

2011학년도 연세대학교 논술시험(자연계열) 예시 문제

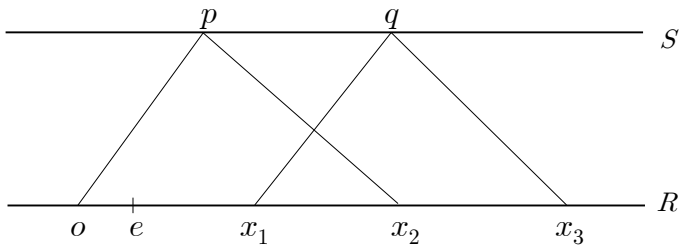
모집 단위		수험 번호		성 명	
----------	--	----------	--	--------	--

※ 계산과정이나 논리적 설명 없이 답만 쓴 경우는 0점 처리합니다. 시험시간은 120분이며, 연필 또는 흑색 필기구만 사용하십시오.

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 아래 질문에 답하십시오.

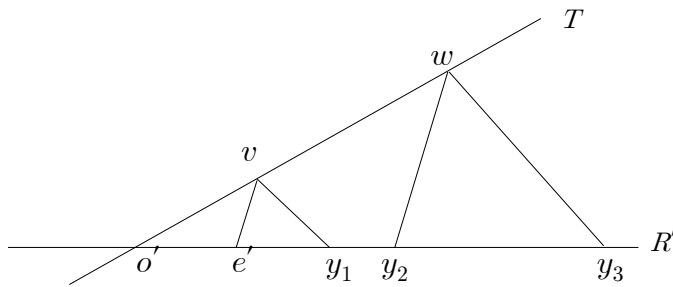
실수의 집합과 무한한 직선 위의 점들의 집합은 일대일 대응이라 배웠다. 실수 0에 대응되는 임의의 기준점 o 와 그 우측에 실수 1이 대응되는 다른 어떤 점 e 를 정하고 선분 \overline{oe} 의 길이를 단위거리로 하면 임의의 양의 실수 a 는 기준점 o 의 우측에 있고 거리가 a 인 점에 대응되고, 임의의 음의 실수 a 는 기준점 o 의 좌측에 있고 거리가 $-a$ 인 점에 대응한 무한한 한 직선을 실선이라고 부르자. 그러면 실수 간의 덧셈과 곱셈에 해당하는 연산을 실선 위의 점들 간에도 정의할 수 있을 것이다.

- (가) R 은 실수 0에 대응되는 기준점이 o 이고 실수 1이 대응되는 점이 e 인 실선이다.
 S 는 실선 R 과 같은 평면에 놓여 있고, R 과 일치하지 않으며 평행인 보조 직선이다.
 x_1 과 x_2 는 실선 R 위의 임의의 두 점이다.
 p 는 S 위의 임의의 한 점이다.
 q 는 선분 \overline{op} 과 평행이며 점 x_1 을 지나는 직선과 S 의 교점이다.
 x_3 는 선분 $\overline{px_2}$ 과 평행이며 q 를 지나는 직선과 실선 R 의 교점이다.



* 위 그림은 x_1 과 x_2 가 모두 기준점 o 우측에 있는 예제임

- (나) R' 은 실수 0에 대응되는 기준점이 o' 이고 실수 1이 대응되는 점이 e' 인 실선이다.
 T 는 실선 R' 과 같은 평면에 놓여 있고, R' 과 일치하지 않으며 점 o' 을 지나는 임의의 보조 직선이다.
 y_1 과 y_2 는 실선 R' 위의 임의의 두 점이다.
 v 는 o' 에 일치하지 않는 T 위의 임의의 한 점이다.
 w 는 선분 $\overline{ve'}$ 과 평행이고 점 y_2 를 지나는 직선과 T 의 교점이다.
 y_3 는 선분 $\overline{vy_1}$ 과 평행이고 점 w 를 지나는 직선과 실선 R' 의 교점이다.



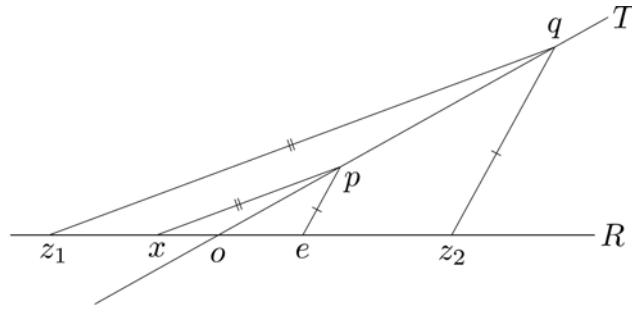
* 위 그림은 y_1 과 y_2 가 모두 기준점 o' 우측에 있는 예제임

[1-1]

- 가. 임의의 두 실수 a_1 과 a_2 가 각각 실선 R 상의 두 점인 x_1 과 x_2 에 대응된다면, 점 x_3 로 대응하는 실수 a_3 를 찾고 그 이유를 설명하십시오. 그리고 실수 a_3 에 대응하는 점 x_3 를 찾는 다른 방법을 그림으로 예를 들어 설명하십시오. (7점)
- 나. 임의의 두 실수 b_1 과 b_2 가 각각 실선 R' 상의 두 점인 y_1 과 y_2 에 대응된다면, 점 y_3 에 대응하는 실수 b_3 를 찾고 그 이유를 설명하십시오. 그리고 실수 b_3 에 대응하는 점 y_3 를 찾는 다른 방법을 그림으로 예를 들어 설명하십시오. (10점)

- [1-2] 함수 f 는 실수의 집합을 정의역과 공역으로 가지고 미분가능하며 증가하며 $f'(0) = 1$ 이다. 정의역과 공역을 각각 예제에 정의한 실선 R 과 R' 에 일대일 대응을 시키면, 이 함수는 실선 R 상의 점 o 를 실선 R' 상의 점 e' 으로 보내고, (가)에서 정의된 실선 R 상의 점 x_1, x_2, x_3 를 각각 (나)에서 정의된 실선 R' 상의 점 y_1, y_2, y_3 로 보낸다. 적분 $\int_{a_1}^{a_2} f(t)dt$ 값에 해당하는 점을 실선 R' 상에 작도하십시오. (20점)

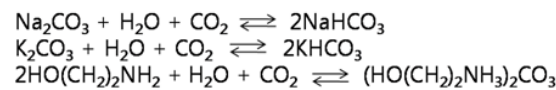
[1-3] 제1항 c_1 과 제2항 c_2 가 각각 0이 아닌 어떤 실수이며, 점화식 $c_n = c_{n-1} + c_{n-2}$ 를 만족하는 어떤 수열이 있다. 그리고 위 수열은 어떤 자연수 $k > 4$ 에서 처음으로 $c_k = 0$ 을 만족한다고 가정하자. 실수 c_1 과 c_2 를 각각 한 실선 위의 두 점 z_1 과 z_2 에 대응한 아래의 그림에서 점 p 를 지나고 선분 $\overline{qz_1}$ 과 평행한 직선과 실선의 교점 x 에 대응되는 실수가 정수가 아님을 설명하시오. (23점)



[문제 2] 다음 제시문 (가), (나), (다)를 읽고 아래 질문에 답하시오.

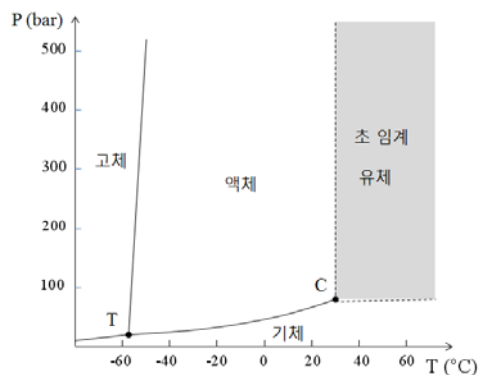
(가) 교토의정서를 통하여 선진 8개국(G8) 정상들은 2050년까지 지구온난화를 완화하기 위해 온실가스 배출량을 1990년 대비 50% 감축하기로 합의했다. 온실가스 배출량의 감축을 위해서는 발전시설이나 철강시설 등 거대 오염원으로부터 이산화탄소를 포집하는(분리해서 모으는) 기술, 포집된 이산화탄소를 압축된 형태로 수송하는 기술, 그리고 대기로부터 오랜 기간 동안 격리시킬 수 있는 저장기술의 개발이 필요하다.

(나) 이산화탄소는 화학적으로 활성이 낮은 무색의 기체로 물과 반응하여 탄산을 형성하며, 염기와 반응하여 탄산염을 형성한다.



위 반응들은 공통적으로 저온에서는 평형이 오른쪽으로 이동하며, 고온에서는 평형이 왼쪽으로 이동한다. 따라서 상온에서 수용액과 이산화탄소를 반응시켜 이산화탄소를 포함한 반응물을 형성한 후 이를 100°C 이상으로 가열하면 다시 이산화탄소가 발생된다. 우리 몸의 안에서도 이와 유사한 반응이 일어난다. 즉, 세포호흡의 결과로 만들어지는 이산화탄소의 70% 정도가 적혈구 속으로 들어가 물과 반응하여 탄산이 된다. 다음 수소 이온과 탄산수소 이온으로 해리되는데, 이 반응은 탄산무수화 효소에 의해 수행된다. 이 때 만들어진 탄산수소 이온은 혈장으로 나와 나트륨 이온과 결합하여 탄산수소나트륨이 되어 폐로 운반된다. 탄산무수화 효소는 아연 이온을 포함하는 단백질로 이산화탄소와 탄산이온의 상호교환을 통해 혈액과 기타 조직의 산-염기평형을 유지하게 된다.

(다) 액체와 기체의 두 가지 상태가 서로 구분될 수 있는 최대의 온도와 압력 한계를 임계점이라고 하며, 이 점에서의 온도와 압력을 각각 임계온도와 임계압력이라고 한다. 초임계 유체란 '임계온도와 임계압력 이상에서 존재하는 유체'를 말하며, 이 상태에서의 유체는 액체와 비슷한 높은 밀도와 용매화하는 성질, 그리고 기체와 비슷한 점도와 유동성을 갖는다. 이 때문에 초임계 유체는 매질의 입자들 사이로 빠르게 확산되며 또한 반응물로 고정되기 수월하다. 아래 그림에서는 이산화탄소의 초임계 유체 영역이 표시되어 있다.



[이산화탄소의 고체-액체-기체 상태곡선]

[T 는 삼중점 $T_t = -57^\circ\text{C}$, $P_t = 5\text{bar}$, C 는 임계점 $T_c = 30^\circ\text{C}$, $P_c = 74\text{bar}$ 이다.]

[2-1] 위 제시문에 근거하여 이산화탄소를 포집할 수 있는 화학적인 방법과 생물학적인 방법을 고안하고, 이들의 장단점을 비교하여 설명하시오. (20점)

[2-2] 포집된 이산화탄소를 지각의 심부에 주입하여 저장한다고 가정하자. 이산화탄소가 가장 안정된 상태로 오랜 기간 저장될 수 있기 위해서는 아래의 가정 하에서 지표층을 기준으로 최저 어느 깊이로 주입하면 적합할 지 온도와 압력에 근거하여 논하시오. 한편 오랜 시간 후 저장된 이산화탄소의 안정성에 영향을 미칠 수 있는 요소들에는 어떤 것이 있을지 평가해 보시오. (20점)

가정) 지각은 균질하며 평균밀도는 $3\text{g}/\text{cm}^3$ 이고, 지하 증온율(깊이에 따른 온도 상승률)은 $25^\circ\text{C}/\text{km}$ 이다. 지표에 위치한 대륙지각 표면의 온도는 0°C 이고, 대기압은 1bar 로 주어진다. 압력 Pa(Pascal)은 단위 면적당 작용하는 힘으로 정의된다.

참고로 $\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2$, $\text{N} = \text{Kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$, $1\text{bar} = 10^5\text{Pa}$, 중력가속도는 $10\text{m}/\text{s}^2$ 이다.