

자연계열(오후, 의학과제외)

---

## 2018학년도 논술고사

# 자연계열 (오후, 의학과제외) 채점기준





# 2018학년도 자연계열(오후) 채점기준

자연계열(오후)  
(의학과 제외)

하위 문항	채점 기준	배점
[문제 1-1]	(20)명에게 (15)개의 빵을 나누어 줄 때 빵 (10)개는 (2)등분, 빵 (4)개는 (5)등분, 빵 (1)개는 (20)등분하면 공평하게 나눌 수 있다. --- 각 괄호의 값마다 0.5점씩	4점
[문제 1-2] (1)	$\frac{3}{n} = \frac{2}{n} + \frac{1}{n} \quad \text{--- 1점}$ $= \frac{1}{n} + \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}\right) \quad \text{--- 1점}$ $= \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} \quad \text{--- 1점}$ <p>여기에서 <math>\frac{n}{2} &lt; n+1 &lt; n(n+1)</math>이고 ---3점</p> <p><math>n</math>이 짝수이므로 <math>\frac{n}{2}</math>는 자연수, 따라서 3개의 서로 다른 단위분수의 합이다. --- 1점</p>	7점
[문제 1-2] (2)	<p>등식 <math>\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}</math>의 양변에 2를 곱하면</p> $\frac{2}{n} = \frac{2}{n+1} + \frac{2}{n(n+1)} \text{를 얻고 } \frac{3}{n} = \frac{1}{n} + \frac{2}{n} \quad \text{--- 1점}$ $= \frac{1}{n} + \left(\frac{2}{n+1} + \frac{2}{n(n+1)}\right) \quad \text{--- 1점}$ $= \frac{1}{n} + \frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}} \quad \text{--- 1점}$ <p>여기에서 <math>\frac{n+1}{2} &lt; n &lt; \frac{n(n+1)}{2}</math>이고 ---3점</p> <p><math>n</math>이 홀수이므로 <math>\frac{n+1}{2}</math>는 자연수, 따라서 3개의 서로 다른 단위분수의 합이다. --- 1점</p>	7점



<p>[문제 1-3]</p>	<p>(a) <math>k</math>가 짝수이면 제시문 (나)를 사용하여</p> $\frac{3}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n} \text{ --- 1점}$ $= \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{6n} \text{ ---3}$ <p>점</p> <p>가장 큰 단위분수에 제시문 (나)의 등식 <math>1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}</math>를 곱하는 식으로 하면 <math>k</math>개(<math>k</math>는 짝수)의 서로 다른 단위분수의 합을 얻을 수 있다. --- 1점</p> <p>(b) <math>k</math>가 홀수이면 [문제 1-2]에서</p> $\frac{3}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} \text{ ---1점}$ <p>제시문 (나)를 사용하여</p> $\frac{3}{n} = \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right)$ $= \frac{1}{\frac{n}{2}} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{2n(n+1)} + \frac{1}{3n(n+1)} + \frac{1}{6n(n+1)}$ <p>---3점</p> <p>가장 큰 단위분수에 제시문 (나)의 등식 <math>1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}</math>를 곱하는 식으로 하면 <math>k</math>개(<math>k</math>는 홀수)의 서로 다른 단위분수의 합을 얻을 수 있다. ---1점</p>	<p>10점</p>
<p>[문제1-4] (1)</p>	<p>(1) <math>\frac{1}{y} = \frac{1}{n} - \frac{1}{x} = \frac{x-n}{nx}</math>이므로</p> $y = \frac{nx}{x-n} = \frac{n(x-n)+n^2}{x-n} = n + \frac{n^2}{x-n}. \text{ --- 6점}$ <p><math>y</math>와 <math>n</math>은 정수이므로 <math>\frac{n^2}{a-n}</math>은 정수가 된다. --- 2점</p> <p><math>a = x-n</math>이라 하면 <math>a</math>는 <math>n^2</math>의 약수이고 ---2점</p> <p><math>b = \frac{n^2}{a}</math> 라 두면 <math>b</math>는 자연수이며 ---2점</p> <p><math>x = n+a, y = n+b</math> 이다. ---2점</p> $\frac{1}{n+a} + \frac{1}{n+b} = \frac{2n+a+b}{(n+a)(n+b)}$ <p>임을 확인할 수도 있다.</p>	<p>14점</p>



# 2018학년도 자연계열(오후) 채점기준

자연계열(오후)  
(의학과 제외)

[문제1-4] (2)	$6^2 = 36$ 은 $1 \times 36, 2 \times 18, 3 \times 12, 4 \times 9$ 으로 표현되므로 $\frac{1}{6} = \frac{1}{6+1} + \frac{1}{6+36} = \frac{1}{7} + \frac{1}{42}$ --- 2점 $\frac{1}{6} = \frac{1}{6+2} + \frac{1}{6+18} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24}$ --- 2점 $\frac{1}{6} = \frac{1}{6+3} + \frac{1}{6+12} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18}$ --- 2점 $\frac{1}{6} = \frac{1}{6+4} + \frac{1}{6+9} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$ --- 2점	8점
----------------	---	----

하위 문항	채점 기준	배점
[문제2-1] (1)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x+1 = 4cy^2 \end{cases}$ 를 연립하면 $x^2 + \frac{x+1}{4c} = 1$ , 정리하면 $x^2 + \frac{x}{4c} + \frac{1}{4c} - 1 = 0$ 이고 --- 1점 $(x+1)(x-1 + \frac{1}{4c}) = 0$ . 따라서 $x = 1 - \frac{1}{4c}$ 가 교점이 될 가능성이 있다. ---3점 교점이 될려면 $ x  \leq 1$ 이어야 하므로 $c > \frac{1}{8}$ 을 얻는다. ---4점 이제 교점은 $(1 - \frac{1}{4c}, \pm \frac{\sqrt{8c-1}}{4c})$ --- 2점	10점
[문제2-2] (1)	$(1) x^2 + y^2 = 1$ 에서 $y' = -\frac{x}{y}$ , $x-p = 4cy^2$ 에서 $y' = \frac{1}{8cy}$ 두 기울기가 같을려면 $-\frac{x}{y} = \frac{1}{8cy}$ . --- 3점 이제 $y \neq 0$ 이므로 $a = -\frac{1}{8c}$ . --- 3점	6점
[문제2-2] (2)	$a^2 = \frac{1}{64c^2} \leq 1$ 에서 $c > \frac{1}{8}$ ---7점	7점



<p>[문제2-2] (3)</p>	<p><math>y^2 = 1 - a^2 = 1 - \frac{1}{64c^2} = \frac{64c^2 - 1}{64c^2} &gt; 0</math> 에 서</p> <p><math>y = \pm \frac{\sqrt{64c^2 - 1}}{8c}</math> 이므로 --- 3점</p> <p>접점의 좌표는 <math>(-\frac{1}{8c}, \pm \frac{\sqrt{64c^2 - 1}}{8c})</math> 이고 이 좌표를</p> <p><math>x - p = 4cy^2</math> 에 대입하면</p> <p><math>-\frac{1}{8c} - p = 4c \times \frac{64c^2 - 1}{64c^2} = \frac{64c^2 - 1}{16c} = 4c - \frac{1}{16c}</math></p> <p>따라서 <math>p = -4c - \frac{1}{8c} + \frac{1}{16c} = -4c - \frac{1}{16c}</math> --- 4점</p> <p>이제 (1), (2), (3)의 결과를 종합하면 접점이 존재하려면 <math>c &gt; \frac{1}{8}</math> 이</p> <p>고 <math>p = -4c - \frac{1}{16c}</math></p>	<p>7점</p>
<p>[문제2-3]</p>	<p>(a) <math>c \leq \frac{1}{8}</math> 인 경우: [문제 2-2]에서 두 점에서 접하지 않으므로 --- 1점</p> <p><math>p = -1</math> 일 때는 [문제2-1]에서 교점은 <math>(-1, 0)</math> 하나뿐이고, ---3 점</p> <p><math>p &lt; -1</math> 일 때 만나지 않는다. --- 3점</p> <p>(b) <math>c &gt; \frac{1}{8}</math> 인 경우: [문제2-2]에서 접점이 존재하려면 <math>c &gt; \frac{1}{8}</math> 이고</p> <p><math>p = -4c - \frac{1}{16c}</math> 이다. ---3점</p> <p><math>p = -1</math> 일 때 3개의 교점(접점 1개, 교점 2개) --1점</p> <p><math>-4c - \frac{1}{16c} &lt; p &lt; -1</math> 일 때 4개의 교점 ---3점</p> <p><math>p = -4c - \frac{1}{16c}</math> 일 때 2개의 교점(접점) --- 3점</p> <p><math>p &lt; -4c - \frac{1}{16c}</math> 일 때 만나지 않는다. --- 3점</p>	<p>20점</p>