

자연계열(오후, 의학과제외)

2018학년도 논술고사

자연계열 (오후, 의학과제외) 채점기준





2018학년도 자연계열(오후) 채점기준

자연계열(오후)
(의학과 제외)

하위 문항	채점 기준	배점
[문제 1-1]	(20)명에게 (15)개의 빵을 나누어 줄 때 빵 (10)개는 (2)등분, 빵 (4)개는 (5)등분, 빵 (1)개는 (20)등분하면 공평하게 나눌 수 있다. --- 각 괄호의 값마다 0.5점씩	4점
[문제 1-2] (1)	$\frac{3}{n} = \frac{2}{n} + \frac{1}{n} \quad \text{--- 1점}$ $= \frac{1}{n} + \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}\right) \quad \text{--- 1점}$ $= \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} \quad \text{--- 1점}$ <p>여기에서 $\frac{n}{2} < n+1 < n(n+1)$이고 ---3점</p> <p>$n$이 짝수이므로 $\frac{n}{2}$는 자연수, 따라서 3개의 서로 다른 단위분수의 합이다. --- 1점</p>	7점
[문제 1-2] (2)	<p>등식 $\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$의 양변에 2를 곱하면</p> $\frac{2}{n} = \frac{2}{n+1} + \frac{2}{n(n+1)} \text{를 얻고 } \frac{3}{n} = \frac{1}{n} + \frac{2}{n} \quad \text{--- 1점}$ $= \frac{1}{n} + \left(\frac{2}{n+1} + \frac{2}{n(n+1)}\right) \quad \text{--- 1점}$ $= \frac{1}{n} + \frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}} \quad \text{--- 1점}$ <p>여기에서 $\frac{n+1}{2} < n < \frac{n(n+1)}{2}$이고 ---3점</p> <p>$n$이 홀수이므로 $\frac{n+1}{2}$는 자연수, 따라서 3개의 서로 다른 단위분수의 합이다. --- 1점</p>	7점



<p>[문제 1-3]</p>	<p>(a) k가 짝수이면 제시문 (나)를 사용하여</p> $\frac{3}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n} \text{ --- 1점}$ $= \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{6n} \text{ ---3}$ <p>점</p> <p>가장 큰 단위분수에 제시문 (나)의 등식 $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$를 곱하는 식으로 하면 k개(k는 짝수)의 서로 다른 단위분수의 합을 얻을 수 있다. --- 1점</p> <p>(b) k가 홀수이면 [문제 1-2]에서</p> $\frac{3}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} \text{ ---1점}$ <p>제시문 (나)를 사용하여</p> $\frac{3}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right)$ $= \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{2n(n+1)} + \frac{1}{3n(n+1)} + \frac{1}{6n(n+1)}$ <p>---3점</p> <p>가장 큰 단위분수에 제시문 (나)의 등식 $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$를 곱하는 식으로 하면 k개(k는 홀수)의 서로 다른 단위분수의 합을 얻을 수 있다. ---1점</p>	<p>10점</p>
<p>[문제1-4] (1)</p>	<p>(1) $\frac{1}{y} = \frac{1}{n} - \frac{1}{x} = \frac{x-n}{nx}$이므로</p> $y = \frac{nx}{x-n} = \frac{n(x-n)+n^2}{x-n} = n + \frac{n^2}{x-n}. \text{ --- 6점}$ <p>y와 n은 정수이므로 $\frac{n^2}{a-n}$은 정수가 된다. --- 2점</p> <p>$a = x-n$이라 하면 a는 n^2의 약수이고 ---2점</p> <p>$b = \frac{n^2}{a}$ 라 두면 b는 자연수이며 ---2점</p> <p>$x = n+a, y = n+b$ 이다. ---2점</p> $\frac{1}{n+a} + \frac{1}{n+b} = \frac{2n+a+b}{(n+a)(n+b)}$ <p>임을 확인할 수도 있다.</p>	<p>14점</p>



2018학년도 자연계열(오후) 채점기준

자연계열(오후)
(의학과 제외)

[문제1-4] (2)	$6^2 = 36$ 은 $1 \times 36, 2 \times 18, 3 \times 12, 4 \times 9$ 으로 표현되므로 $\frac{1}{6} = \frac{1}{6+1} + \frac{1}{6+36} = \frac{1}{7} + \frac{1}{42}$ --- 2점 $\frac{1}{6} = \frac{1}{6+2} + \frac{1}{6+18} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24}$ --- 2점 $\frac{1}{6} = \frac{1}{6+3} + \frac{1}{6+12} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18}$ --- 2점 $\frac{1}{6} = \frac{1}{6+4} + \frac{1}{6+9} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$ --- 2점	8점
----------------	---	----

하위 문항	채점 기준	배점
[문제2-1] (1)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x+1 = 4cy^2 \end{cases}$ 를 연립하면 $x^2 + \frac{x+1}{4c} = 1$, 정리하면 $x^2 + \frac{x}{4c} + \frac{1}{4c} - 1 = 0$ 이고 --- 1점 $(x+1)(x-1 + \frac{1}{4c}) = 0$. 따라서 $x = 1 - \frac{1}{4c}$ 가 교점이 될 가능성이 있다. ---3점 교점이 될려면 $ x \leq 1$ 이어야 하므로 $c > \frac{1}{8}$ 을 얻는다. ---4점 이제 교점은 $(1 - \frac{1}{4c}, \pm \frac{\sqrt{8c-1}}{4c})$ --- 2점	10점
[문제2-2] (1)	$(1) x^2 + y^2 = 1$ 에서 $y' = -\frac{x}{y}$, $x-p = 4cy^2$ 에서 $y' = \frac{1}{8cy}$ 두 기울기가 같을려면 $-\frac{x}{y} = \frac{1}{8cy}$. --- 3점 이제 $y \neq 0$ 이므로 $a = -\frac{1}{8c}$. --- 3점	6점
[문제2-2] (2)	$a^2 = \frac{1}{64c^2} \leq 1$ 에서 $c > \frac{1}{8}$ ---7점	7점



<p>[문제2-2] (3)</p>	<p>$y^2 = 1 - a^2 = 1 - \frac{1}{64c^2} = \frac{64c^2 - 1}{64c^2} > 0$ 에 서</p> <p>$y = \pm \frac{\sqrt{64c^2 - 1}}{8c}$ 이므로 --- 3점</p> <p>접점의 좌표는 $(-\frac{1}{8c}, \pm \frac{\sqrt{64c^2 - 1}}{8c})$ 이고 이 좌표를</p> <p>$x - p = 4cy^2$ 에 대입하면</p> <p>$-\frac{1}{8c} - p = 4c \times \frac{64c^2 - 1}{64c^2} = \frac{64c^2 - 1}{16c} = 4c - \frac{1}{16c}$</p> <p>따라서 $p = -4c - \frac{1}{8c} + \frac{1}{16c} = -4c - \frac{1}{16c}$ --- 4점</p> <p>이제 (1), (2), (3)의 결과를 종합하면 접점이 존재하려면 $c > \frac{1}{8}$ 이</p> <p>고 $p = -4c - \frac{1}{16c}$</p>	<p>7점</p>
<p>[문제2-3]</p>	<p>(a) $c \leq \frac{1}{8}$ 인 경우: [문제 2-2]에서 두 점에서 접하지 않으므로 --- 1점</p> <p>$p = -1$ 일 때는 [문제2-1]에서 교점은 $(-1, 0)$ 하나뿐이고, ---3 점</p> <p>$p < -1$ 일 때 만나지 않는다. --- 3점</p> <p>(b) $c > \frac{1}{8}$ 인 경우: [문제2-2]에서 접점이 존재하려면 $c > \frac{1}{8}$ 이고</p> <p>$p = -4c - \frac{1}{16c}$ 이다. ---3점</p> <p>$p = -1$ 일 때 3개의 교점(접점 1개, 교점 2개) --1점</p> <p>$-4c - \frac{1}{16c} < p < -1$ 일 때 4개의 교점 ---3점</p> <p>$p = -4c - \frac{1}{16c}$ 일 때 2개의 교점(접점) --- 3점</p> <p>$p < -4c - \frac{1}{16c}$ 일 때 만나지 않는다. --- 3점</p>	<p>20점</p>