

2010학년도 연세대학교 논술(자연계열) 입학시험 문제지

모집 단위		수험 번호		성 명	
----------	--	----------	--	--------	--

※ 계산과정이나 논리적 설명 없이 답만 쓴 경우는 0점 처리 합니다.

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 아래 질문에 답하시오.

값은 좌표공간에서 시각 t 에 따라 연속적으로 움직이는 평면도형 F 를 관찰하고 있다. F 는 모든 시각에 평면도형을 유지하나, 그 넓이와 모양은 연속적으로 변하고 있다. 값은 을에게 관찰한 정보의 일부만을 알려주고, 을은 주어진 정보를 수학적으로 분석하여 좌표공간에서 F 의 변화와 움직임을 알아내려고 한다.

- 시각 t 에서 도형 F 의 xy 평면, yz 평면, zx 평면 위로의 정사영의 넓이를 각각 $A(t), B(t), C(t)$ 라 하고, 이들은 모든 시각 t 에서 연속함수라고 가정한다.

[1-1] 값은 을에게 $A(t), B(t), C(t)$ 를 각각 알려 주었다. 을은 이 정보만으로 도형 F 의 넓이 $S(t)$ 를 알아내었다. 을의 해결 방법을 설명하고, $S(t)$ 와 $A(t), B(t), C(t)$ 사이의 관계식을 구하시오. [10점]

[1-2] 값은 을에게 시각 $t(0 \leq t \leq 1)$ 에서 $B(t)$ 와 $A(t) = C(t) = 0$ 임을 알려주었다. 또한, 도형 F 위에 항상 존재하는 점 P 의 좌표 $P(f(t), g(t), 0)$ 도 알려 주었다. 그리고 $f(t)$ 와 $g(t)$ 는 구간 $0 \leq t \leq 1$ 에서 증가함수이고, 미분 가능하며, 또한 이들의 도함수가 연속이라는 조건을 알려주었다. 을은 $t=0$ 에서 $t=1$ 까지 도형 F 가 만든 입체도형의 부피를 정적분으로 표현할 수 있었다. 그 이유를 설명하고, 입체도형의 부피를 적분변수 t 를 사용한 정적분으로 나타내시오. [15점]

[1-3] 값은 시각 $t(1 \leq t \leq 2)$ 에서 $A(t), B(t), C(t)$ 각각을 모두 알고 있으나, 을에게는 이들의 합인 함수 $G(t) = A(t) + B(t) + C(t)$ 만을 알려주었다. 또한 이 구간에서 도형 F 의 넓이 $S(t)$ 가 변하지 않았다는 정보도 알려주었다. 을은 이 두 가지 정보를 사용하여 어떤 조건하에서는 $S(t)$ 를 정확하게 구할 수 있었다. 을은 먼저 함수 $G(t)$ 의 최대값 M 과 최소값 m 사이의 관계식을 구하였다. 을이 구한 이 관계식을 구하고, 이로부터 F 의 넓이 $S(t)$ 를 구하는 방법을 설명하시오. [15점]

[문제 2] 다음 제시문 (가), (나), (다)를 읽고 아래 질문에 답하시오. 모든 수치계산을 완성하시오.

(가) 지구의 46억년 역사 동안 생명체는 몇 차례의 대멸종 사건을 겪어왔으며 그 일부는 운석 충돌에 기인한 것으로 추정되고 있다. 지구의 환경과 생태계에 교란을 일으킬 수 있는 반지름 1km 정도 크기의 운석은 약 백만 년에 한번 꼴로 지구에 충돌하는 것으로 추정된다. 이는 달의 표면, 특히 달의 뒷면에 남아있는 다양한 크기의 운석 충돌에 의한 구덩이들의 분포로부터도 추정할 수 있다. 이를 통해 우리는 달이 지구의 자연 위성으로서 지구의 바닷물의 주기적인 높이변화에 영향을 미치는 기초력 외에도 운석의 충돌로부터 지구를 보호하는 역할도 할 수 있음을 상상해 볼 수 있다.

(나) 반지름 1km 크기의 운석이 지구의 공전속력 정도의 상대속도로 지구와 충돌하는 경우에 전달되는 에너지는 1945년 일본 나가사키에 떨어진 원자폭탄 약 1억 개의 폭발에너지와 맞먹는다. 공상과학 소설이나 영화중에는 운석과의 충돌에 의해 지구 문명이 사라지게 될 위험에 처하자 이를 해결하기 위해 인위적으로 운석을 파괴하거나 운석의 진행방향을 바꾸어 지구를 구하는 내용을 소재로 하는 것들도 있다.

(다) 2109년 10월 10일, 대한민국 나로 우주센터에 있는 지구방위본부는 형태가 구형이고 반지름이 1km인 운석이 지구의 중심을 향해 날아오고 있는 것을 발견하였다. 운석을 발견한 시점에서 지구에 대한 운석의 상대속도의 크기는 지구가 태양을 공전하는 속력과 같은 것으로 측정되었으며 12일 (≈ 100 만초) 후에는 운석과 지구가 충돌할 것으로 예상되었다.

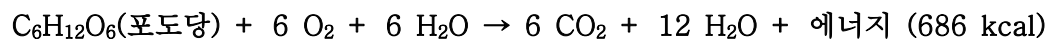
계산상의 편의를 위하여 아래 사항들을 가정하시오.

- 지구에서 태양까지의 거리는 1.5×10^8 km, 현재 달이 지구를 공전하는 평균 속력은 초속 1km, 1년 = 3.15×10^7 초 $\approx \pi \times 10^7$ 초이다.
- 달의 평균밀도와 운석의 평균밀도가 모두 지구의 평균밀도와 유사한 5000kg/m^3 와 같다.
- 달의 반지름은 1000km이고, 지구의 반지름은 5000km이다.
- 운석은 발견 시점부터 지구에 도달할 때까지 등속 직선 운동을 한다.
- 달의 공전궤도는 지구를 중심으로 하는 원이다.

- [2-1] 먼 옛날, 반지름 10cm 크기의 둥근 돌을 지표면에 있는 관측자로부터 2m 전방에 놓으면 완전히 가려지는 위치에 밤하늘의 보름달이 있었다고 가정하자. 이 때, 달이 운석의 충돌로부터 지구를 보호할 수 있는 확률을 구하고, 이 확률이 현재에는 100배 감소했다고 할 때 지구와 달 사이 거리의 변화를 수치적 비교에 근거하여 설명하시오. (단, 관측자는 지구와 달의 중심선상에 위치하며 운석의 크기는 지구와 달의 크기에 비하여 무시할 정도로 작고, 운석은 지구의 중심을 향해 직선운동을 한다고 가정하시오.) [10점]
- [2-2] 제시문 (다)에서 언급된 반지름 1km인 운석이 지구와 충돌하기 불과 몇 시간을 남겨 놓은 상태에서 지구를 공전하던 달과 수직으로 충돌하였다. 달과 운석의 충돌 직후 운석과 달이 한 덩어리가 되어 움직임을 계속한다면 충돌 직후 달이 움직이는 속도의 크기와 방향이 얼마나 변할지 구하시오. 또한, 충돌 직후 달과 운석이 한 덩어리라는 가정, 그리고 운석의 등속운동에 관한 가정의 타당성에 대해 논하시오. [10점]
- [2-3] 제시문 (다)의 상황에서 이번에는 달이 운석의 충돌로부터 지구를 지켜줄 가능성은 없다고 가정하자. 이 때, 지구방위본부에서는 이 운석을 파괴하는 작전보다는 운석에 적절한 충격량을 가하여 운동 방향을 변화시킴으로써 지구를 피해가게 하려는 작전계획을 세웠다. 한정된 에너지 자원을 고려하여 운석과의 충돌을 피하려하는 경우 충격량을 어느 방향으로 가하는 것이 가장 효율적인지 논하고, 이 때 운석에 전달되는 충격량은 최소한 얼마가 되어야 하는지 구하시오. [10점]

[문제 3] 다음 제시문 (가), (나), (다), (라)를 읽고 아래 질문에 답하시오.

(가) 생물은 유기물을 분해하여 생활에 필요한 에너지를 얻는다. 식물은 광합성으로 만들어진 유기물을 분해하여 에너지를 얻고, 동물은 식물이나 다른 동물을 통해 섭취한 유기물을 분해하여 에너지를 얻는다. 이러한 과정은 세포 내에서 일어나므로 세포호흡이라 하며 그 과정은 다음과 같이 표현될 수 있다.



식물의 뿌리는 광합성 보다는 호흡을 주로 하기 때문에 토양에 이산화탄소(CO₂)를 제공하는 주요 원천이라고 할 수 있다.

(나) 동물 세포에는 막전위(휴지막전위)의 생성과 유지에 관여하는 능동 수송체(에너지를 직접 이용하여 농도 기울기를 거슬러서 낮은 농도에서 높은 농도로 물질을 이동시키는 수송체)인 Na⁺-K⁺ 펌프가 있으며, 식물 세포에서는 H⁺-펌프가 이 기능을 담당하고 있다.

(다) 반투과성 막을 통한 이온의 이동은 농도 기울기와 막전위에 의한 전기적 기울기에 의존하여 일어난다. 전하를 띤 이온의 이동에 영향을 미치는 농도 기울기와 전기적 기울기의 관계는 네른스트 방정식으로 설명할 수 있다. 상온의 조건을 전제로 네른스트 방정식을 간략히 표현하면,

$$E_k = -60 \log_{10} [K^+]_{in}/[K^+]_{out} \text{ 이다.}$$

여기서, E_k는 K⁺의 이동이 없어 보이는 평형을 이루었을 때의 막전위(K⁺ 이온에 대한 평형막전위, mV)이고, [K⁺]_{in}은 세포질의 K⁺ 농도(mM)이고, [K⁺]_{out}은 세포 외부의 K⁺ 농도(mM)를 의미한다.

(라) 식물 뿌리 세포에서 K⁺의 흡수 과정은 직접 능동 수송체를 통해서 일어나지 않는다.

- [3-1] 식물 뿌리에서 방출된 이산화탄소(CO₂)로 인한 토양의 산성화를 우려한 농부가 밭에 소석회[Ca(OH)₂]를 뿌렸다. 식물의 뿌리로부터 이산화탄소(CO₂)가 지속적으로 공급될 경우 토양수에서 일어날 것으로 예상되는 두 단계의 반응과 그 반응이 일어나는 이유를 서술하시오. 그리고 첫 단계 반응이 완결된 시점에서 용액에 존재하는 모든 화학종의 농도를 계산할 수 있는 방안을 제시하시오. [10점]
- [3-2] 대양 표층해수의 칼슘의 평균 농도는 0.04%이고 탄산의 평균 농도는 0.0028%이다. 이 수치들은 탄산칼슘 광물 중 용해도가 가장 큰 아라고나이트의 포화농도에 해당한다. 대기 이산화탄소(CO₂) 농도의 증가가 해수에서의 탄산칼슘 침전평형을 어느 방향으로 이동시키는지를 관련 반응식을 이용하여 설명하고 또 예측하시오. [5점]
- [3-3] 식물 뿌리 세포는 세포 호흡의 결과로 얻어진 에너지를 영양소 흡수에 사용한다. 특히 식물이 필요로 하는 3대 영양소의 하나인 K⁺의 흡수에 뿌리 세포는 간접적으로 많은 양의 에너지를 소비한다. 뿌리 세포 안의 K⁺ 농도는 100 mM, 세포 밖, 즉 토양의 농도는 1 mM로 설정하였다. 이러한 실험 조건에서 미세 전극을 이용하여 뿌리 세포의 기저막전위를 측정하였더니 -180 mV 이었다. 이 막전위와 K⁺ 흡수와의 관계를 수식에 근거하여 설명하시오. (단, K⁺ 이온만이 뿌리 세포의 세포막을 통해서 이동한다고 가정한다.) [7점]
- [3-4] 실제로 자연 상태에서 자라는 식물 뿌리의 기저막전위(동물세포의 휴지막전위와 동일한 개념)를 측정하면 보통 -180 mV에서 -200 mV 정도로 분극이 일어난다. 만일 H⁺-펌프가 에너지를 계속 소비하면서 작용하면 막전위가 일정한 수치가 아니고 계속해서 음성인 수치 쪽으로 분극이 증가해야 하는데, 실제로는 일정 범위 내에서 더 이상 분극이 일어나지 않고 막전위를 유지한다. 이렇게 일정한 기저막전위를 형성하고 유지하기 위해서 세포막 자체와 막에 존재하는 여러 수송체 단백질은 어떠한 특징을 가지고 있어야 하는지를 설명하시오. [8점]