

2012학년도 수시 논술 모의고사

논술고사 문제지 (자연계열)

소속 학교	고등학교	수험 번호	성 명
-------	------	-------	-----

◆ 유의 사항 ◆

1. 시험 시간은 120분임
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것

감독확인



이화여자대학교

[1-3] 다음 물음에 답하시오.

1 어떤 공장에서 생산된 생산품 A의 불량품의 개수를 매년 조사한 결과, 그 해 발생한 불량품의 개수는 이 전 두 해에 각각 발생한 개수들의 평균과 일치함을 알 수 있었다. 조사를 실시한 첫 번째 해에 발생한 불량품의 개수가 1000이고 두 번째 해에 발생한 불량품의 개수가 1500이라고 할 때, n 번째 해에 발생한 불량품의 개수를 결정하시오. (단, n 은 2보다 큰 자연수이다.) [15점]

2 집합 S 는 $\frac{1}{a_n}$ 로 구성된 무한 집합으로서 a_n 은 0을 자리숫자로 가지지 않는 자연수이다. 예를 들면, $\frac{1}{271}$ 은 S 의 원소이나 $\frac{1}{305}$ 은 S 의 원소가 아니다. 아래 물음에 답하시오. [20점]

(1) 임의의 자연수 n 에 대하여 10^n 에서 10^{n+1} 사이에 있는 자연수 중에서 0을 자리숫자로 가지지 않는 자연수들의 개수를 구하시오.

(2) S 의 모든 원소의 합 $\sum_{\frac{1}{a_n} \in S} \frac{1}{a_n}$ 의 수렴성에 대하여 논하시오.

3

[가] (평균치 정리) 두 실수 a, b 가 $a < b$ 를 만족할 때, 함수 f 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a, b) 에서 미분가능하면, $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ 를 만족하는 적당한 점 c 가 (a, b) 안에 존재한다.

[나] 함수 f 가 실수 전체에서 연속인 일대일 함수이면 다음 성질을 만족한다.

- ① 함수 f 의 치역을 정의역으로 갖는 역함수 f^{-1} 가 존재하고, f^{-1} 도 역시 연속함수이다.
- ② 임의의 점 α 에 대하여 $f(\alpha) = \beta$ 라고 하자. β 에 대하여 h 가 충분히 작은 실수이면, $\beta + h = f(\gamma)$ 를 만족하는 점 γ 를 유일하게 찾을 수 있다.

함수 f 가 임의의 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 을 만족할 때, 위 제시문을 이용하여 다음 물음에 답하시오. [25점]

(1) 함수 f 가 일대일 함수임을 보이시오.

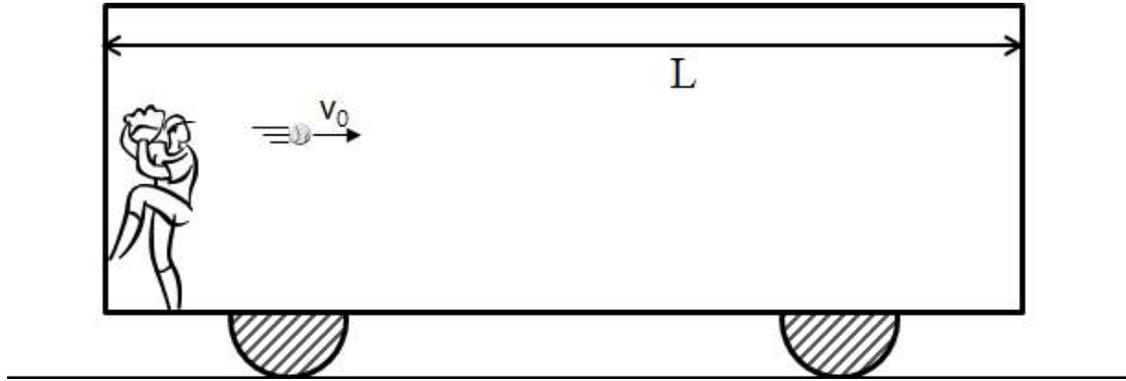
(2) α, β, h, γ 가 제시문 [나] ②에서 주어진 것과 같을 때, h 가 0으로 수렴하면 γ 가 α 로 수렴함을 설명하시오.

(3) α, β 가 제시문 [나] ②에서 주어진 것과 같을 때, 함수 f 의 역함수 f^{-1} 가 β 에서 미분가능함을 보이고, 다음의 등식을 유도하시오.

$$(f^{-1})'(\beta) = \frac{1}{f'(\alpha)}$$

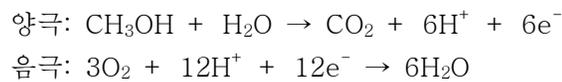
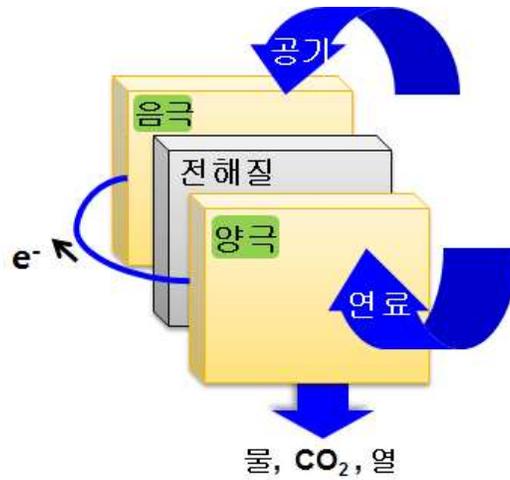
[4-6] 다음 4-6번 물음에 대해 한 문제만 선택하여 답하시오.

4 아래 그림과 같이 수평면 위에 정지해 있는 객차의 뒤쪽 벽에 한 사람이 서있다. 이 사람과 객차의 질량의 합을 M 이라 하자. 이 사람이 질량 m 인 공을 객차의 앞쪽을 향하여 v_0 의 속력으로 똑바로 던졌다. 이 공은 객차 앞쪽 벽과 완전탄성충돌을 하고, 뒤쪽 벽을 향해 객차의 길이(L)만큼 똑바로 날아온 후 벽과 완전비탄성충돌을 하여 멈췄다. (객차는 수평면 위를 앞뒤로 자유롭게 움직일 수 있고 중력의 영향과 공기의 저항, 바퀴 축과 바퀴 사이의 마찰은 무시한다.) [40점]



- (1) 공을 던진 후 첫 번째 충돌 직전의 객차와 사람(이 둘은 항상 같이 움직인다고 가정한다)의 속도를 \vec{V} 라 할 때, 속도의 크기 V 와 방향을 구하시오.
- (2) 첫 번째 충돌 직전까지 객차의 운동을 기술하고, 그 운동의 방향과 움직인 거리를 구하시오.
- (3) 첫 번째 충돌 후 두 번째 충돌 직전까지 객차의 운동을 기술하고, 그 운동의 방향과 움직인 거리를 구하시오.
- (4) 공과 앞쪽 벽 사이의 첫 번째 충돌이 완전탄성충돌이 아니라고 가정할 때, 두 번째 충돌 직전까지 객차의 운동을 기술하고, 그 운동의 방향과 움직인 거리를 구하시오.

5 최근 다양한 유형의 친환경 신재생 에너지 자원을 개발하려는 연구가 큰 관심을 끌고 있다. 그 가운데 연료 전지는 산화/환원 반응이 동시에 일어나는 임의의 화학반응에 대하여 산화 반응과 환원 반응을 각각 양극과 음극에서 발생하도록 설계하여 양극에서 발생한 전자가 외부 회로를 경유하게 함으로써 전기에너지를 발생시키는 장치이다. 이와 같은 연료 전지는 양극에 연료를 공급하고 음극에 공기를 주입하여 각 반응을 유도하고, 부산물로서 물과 이산화탄소가 배출되는 공정으로 구성되므로 친환경적 에너지 생산 장치로 각광받고 있다. 메탄올을 연료로 채택한 연료 전지의 모식도와 각 전극에서 일어나는 반응을 아래에 나타내었다. 이를 참고하여 다음 물음에 답하시오. [40점]



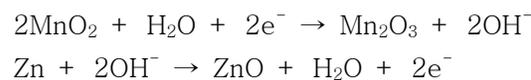
(1) 위의 전지에서 일어나는 화학 반응에 대한 전체 균형 화학반응식을 기술하고, 메탄올 연료 160g을 사용하는 경우 발생하는 전자의 mol 수를 구하시오. (단, C, H, O의 원자량은 각각 12 g/mol, 1 g/mol, 16 g/mol)

(2) 수소(H₂)를 연료로 이용하는 수소 연료 전지의 전체 균형 화학반응식은 다음과 같다.



이 반응식을 양극 반응과 음극 반응으로 각각 나누어 기술하시오.

(3) 일상생활에서 접하는 알칼리형 건전지의 양쪽 화학 반응은 다음과 같다.

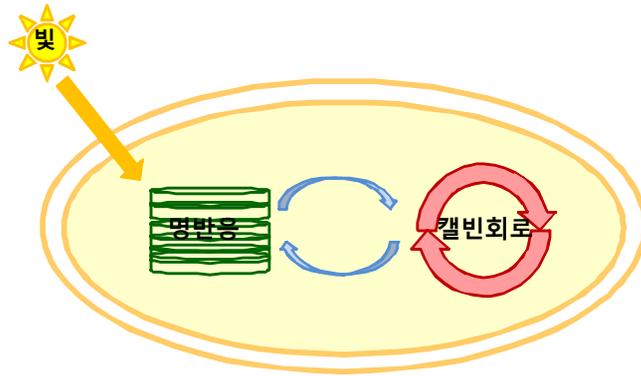


위 반응에 대하여 양극 반응과 음극 반응을 명시하고, 산화/환원된 화학종을 구체적으로 각각 기술하시오.

(4) 위에 제시한 사례들을 참고하여 다음 화학 반응식들에 대해 연료 전지로의 적용 가능성 여부를 논하시오.

- ① $\text{CH}_4 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CO} + 3\text{H}_2$
- ② $2\text{AgNO}_3 + \text{Cu} \rightarrow \text{Cu}(\text{NO}_3)_2 + 2\text{Ag}$
- ③ $\text{Zn} + 2\text{HCl} \rightarrow \text{ZnCl}_2 + \text{H}_2$
- ④ $2\text{H}^+ + 2\text{CrO}_4^{2-} \rightarrow \text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} + \text{H}_2\text{O}$

6 광합성은 녹색으로 보이는 잎의 엽육세포에 들어있는 엽록체에서 수행되며, 아래 그림에 나타난 바와 같이 명반응과 캘빈회로의 두 과정으로 나뉜다.



실험실에서 시금치(*Spinacia oleracea*)를 가지고 아래와 같은 실험을 진행하였다. 이 실험과 관련하여 다음 물음에 답하시오. [40점]

[실험A] 아크릴로 만든 투명한 밀폐 용기 안에 시금치를 넣고, 물과 이산화탄소를 각각의 유입호스로 일정하게 공급하였다. 빛의 세기와 온도는 광합성에 적합하도록 유지시켰다.

[실험B] A와 같은 조건에서 실험하였으나, 용기 안의 시금치는 실험 전에 막자사발로 분쇄하고 초음파 처리를 하였다. 이 과정에서 세포와 세포내 소기관의 막이 손상되었으나 시금치의 질량은 유지되었다.

- (1) [실험A]의 결과 시금치의 질량이 90g 증가하였다. 시금치 질량의 변화와 이 반응에 사용된 이산화탄소의 질량의 변화에 대해 반응식을 이용하여 구체적으로 기술하시오. 또한 이 반응에 사용된 이산화탄소의 질량을 구하시오. (C, H, O의 원자량은 각각 12g/mol, 1g/mol, 16g/mol 이다.)
- (2) [실험B]에서는 시금치의 질량 변화가 없었다. 그런데 [실험B]의 시금치에 특정 화학물질들을 첨가하였더니 시금치의 질량이 증가하였다. 그 화학물질들이 무엇인지 밝히고, [실험A]의 경우와 동일한 질량의 증가를 위해 첨가해야 할 화학물질들의 양을 구하시오.
- (3) [실험B]에서 광합성이 일어나지 않았던 이유를 그림과 반응식을 이용하여 구체적으로 기술하시오.