

# 연세대학교 2009학년도 논술 모의고사 문제

## 자연계열 2

[문제 1] 다음 제시문은 박테리아 개체수 변화에 관한 것이다. 제시문을 읽고 아래 물음에 답하시오. (40점)

(가) 병을 낫기 위해 병원에 입원했다가 각종 항생제에 내성을 보이는 박테리아에 감염된 경우가 잇따르고 있어 병원감염에 관한 불안이 확산되고 있다. 어떤 보고서에 따르면 항생제 내성 박테리아에 의한 병원감염은 환자와 환자간의 신체 접촉에 의해 직접적으로 전파되기보다는, 병원 내에서 의료진의 손이나 병원 환경을 통해서 전파된다고 한다. 그리고 병원 내 항생제 내성 박테리아 감염율은 병원 내 총 박테리아의 양과 밀접히 관련되어 있다고 한다. 병원 환경에서 박테리아의 총 양의 변화를 정량적으로 분석하기 위하여 여러 수학적 모델이 제시되었다.

(나) 이 제시문에서는 감염된 환자 개인별로 박테리아의 개체수의 변화를 단위 시간별로 추적하는 수학적 모델을 소개하고자 한다. 박테리아가 인체에 침투했을 때 박테리아의 양을  $a_0$ 로 표시하고, 침투 후  $n$ 시간이 경과한 후 박테리아의 양을  $a_n$ 로 표시하자. 이때, 수열  $\{a_n\}$ 에 관하여 다음 조건이 성립한다고 가정하자.

$$\textcircled{1} \quad a_{n+1} = a_n + \beta a_n (K - a_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

여기서  $K$ 는 환자의 몸 안에서 생존할 수 있는 개체수의 정원을 의미하는 양의 상수이고,  $\beta$ 는 박테리아의 증가율과 관련 있는 양의 상수이다. (\* 단,  $a_n$ 은 개체수를 표현함으로 자연수여야 하나 계산의 편의상 실수라고 하자.) 이 모델은 비현실적인 가정에 근거하고 있으나 박테리아 개체수 변화의 기본 모델로서 이용되어 많은 성과를 얻었다.

(다) 수리모델  $\textcircled{1}$ 에서  $\beta$ 가  $0 < \beta < \frac{1}{2K}$  일 때 개체수의 변화를 살펴보자. 초기 개체수  $a_0$ 가  $K < a_0 < 2K$ 이면 개체수가  $K$ 가 될 때까지 감소하고, 초기 개체수  $a_0$ 가  $0 < a_0 < K$ 이면 개체수가  $K$ 가 될 때까지 증가한다.

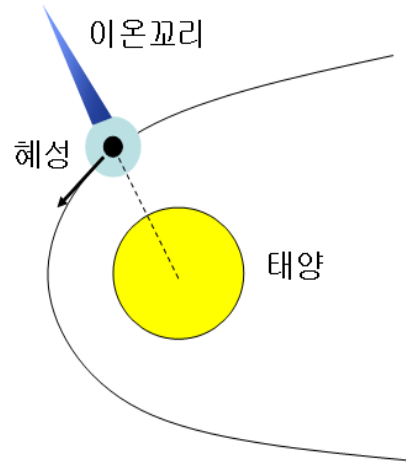
[1-1] 수열  $\{a_n\}$ 이 수렴한다면 그 극한값은 무엇이 되어야 하는지 논리적으로 설명하시오. (10점)

[1-2] 제시문 (다)에서 초기 개체수가  $K < a_0 < 2K$ 이면  $a_1$ 은 부등식  $K < a_1 < a_0$ 를 만족하고,  $0 < a_0 < K$ 이면 부등식  $a_0 < a_1 < K$ 를 만족함을 논리적으로 설명하시오. (15점)

[1-3] 제시문 (다)가 성립함을 수열  $\{a_n\}$ 의 극한을 이용하여 논리적으로 설명하시오. (15점)

[문제 2] 아래 제시문을 읽고 물음에 답하시오.(30점)

가. 혜성은 주로 먼지와 얼음 등으로 구성된 작은 천체를 말한다. 일반적으로 혜성은 장축과 단축의 비가 매우 큰 타원궤도로 태양을 공전하며, 원일점(태양으로부터 가장 멀리 떨어져 있는 위치)은 명왕성 궤도보다 훨씬 더 바깥쪽에 놓일 때도 있다. ‘더러운 얼음 덩어리’라고도 불리는 혜성의 구조는 크게 핵, 코마, 꼬리로 이루어져 있다. 혜성이 근일점(태양에서 가장 가까운 위치)에 접근하면 태양으로부터 방출되는 복사열에 의하여 혜성의 바깥층을 형성하는 얼음 덩어리 등이 증발하여, 핵 주위에 먼지와 기체로 둘러싸인 코마를 형성하게 된다. 핵의 크기는 수 십  $km$  정도로 작은 데 비해, 핵을 에워싸며 밝게 빛나는 코마는 태양에 가까워지면서 핵의 1만 배가 넘는 크기로 자라면서 지구에서 관측이 가능하게 된다. 이때 핵을 둘러싼 먼지와 기체는 태양풍과 태양으로부터의 복사압에 의해 뒤로 밀려나면서 혜성의 꼬리를 형성한다. 혜성의 꼬리는 이온꼬리와 먼지꼬리로 나뉘어진다. 이온꼬리는 푸른빛으로 그림과 같이 항상 태양의 반대방향에 나타나고, 먼지꼬리는 노란색 또는 약한 붉은색을 띠며 이온꼬리와는 다른 형태로 나타난다(그림에서 생략).



나. 먼지꼬리를 구성하는 먼지에는 태양과 먼지 사이의 만유인력  $F_G$ 와 태양의 복사압에 의한 밀치는 힘  $F_R$  이 작용한다. 예를 들어, 반지름이  $a$  이고 질량이  $m$  인 구형 먼지의 경우, 위의 두 힘은 다음과 같이 주어진다.

$$F_R = \frac{P_S A}{4\pi cr^2} \quad F_G = G \frac{M_S m}{r^2}$$

위 식에서  $P_S$  는 태양이 1초당 방출하는 전체 복사에너지의 양이며,  $A = \pi a^2$ 는 먼지의 단면적,  $c$  는 빛의 속도,  $G$  는 만유인력 상수,  $M_S$  는 태양의 질량,  $r$  은 태양과 먼지 사이의 거리이다. 위의 두 힘이 먼지의 운동에 미치는 영향을 분석함으로써, 다양한 반지름을 갖는 먼지로 구성된 먼지꼬리의 형태를 이해할 수 있다. (단, 현상을 단순화하기 위하여 먼지꼬리를 구성하는 개별 먼지는 구형이며 밀도는  $\rho$ 로 일정하고 반지름만 다양하다고 가정한다.)

[문제 2-1] 위 식에서 힘  $F_R$  은 거리의 제곱에 반비례한다. 이에 대한 물리적인 이유를 설명하시오. (10점)

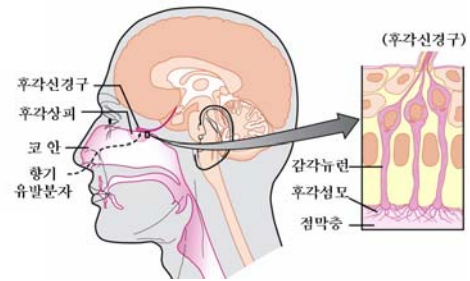
[문제 2-2] 먼지에 미치는 힘의 합이 0 이 되는 경우의 먼지의 반지름  $a_0$  를 위의 변수들을 이용하여 표현하고, 먼지의 반지름이  $a_0$  에 비하여 큰 경우와 작은 경우 먼지가 받는 힘과 운동에 대하여 논하시오. (13점)

[문제 2-3] 위에서 구한 먼지가 받는 힘과 운동의 차이에 근거하여 형성되는 먼지꼬리의 형태를 그림을 그려 설명하고, 먼지꼬리 내의 먼지의 반지름 분포에 대하여 논하시오. (7점)

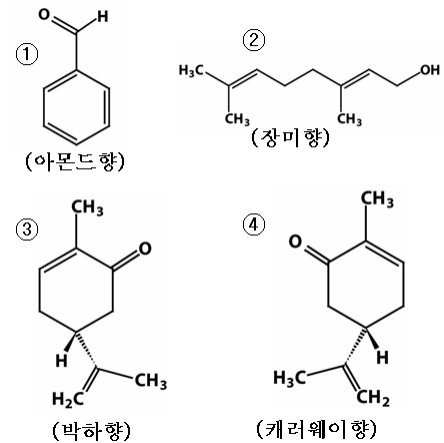
[문제 3] 아래 제시문을 읽고 물음에 답하시오.(30점)

(가) 최근에 영화로도 만들어진 독일 작가 파트리크 쥐스킨트의 원작 소설 “향수”를 보면 “장 바티스트 그르누이”라는 사악한 천재가 나온다. “어느 살인자의 이야기”라는 부제가 붙은 이 소설의 주인공 그르누이는 극히 예민한 후각을 타고난 냄새의 천재로 세상의 모든 냄새를 구분할 수 있으며, 그 모든 냄새를 소유하고 지배하고자 최상의 향수를 만들려고 한다. 이를 위해 그르누이는 가장 좋은 체취를 얻기 위해서 25명의 아름다운 여성들을 살해하게 된다. 결국 그르누이는 그 죄과가 드러나게 되고 파리의 골목길에서 29살의 나이로 비참한 최후를 맞게 된다.

(나) 우리 인간은 평균적으로 4000가지 이상의 서로 다른 향기를 감지할 수 있다고 알려져 있다. 코 안의 상피조직에는 100만 여개의 감각뉴런(신경세포)이 분포되어 있고, 감각뉴런의 바닥에는 다수의 후각섬모가 돌출되어 있다[그림 참조]. 후각섬모 표면에는 향기 유발 분자를 인지할 수 있는 ‘후각 수용체’라는 단백질 분자들이 분포되어 있는데, 각 감각뉴런마다 한 가지 종류의 후각 수용체가 발현된다고 알려져 있다. 향기 유발 분자는 여러 종류의 후각 수용체를 자극할 수 있고, 자극의 강도는 수용체의 종류에 따라 다르다고 알려져 있다. 우리 인간은 평균적으로 350여개의 후각 수용체 유전자를 가지고 있으며, 다른 종류의 수용체 분자를 보유한 각각의 감각뉴런들은 뇌의 서로 다른 위치에 존재하는 세포들과 연결되어 있다고 알려져 있다.



(다) 분자간 상호작용은 분자의 삼차원 구조, 작용기의 종류와 위치, 전자밀도 분포 등 다양한 구조-전기적 특성에 의해 그 세기와 본질이 달라진다. 중성분자의 분자간 상호작용에는 쌍극자-쌍극자 및 쌍극자-유도쌍극자 상호작용, 분산력, 수소결합 등이 있으며, 여러 개의 상호작용이 동시에 일어날 수도 있다. 단백질은 거대 생체 분자로서 매우 복잡한 삼차원 구조를 가지고 있지만, 수용체 분자의 ‘결합자리(반응중심)’에는 향기 유발 분자들을 선택적으로 인지할 수 있는 세부구조를 형성한다고 알려져 있다. 우리 주변에서 경험할 수 있는 향기 유발 분자의 예는 오른쪽 그림과 같다.



[문제 3-1] 제시문 (다)에서 언급된 향기 유발 분자들의 구조-전기적 특성으로부터 예상되는 향기 유발 분자와 후각 수용체간의 상호작용을 비교 설명하고, 후각 수용체 유전자수에 비해 10배 이상의 향기를 감지할 수 있는 생물학적인 근거를 설명하시오. (20점)

[문제 3-2] 최근에 인간의 후각시스템의 원리를 이용하여 음식의 향기를 탐지할 수 있는 휴대용 ‘전자코’가 만들어졌다고 한다. 후각시스템의 원리에 입각하여 선택적으로 탐지할 수 있는 향기의 종류와 검출감도를 최대화할 수 있는 ‘스마트 전자코’를 제안하시오[과학적인 근거를 제시할 것]. (10점)