

2015학년도 논술 고사

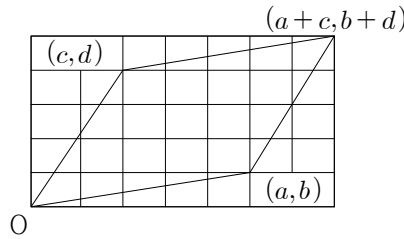
자연계열(오전) (의학과)



성 명	
전 형	
수험번호	

[문제 1] <50점> 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

(가) 격자점이란 평면 위에서 x, y 좌표가 모두 정수인 점을 의미한다. 격자다각형이란 모든 꼭짓점이 격자점인 다각형이다. 평행사변형인 격자다각형의 넓이는 비교적 쉽게 구할 수 있다. 원점 O 와 세 격자점 $(a,b), (c,d), (a+c,b+d)$ 를 꼭짓점으로 하는 평행사변형 P 의 넓이는 다음과 같은 간단한 계산을 통해 얻어진다. 만일 $(a,b), (c,d)$ 가 아래 그림처럼

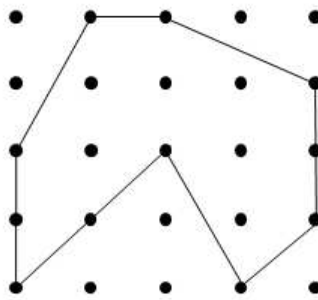


주어진다면 P 의 넓이는 전체 사각형에서 바깥 부분의 넓이를 빼서 얻을 수 있으므로 P 의 넓이 $= (a+c)(b+d) - 2\left(\frac{ab}{2} + \frac{cd}{2} + bc\right) = ad - bc$ 이다. 보다 일반적으로 평행사변형 P 의 넓이는 $|ad - bc|$ 으로 얻을 수 있다.

격자다각형의 넓이를 구하는 일반적인 방법으로 픽의 정리(Pick's theorem)가 있다. 격자다각형 내부의 격자점 개수를 I , 변 위의 격자점 개수를 B 라 하면 다각형의 넓이 S 는

$$S = I + \frac{B}{2} - 1$$

로 계산할 수 있다. 이때 다각형이 반드시 볼록 다각형일 필요는 없다. 예를 들어 아래와 같은 격자다각형은 내부에 6개의 격자점, 변 위에 11개의 격자점이 있으므로 그 넓이가 $\frac{21}{2}$ 이다.



픽의 정리를 활용하여 정삼각형은 격자다각형이 될 수 없음을 보이자. 정삼각형인 격자다각형이 있다고 가정하자. 이 도형의 한 변의 길이를 a 라 하면 이 도형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 이 되는데 격자삼각형이라는 사실로부터 a^2 은 정수이다. 따라서 이 도형의 넓이는 무리수이다. 한편 픽의 정리에 따르면 모든 격자다각형의 넓이는 유리수이므로 모순이다. 결론적으로 정삼각형은 격자다각형이 될 수 없다.

(나) 평면 위의 두 격자점 (a,b) , (c,d) 를 생각하자. 이 두 격자점의 덧셈과 뺄셈을 다음과 같이 정의한다.

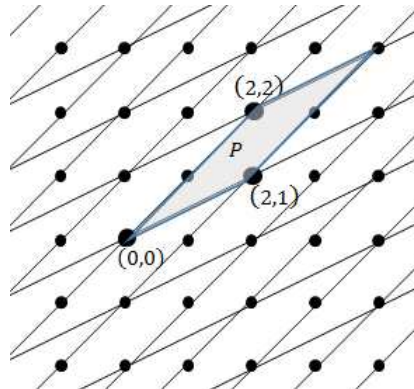
$$(a,b) + (c,d) = (a+c, b+d), \quad (a,b) - (c,d) = (a-c, b-d)$$

두 격자점을 유한 번 더하거나 빼서 평면 위의 모든 격자점을 표현할 수 있으면 이 두 격자점을 **좋은 짝꿍**이라고 하자. 즉, 임의의 격자점 (x,y) 를

$$m(a,b) + n(c,d) = (ma+nc, mb+nd) \quad (\text{단, } m, n \text{은 정수})$$

로 표현할 수 있으면 두 격자점 (a,b) , (c,d) 는 좋은 짝꿍이 된다. 예를 들어, 두 격자점이 $(1,0)$, $(0,1)$ 이면 임의의 격자점 (x,y) 는 $x(1,0) + y(0,1)$ 로 표현할 수 있으므로 $(1,0)$, $(0,1)$ 은 좋은 짝꿍이 된다. 하지만 두 격자점이 $(2,1)$, $(2,2)$ 라면 이 두 점으로는 $(1,1)$ 을 표현할 수 없으므로 이 두 점은 좋은 짝꿍이 아니다.

이제 두 격자점 (a,b) , (c,d) 가 좋은 짝꿍이기 위한 필요충분조건을 찾아보자. 원점과 세 점 (a,b) , (c,d) , $(a+c, b+d)$ 를 꼭짓점으로 하는 평행사변형을 P 라 하자. 원점에서 (a,b) , (c,d) 방향으로 두 직선을 긋고 이 두 직선과 평행하면서 같은 간격을 가지도록 여러 직선을 그어 평행사변형 P 와 합동인 도형이 반복해서 나오도록 하자.



이때 각 평행사변형의 꼭짓점은 정확히 $m(a,b) + n(c,d)$ 꼴로 표현될 수 있음을 알 수 있고 이들 꼭짓점을 제외하고는 $m(a,b) + n(c,d)$ 로 표현될 수 있는 격자점은 없다. 따라서 두 격자점이 좋은 짝꿍일 필요충분조건은 P 의 내부나 변에 네 꼭짓점을 제외한 다른 격자점이 존재하지 않는 것이다. 픽의 정리에 따르면 이러한 P 의 넓이는 1이다. 따라서 (가)에 의하면, 두 격자점 (a,b) , (c,d) 가 좋은 짝꿍이 될 필요충분조건은 $|ad - bc| = 1$ 이다.

한편 좋은 짝꿍인 두 격자점 (a,b) , (c,d) 에 대하여 일차변환 F 의 행렬을 $A = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ 라 하자. 만일 또 다른 두 격자점 (e,f) , (g,h) 가 좋은 짝꿍이라면 이 두 격자점을 일차변환 F 로 보내서 얻어지는 두 점 $(ae+cf, be+df)$, $(ag+ch, bg+dh)$ 역시

$$|(ae+cf)(bg+dh) - (be+df)(ag+ch)| = |(ad-bc)(eh-gf)| = 1$$

을 만족하므로 좋은 짝꿍이 된다.



2015학년도 자연계열 논술고사

자연계열(오전)
(의학과)

[문제 1-1] <15점> 두 격자점 $(6,5)$ 와 $(7,a)$ 가 좋은 짝꿍이라고 하자. $(6,5)$ 를 m 번, $(7,a)$ 를 n 번 더해 $(2015,b)$ 가 될 때, 가능한 $a+b$ 의 값 중 가장 큰 값을 구하라. (단, m, n 은 0 이상의 정수)

[문제 1-2] <15점> 황금 삼각형이란 이등변삼각형 중 밑변과 밑변이 아닌 변사이의 길이의 비가 $1:\varphi$ 인 것을 의미한다. 여기서 φ 는 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 양의 실수해로서 황금비로 불린다. 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 있는지 여부에 대하여 논하라.

[문제 1-3] <20점> 원점 O 를 내부에 포함하고 넓이가 2인 격자 사각형 $ABCD$ 가 있다. 이때, 사각형 $ABCD$ 의 대각선 중 하나는 O 를 지남을 보여라.

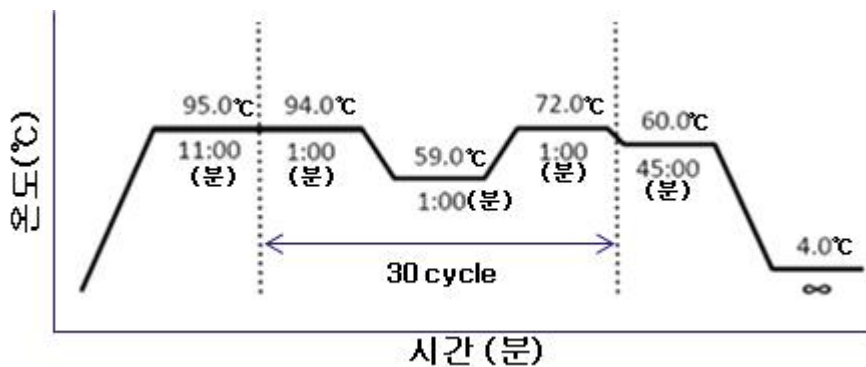


[문제 2] <50점> 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

생명공학기술의 발전으로 현재 인간의 모든 DNA 염기서열을 밝히는 인간유전체 연구프로젝트 (Human Genome Project)가 완료되었다. 유전서열 정보는 질병을 진단하고 예후를 예측하는 등 의학적으로 활발히 활용되고 있다. 유전서열 정보를 분석하기 위한 기법으로는 DNA 지문 분석, 중합효소 연쇄반응, 전기영동 기법을 활용한 다이디옥시 사슬 종결법 등이 활용되고 있다. 또한, 최근에는 유전자의 발현을 한꺼번에 대량으로 손쉽게 검사할 수 있는 기법으로 마이크로어레이 칩 기술 등이 개발되었다. 이와 같은 유전자 검사기술의 발달로 개인의 유전자를 손쉽게 검사할 수 있게 됨에 따라 개개인의 유전정보를 활용한 진단 및 치료 기술을 개발하는 맞춤의료의 실현이 기대되고 있다.

[문제 2-1] <15점> 중합효소 연쇄반응에 대한 설명이다.

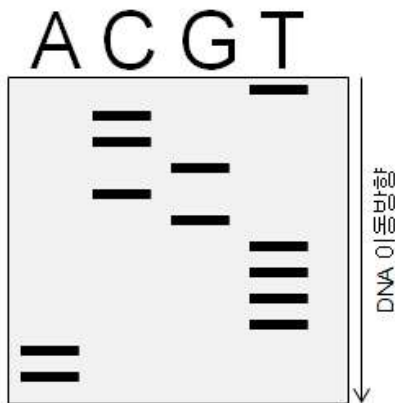
- 1) <10점> 중합효소연쇄반응의 3 단계 과정을 단계별로 설명하라.
- 2) <5점> 다음 그림은 중합효소연쇄반응 실험 조건을 나타낸 그림이다. 실험과정에서 중합반응의 효율은 100% 라고 하자. 이때, 1 분자의 DNA를 포함한 시료 A와 3 분자의 DNA를 포함한 시료 B를 대상으로 실험을 수행하였을 때, 중합반응 후 시료 B와 A의 DNA 분자의 차이 ($B^* - A^*$) 는 중합반응 전의 시료 B와 A의 DNA 분자의 차이 ($B - A$)보다 몇 배 증가하는 지 설명하라. (B^* , A^* 는 반응 후 각 시료의 DNA 분자 양)



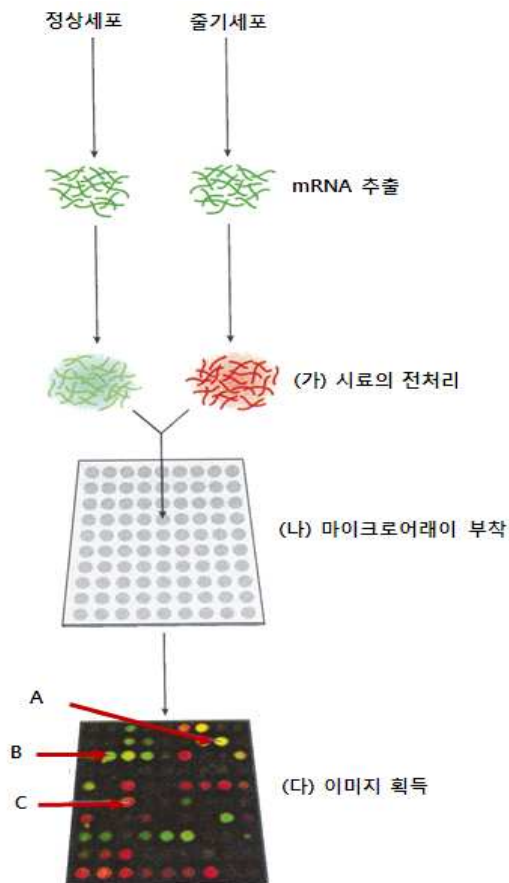
[문제 2-2] <20점> DNA 염기서열 분석법에 대한 설명이다.

- 1) <15점> DNA 염기서열 분석법인 다이디옥시 사슬 종결법의 실험방법에 대해 설명하라.

2) <5점> 다음 그림은 다이디옥시 사슬 종결법을 이용하여 얻어진 전기영동 결과이다. 전기영동의 각 레인은 A, C, G, T 각 염기에 해당하는 ddNTP 와 반응을 시킨 후 검출한 분절을 표시한 결과이다. 실험에 사용된 DNA 주형 가닥의 염기서열은 무엇인가?



[문제 2-3] <15점> 다음 그림은 cDNA 마이크로어레이를 이용하여 분화된 정상 세포와 줄기 세포의 시료를 이용하여 유전자 발현을 검사하는 실험에 대한 모식도이다.





2015학년도 자연계열 논술고사

자연계열(오전)
(의학과)

- 1) <10점> 이 실험 과정의 (가)-(나)-(다) 단계별 실험방법 및 원리를 설명하라.

- 2) <5점> 위 그림 (가) 에서 시료의 전처리 과정에서 줄기세포의 시료는 적색형광 표지를 부착하였고, 정상세포의 시료는 녹색형광 표지를 부착하였다. 그림의 A, B, C 는 유전자의 이름이라고 하였을 때, A는 황색, B는 녹색, C는 적색의 형광 발색이 나타남을 관찰하였다. 이 실험을 통해서 알 수 있는 유전자 발현의 결과를 해석하라.