



2018학년도 자연계열 논술고사 자연계열(오후)

모범답안 (의학과)

[문제 1-1] (5점) 단위원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 포물선 $x+1 = 4cy^2 (c > 0)$ 이 점 $(-1, 0)$ 이 아닌 교점을 가질 c 의 범위를 구하고 이 때 교점의 좌표를 구하시오.

[풀이] $p = -1$ 인 경우이다.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x+1 = 4cy^2 \end{cases} \text{를 연립하면 } x^2 + \frac{x+1}{4c} = 1, \text{ 정리하면 } x^2 + \frac{x}{4c} + \frac{1}{4c} - 1 = 0 \text{이고}$$

$$(x+1)\left(x-1 + \frac{1}{4c}\right) = 0. \text{ 따라서 } x = 1 - \frac{1}{4c} \text{가 교점이 될 가능성이 있다.}$$

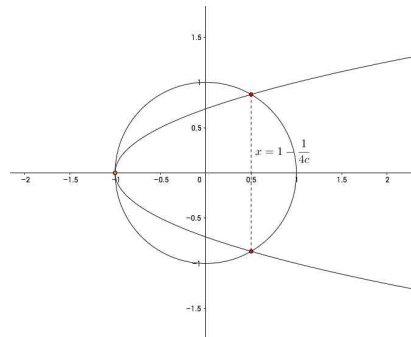
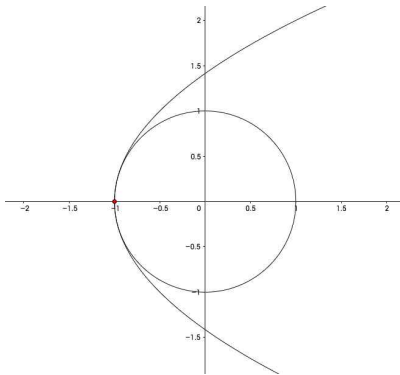
$$\text{교점이 될려면 } \left|1 - \frac{1}{4c}\right| \leq 1 \text{이어야 하고 } -1 \leq 1 - \frac{1}{4c} \leq 1 \text{에서 } c \geq \frac{1}{8}$$

$c = \frac{1}{8}$ 이면 $x = -1$ 이고 점 $(-1, 0)$ 이 아닌 교점을 가질 c 의 범위를 구하고 있으므로

$c > \frac{1}{8}$ 을 얻는다.

$$\text{이제 교점은 } \left(1 - \frac{1}{4c}, \pm \frac{\sqrt{8c-1}}{4c}\right)$$

$$\text{답. } c > \frac{1}{8} \text{ 일 때 교점은 } \left(1 - \frac{1}{4c}, \pm \frac{\sqrt{8c-1}}{4c}\right)$$



[문제 1-2] $p < -1$ 일 때, 단위원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 포물선 $x-p = 4cy^2 (c > 0)$ 이 접할 때 그 접점과 접점이 존재할 c, p 에 관한 조건을 다음 과정을 통해 구해보자.

- (1) (5점) $x = a$ 에서 두 곡선의 접선의 기울기가 같도록 하는 a 의 값을 구하시오.
- (2) (5점) (1)에서 구한 a 에 대하여 $|a| \leq 1$ 이 될 c 의 조건을 구하시오.
- (3) (5점) $(a, \pm \sqrt{1-a^2})$ 이 포물선 위의 점이 되도록 하는 p 를 c 에 관한 식으로 나타내시오.

[풀이]

$$(1) x^2 + y^2 = 1 \text{에서 } y' = -\frac{x}{y}, x-p = 4cy^2 \text{에서 } y' = \frac{1}{8cy}$$

$$\text{두 기울기가 같으려면 } -\frac{x}{y} = \frac{1}{8cy}.$$



2018학년도 자연계열 논술고사 자연계열(오후)
모범답안 (의학과)

이제 $y \neq 0$ 이므로 $a = -\frac{1}{8c}$.

(2) $a^2 = \frac{1}{64c^2} \leq 1$ 에서 $c \geq \frac{1}{8}$

$c = \frac{1}{8}$ 이면 $a^2 = 1$ 이므로 $x^2 + y^2 = 1$ 에서 $y = \pm \sqrt{1-a^2} = \pm \sqrt{1-1} = 0$

그러나 $a-p = 4cy^2 = 4c \times 0^2 = 0$ 이므로 $a = p < -1$ 이는 모순이므로 $c > \frac{1}{8}$

(3) $y^2 = 1 - a^2 = 1 - \frac{1}{64c^2} = \frac{64c^2 - 1}{64c^2} > 0$ 에서 $y = \pm \frac{\sqrt{64c^2 - 1}}{8c}$ 이므로

접점의 좌표는 $(-\frac{1}{8c}, \pm \frac{\sqrt{64c^2 - 1}}{8c})$ 이고 이 좌표를 $x-p = 4cy^2$ 에 대입하면

$$-\frac{1}{8c} - p = 4c \times \frac{64c^2 - 1}{64c^2} = \frac{64c^2 - 1}{16c} = 4c - \frac{1}{16c}$$

따라서 $p = -4c - \frac{1}{8c} + \frac{1}{16c} = -4c - \frac{1}{16c}$ --- 3점

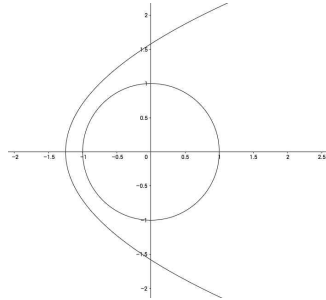
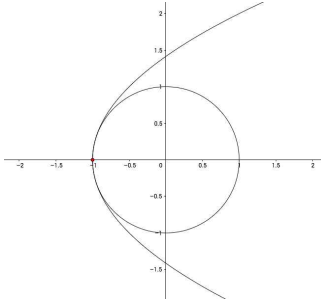
이제 (1), (2), (3)의 결과를 종합하면 접점이 존재하려면 $c > \frac{1}{8}$ 이고 $p = -4c - \frac{1}{16c}$

[문제 1-3] (10점) $p \leq -1$ 이라 하자. 단위원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 포물선 $x-p = 4cy^2 (c > 0)$ 의 교점의 개수를 c 와 p 에 따라 구하시오.

[풀이] (a) $c \leq \frac{1}{8}$ 인 경우: [문제 2-2]에서 두 점에서 접하지 않으므로

$p = -1$ 일 때는 [문제2-1]에서 교점은 $(-1, 0)$ 하나뿐이고,

$p < -1$ 일 때 만나지 않는다.



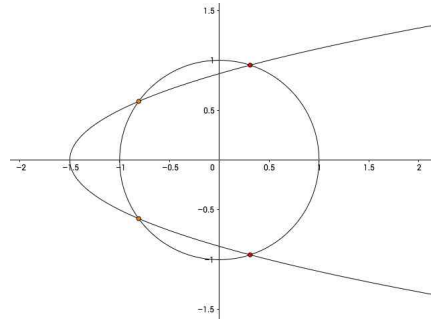
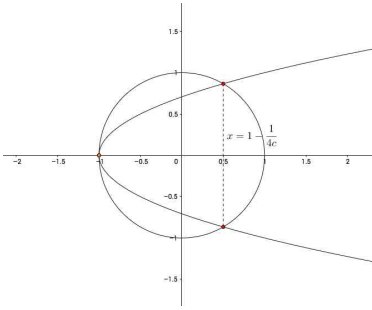
(b) $c > \frac{1}{8}$ 인 경우:

$p = -1$ 일 때 3개의 교점(접점 1개, 교점 2개)

$-4c - \frac{1}{16c} < p < -1$ 일 때 4개의 교점

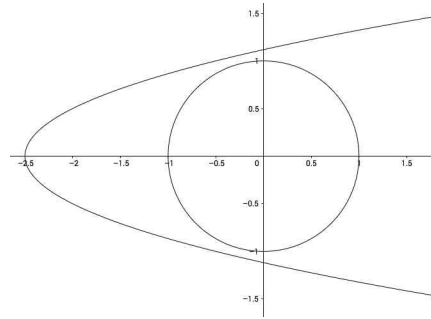
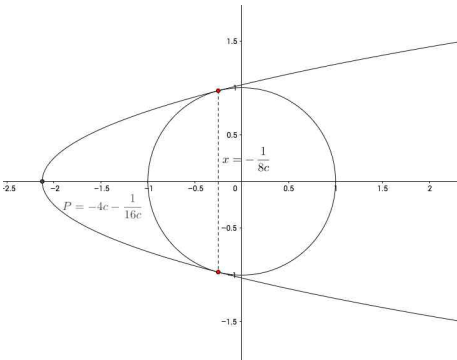


2018학년도 자연계열 논술고사 자연계열(오후)
모범답안 (의학과)



$p = -4c - \frac{1}{16c}$ 일 때 [문제2-2]에서 2개의 교점(접점)

$p < -4c - \frac{1}{16c}$ 일 때 만나지 않는다.



해설 <https://ggbm.at/eFeDY4Za>

[문제 1-4] (20점) 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 과 쌍곡선 $\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 이 접할 조건을 구하고, 이때 접점을 포함한 모든 교점의 개수를 구하시오.

[풀이 1] 두 쌍곡선은 주축이 같으므로 $x = \pm 1, y = 0$ 에서 접하는 경우를 생각한다.

$\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 대입하면 $(\pm 1 - p)^2 = a^2$. 따라서 다음의 네 가지 경우에만 접하게 된다.

$p = 1 + a, p = 1 - a, p = -1 + a, p = -1 - a$ --- 각 1점

$x^2 - y^2 = 1$ 의 점근선은 $y = \pm x$ 이고, $\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 점근선은 $y = \pm \frac{b}{a}(x-p)$ 임



2018학년도 자연계열 논술고사 자연계열(오후)

모범답안 (의학과)

을 참고하면서 다음과 같이 경우를 나눈다.

[경우 1] $p = -1 + a$

(i) $\frac{b}{a} < 1$ 일 때, $p+a < 1$ 이면 3개, $p+a = 1$ 이면 2개, $p+a > 1$ 이면 1개

(ii) $\frac{b}{a} = 1$ 일 때, $a \neq 1$ 이면 1개, $a = 1$ 이면 무한개

(iii) $\frac{b}{a} > 1$ 일 때, $p+a < 1$ 이면 1개*, $p+a = 1$ 이면 2개, $p+a > 1$ 이면 3개

(*는 $b^2 < a < b$ 이면 3개, $a \leq b^2$ 이면 1개, [풀이2] 참조)

[경우 2] $p = 1 - a$

(i) $\frac{b}{a} < 1$ 일 때, $p-a > -1$ 이면 3개, $p-a = -1$ 이면 2개, $p-a < -1$ 이면 1개

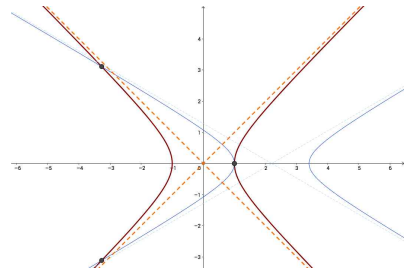
(ii) $\frac{b}{a} = 1$ 일 때, $a \neq 1$ 이면 1개, $a = 1$ 이면 무한개

(iii) $\frac{b}{a} > 1$ 일 때, $p-a > -1$ 이면 1개*, $p-a = -1$ 이면 2개, $p-a < -1$ 이면 3개

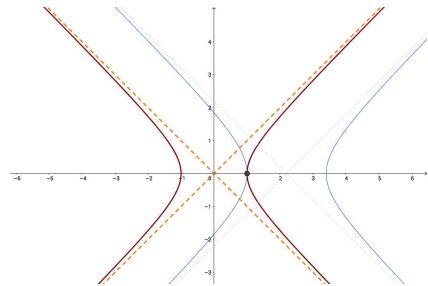
(*는 $b^2 < a < b$ 이면 3개, $a \leq b^2$ 이면 1개, [풀이2] 참조)

[경우 3] $p = 1 + a$

(i) $\frac{b}{a} < 1$ 일 때, 3개



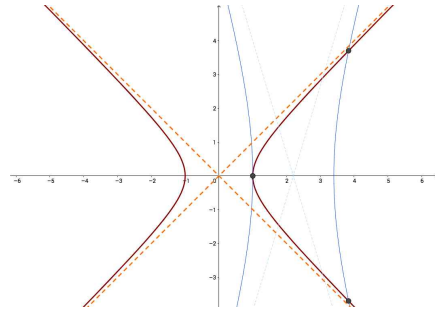
(ii) $\frac{b}{a} = 1$ 일 때, 1개





2018학년도 자연계열 논술고사 자연계열(오후)
모범답안 (의학과)

(iii) $\frac{b}{a} > 1$ 일 때, 3개



[경우 4] $p = -1 - a$

(i) $-\frac{b}{a} > -1$ 일 때, 3개

(ii) $-\frac{b}{a} = -1$ 일 때, 1개

(iii) $-\frac{b}{a} < -1$ 일 때, 3개

위의 결과를 정리하면 다음과 같다.

		$b < a$	$a = b$	$a < b$
$p = a - 1$ 또는 $p = 1 - a$	$a < 1$	3	1	1 또는 3
	$a = 1$	2	무한개	2
	$a > 1$	1 또는 3	1	3
$p = a + 1$ 또는 $p = -1 - a$		3	1	3

[풀이 2] 두 쌍곡선은 주축이 같으므로 $x = \pm 1, y = 0$ 에서 접하는 경우를 생각한다.

$\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 대입하면 $(\pm 1 - p)^2 = a^2$. 따라서 다음의 네 가지 경우에만 접하게

된다.



2018학년도 자연계열 논술고사

자연계열(오후)
(의학과)

모범답안

$p = 1+a, p = 1-a, p = -1+a, p = -1-a$ --- 각 1점

(경우 1) $p = -1+a$

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ \frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}$ 를 연립하기 위해 ($|x| \geq 1$ 임에 유의) $p = -1+a$ 를 대입 정리하면

$$\frac{(x+1-a)^2}{a^2} - \frac{x^2-1}{b^2} = 1.$$

여기에서 $(b^2 - a^2)x^2 + 2b^2(1-a)x + a^2 + b^2 - 2ab^2 = 0,$

$$(x+1)((b^2 - a^2)x + (a^2 + b^2 - 2ab^2)) = 0. \text{ 이제 } x = -1, x = \frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{a^2 - b^2}$$

(i) $\frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{a^2 - b^2} > 1$ 이면 교점의 개수는 3 (이때 $1 < a < b$ 이거나 $b < a < 1$)

(ii) $\frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{a^2 - b^2} = 1$ 이면 교점의 개수는 2 (이때 $a = 1$)

(iii) $-1 \leq \frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{a^2 - b^2} < 1$ 이면 교점의 개수는 1 (이때 $a > b, a > 1, a \geq b^2$ 또는

$a < b, a < 1, a \leq b^2$)

(iv) $\frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{a^2 - b^2} < -1$ 이면 교점의 개수는 3(이때 $b < a < b^2$ 또는 $b^2 < a < b$)

(경우 2) $p = 1-a$

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ \frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}$ 를 연립하기 위해 ($|x| \geq 1$ 임에 유의) $p = 1-a$ 를 대입 정리하면

$$\frac{(x-1+a)^2}{a^2} - \frac{x^2-1}{b^2} = 1. \text{ 여기에서}$$

$(b^2 - a^2)x^2 + 2b^2(a-1)x + a^2 + b^2 - 2ab^2 = 0,$

$$(x+1)((b^2 - a^2)x - (a^2 + b^2 - 2ab^2)) = 0. \text{ 이제 } x = 1, x = \frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{b^2 - a^2}$$

(i) $\frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{b^2 - a^2} > 1$ 이면 교점의 개수는 3 (이때 $b^2 < a < b$ 이거나 $b < a < b^2$)

(ii) $\frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{b^2 - a^2} = 1$ 이면 교점의 개수는 1 (이때 $a = b^2$)

(iii) $-1 < \frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{b^2 - a^2} < 1$ 이면 교점의 개수는 1 (이 때 $a > b, a > 1, a > b^2$ 또는

$a < b, a < 1, a < b^2$)



2018학년도 자연계열 논술고사 자연계열(오후)
모범답안 (의학과)

(iv) $\frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{b^2 - a^2} = -1$ 이면 교점의 개수는 2 (이때 $a = 1$)

(v) $\frac{a^2 + b^2 - 2ab^2}{b^2 - a^2} < -1$ 이면 교점의 개수는 3 (이때 $1 < a < b$ 이거나 $b < a < 1$)

(경우 3) $p = 1 + a$

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ \frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}$ 를 연립하기 위해 ($|x| \geq 1$ 임에 유의) $p = 1 + a$ 를 대입 정리하면

$\frac{(x-1-a)^2}{a^2} - \frac{x^2-1}{b^2} = 1$. 여기서

$(b^2 - a^2)x^2 - 2b^2(1+a)x + a^2 + b^2 + 2ab^2 = 0$,

$(x-1)((b^2 - a^2)x - (a^2 + b^2 + 2ab^2)) = 0$. 이제 $x = 1$, $x = \frac{a^2 + b^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2}$

$b > a$ 이면 $\frac{a^2 + b^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} = \frac{b^2 - a^2 + 2a^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} = 1 + \frac{2a^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} > 1$

$b < a$ 이면 $\frac{a^2 + b^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} < -1$

(i) $\frac{a^2 + b^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} > 1$ 이면 교점의 개수는 3 (이때 $b > a$)

(ii) $a = b$ 이면 교점의 개수는 1

(iii) $\frac{a^2 + b^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} < -1$ 이면 교점의 개수는 3(이때 $b < a$)

(경우 4) $p = -1 - a$

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ \frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}$ 를 연립하기 위해 ($|x| \geq 1$ 임에 유의) $p = -1 - a$ 를 대입 정리하면

$\frac{(x+1+a)^2}{a^2} - \frac{x^2-1}{b^2} = 1$. 여기서

$(b^2 - a^2)x^2 + 2b^2(1+a)x + a^2 + b^2 + 2ab^2 = 0$,

$(x+1)((b^2 - a^2)x - (a^2 + b^2 + 2ab^2)) = 0$. 이제 $x = -1$, $x = \frac{a^2 + b^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2}$

$b > a$ 이면 $\frac{a^2 + b^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} = \frac{b^2 - a^2 + 2a^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} = 1 + \frac{2a^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} > 1$



2018학년도 자연계열 논술고사

자연계열(오후)
(의학과)

모범답안

$b < a$ 이면 $\frac{a^2 + b^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} < -1$

(i) $\frac{a^2 + b^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} > 1$ 이면 교점의 개수는 3 (이때 $b > a$)

(ii) $a = b$ 이면 교점의 개수는 1

(iii) $\frac{a^2 + b^2 + 2ab^2}{b^2 - a^2} < -1$ 이면 교점의 개수는 3(이때 $b < a$)

위의 결과를 정리하면 다음과 같다.

		$b < a$	$a = b$	$a < b$
$p = a - 1$ 또는 $p = 1 - a$	$a < 1$	3	1	1 ($a \leq b^2$) 또는 3 ($b^2 < a$)
	$a = 1$	2	무한개	2
	$a > 1$	1 ($a \geq b^2$) 또는 3 ($a < b^2$)	1	3
$p = a + 1$ 또는 $p = -1 - a$		3	1	3

쌍곡선 해설 1: a, b, p 가 변함 <https://ggbm.at/q83c2g8K>

쌍곡선 해설 2: a, b가 변해도 접점이 고정되는 경우 <https://ggbm.at/C8WpJuMq>



2018학년도 자연계열 논술고사

자연계열(오후)
(의학과)

모범답안

[문제 2-1] 미토콘드리아가 없음에도 불구하고 '모노세르코모이데스'가 진핵 생명체로 분류될 수 있었던 이유를 원핵세포와 진핵세포의 다양한 차이점을 이용하여 추론하여보시오. [5점]

(정답) 원핵세포와 진핵세포의 가장 큰 차이는 핵막의 유무와 막에 싸인 세포소기관 (미토콘드리아, 골지체, 소포체, 엽록체)의 존재 유무입니다. 모노세르코모이데스는 미토콘드리아가 존재하지 않으므로 원핵세포의 특징을 보인다고 할 수 있으나, 가장 중요한 핵막이 존재할 것으로 추론되며, 미토콘드리아 이외의 다른 세포소기관은 존재할 가능성이 있습니다.

[문제 2-2] '모노세르코모이데스'와 같은 진핵세포가 미토콘드리아가 존재하지 않는다는 것을 증명하기 위한 방법들을 다양하게 기술하시오. [15점]

- (정답) ① 미토콘드리아의 크기는 1-10 μm 이므로 광학 현미경으로 관찰 가능
② 전자 현미경으로 관찰 가능
③ 세포를 균질기로 파쇄한 후 원심분리하여 핵, 세포조각, 파쇄되지 않은 세포 제거 후 8,000g로 원심분리하여 미토콘드리아 분획을 얻어 관찰
④ 세포에서 DNA를 분리한 후 미토콘드리아 DNA를 유전자 분석

[문제 2-3] 미토콘드리아를 가진 진핵세포에 미토콘드리아를 인위적으로 제거하였다고 가정하면, 이 진핵세포에서 에너지를 얻을 수 있는 대사 경로를 기술하시오. [10점]

(정답) 미토콘드리아를 제거한 세포는 더 이상 호흡을 이용하여 에너지를 생산할 수 없으나, 발효라는 과정을 통하여 ATP를 합성할 수 있습니다. 포도당으로부터 과당 이인산을 거쳐 2개의 피루브산을 만들 때 4개의 ATP를 만들고, 그중 2개의 ATP를 소모하여 결국 2개의 ATP가 생성됩니다. 만들어진 피루브산은 젖산, 에탄올, 아세트산등의 최종산물로 변환됩니다.

[문제 2-4] '모노세르코모이데스'를 등장액에 부유한 후, 50 mmole의 숙신산 (succinate)을 첨가하였다. 첨가한 숙신산이 완전히 대사되어 50 mmole의 산소가 소모되었다고 가정하였을 경우, '모노세르코모이데스'가 생산 할 수 있는 ATP의 최대량을 계산하고 그 근거를 설명하시오. [10점]

- (정답) ① 석신산을 대사하여 산소를 소모하였다면 모노세르코모이데스는 미토콘드리아는 없으나 TCA cycle과 전자전달계는 존재한다.
② TCA cycle에서 석신산 한 분자는 말산 그리고 옥살아세트산으로 대사되며, FADH₂ 한 분자와 NADH 한 분자가 만들어지며



2018학년도 자연계열 논술고사 자연계열(오후) 모범답안 (의학과)

석신산 -----> 말산 -----> 옥살아세트산

FADH₂ NADH

③ 전자전달계에서 FADH₂ 한 분자의 전자는 1/2 분자의 산소를 소모하여 물을 만들고, NADH 한 분자의 전자는 1/2 분자의 산소를 소모하나, FADH₂ 한 분자는 최대 2분자의 ATP를 그리고 NADH 한 분자는 최대 3분자의 ATP를 합성할 수 있으므로

④ 50 mmole 석신산이 옥살숙신산으로 대사되며, 50 mmole의 FADH₂와 50 mmole의 NADH를 만들고 전자전달계에서 50 mmole의 산소를 소모하며, 최대 250 mmole의 ATP를 합성할 수 있다. [50 mmole X 2 (FADH₂) + 50 mmole x 3 (NADH) = 250 mmole ATP]

[문제 2-5] 어떤 진핵 단세포 생물에서 미토콘드리아는 존재하지 않으나, 염색체 DNA에 미토콘드리아 관련 유전자가 모두 존재하고, 발현한다고 가정하였을 경우, 이 세포의 ATP 합성 효율을 미토콘드리아가 존재하는 다른 진핵 단세포 생물과 비교하고, 그렇게 추론한 근거를 설명하시오. [10점]

(정답) 미토콘드리아가 존재하는 진핵세포에 비해 ATP 생성 효율이 감소할 것으로 기대됨.

추론 근거 : 비록 전자전달계 단백질이 모두 존재한다고 하더라도 효과적인 기능을 하기 위하여 크리스타와 같은 막에 삽입되어져 있어야 합니다. 크리스타 구조는 면적을 넓게하여 세포 호흡의 효율을 높여줍니다. 또한 내막과 외막사이의 공간으로 전자전달계 효소들은 H⁺를 수송하여 H⁺ 농도 기울기를 유도하여야 합니다. 이러한 농도 기울기는 ATP 합성 효소를 통하여 미토콘드리아 기질로 확산되어 들어올 때 ATP가 합성하게되는데, 미토콘드리아가 없는 진핵세포는 이러한 크리스타 구조 및 이중 막 구조가 없어 H⁺ 농도 기울기를 제대로 형성할 수 없을것으로 기대되어져 ATP 합성 효율이 떨어질것으로 추론됩니다.