x (kWh)를 사용한 가구의 전기요금은 $G(x) = \frac{2}{5}x^2$ 이고, 전체 가구가 납부하는 전기요금 I 를 (2)에서 구한 가구별 사용량 분포함수 $f(x)$ 를 이용하면 $I = \int_0^{500} G(x)f(x)dx$ 와 같이 구할 수 있다고 가정하자. 사용량 x (kWh)에 대한 단가를 $h(x) = a + bx$ 로 조정하여, 300(kWh)에 대한 단가가 100(kWh)에 대한 단가의 2배가 되도록 하면서 전체 가구가 납부한 전기요금을 동일하게 유지할 수 있게 하는 a, b 를 구하고, 이와 같이 조정된 요금체계에서 납부요금이 줄어드는 혜택을 받는 가구의 사용량 구간을 제시하시오.