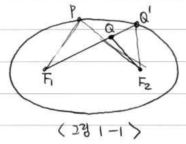
2014 논술 및 심층면접 자료집

자연계열

2013학년도 수시2차 논술고사 답안 작성 사례

1번 문항 (반드시 해당 문항과 일치하여야 함)

[문제 1-1]



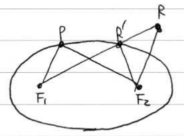
〈그림 1-1〉

우선 직선 F_1Q와 타원의 교점을 Q'라고 하자. Q'는 타원 위의 점이므로 $\overline{F_1P}+\overline{PF_2}=\overline{F_1Q'}+\overline{Q'F_2}$ 이다. — ①

삼각형 QF_2Q'에서, 삼각형의 성질에 따라 $\overline{QF_2}<\overline{QQ'}+\overline{Q'F_2}$ 이다. — ②

그러므로 $\overline{F_1Q}+\overline{QF_2}<\overline{F_1Q}+\overline{QQ'}+\overline{Q'F_2}=\overline{F_1Q'}+\overline{Q'F_2}=\overline{F_1P}+\overline{PF_2}$ 이다.

따라서 $\overline{F_1Q}+\overline{QF_2}<\overline{F_1P}+\overline{PF_2}$ 이다 …… (*)



이번에는 직선 $\overline{F_1R}$과 타원의 교점을 R'라고 하자. 마찬가지로 R'는 타원 위의 점이므로 $\overline{F_1R'}+\overline{R'F_2}=\overline{F_1P}+\overline{PF_2}$ 이다.

삼각형 $R'F_2R$에서 $\overline{R'F_2}<\overline{R'R}+\overline{RF_2}$ 이다.

그러므로 $\overline{F_1P}+\overline{PF_2}=\overline{F_1R'}+\overline{R'F_2}<\overline{F_1R'}+\overline{R'R}+\overline{RF_2}=\overline{F_1R}+\overline{RF_2}$ 이다.

따라서 $\overline{F_1P}+\overline{PF_2}<\overline{F_1R}+\overline{RF_2}$ 이다.

그러므로 $\overline{F_1Q}+\overline{QF_2}<\overline{F_1P}+\overline{PF_2}<\overline{F_1R}+\overline{RF_2}$ 는 성립한다.

[문제 1-2] 직선 l위에 점 P가 아닌 임의의 점 X에 대해 생각해보자. 그러면 점 P는 타원 위에 있고, 점 X는 타원의 외부에 존재한다. 그런데 [문제 1-1]에서 타원 외부에 있는 점에 대해 $\overline{F_1P}+\overline{PF_2}<\overline{F_1X}+\overline{XF_2}$ 가 성립하므로, ~~점 P를~~ 점 F_1에서 직선 l을 거쳐 점 F_2로 가는 최단경로는 점 P를 지나는 경우이다.

이제 점 F_2를 직선 l에 대칭이동한 점을 F_2'라고 하자. 그러면 (나)와 같이 세 점 F_1, P, F_2'는 한 직선 위에 존재하게 된다.

그러므로 $\angle F_1PQ$와 $\angle F_2'PR$은 맞꼭지각으로 같고, $\angle F_2'PR=\angle F_2PR$은 직선 l에 대한 대칭으로 같다.

따라서 $\angle F_1PQ=\angle F_2PR$ 이다.

[문제 1-3] 직선 $\overline{QQ'}$와 포물선의 교점을 H_1이라고 하자. 제시문의 포물선의 정의에 따라 $\overline{FH_1}=\overline{H_1Q'}$ 이다.

$\triangle FQH_1$에서 $\overline{FQ}<\overline{QH_1}+\overline{FH_1}=\overline{QH_1}+\overline{H_1Q'}=\overline{QQ'}$ 이다. 따라서 $\overline{FQ}<\overline{QQ'}$ 이다.

직선 $\overline{RR'}$과 포물선의 교점을 H_2라고 하자. 정의에 따라 $\overline{FH_2}=\overline{H_2R'}$ 이다.

$\triangle FRH_2$에서 $\overline{FR}+\overline{RH_2}>\overline{FH_2}=\overline{H_2R'}=\overline{H_2R}+\overline{RR'}$ 이다. 즉, $\overline{FR}+\cancel{\overline{RH_2}}>\cancel{\overline{RH_2}}+\overline{RR'}$ 이다. 따라서 $\overline{FR}>\overline{RR'}$ 이다.

[문제 1-4] 점 F를 지나고 $\overline{PP'}$에 평행한 선분과 접선 m의 교점을 F'라고 하자. 그리고 $\overline{FF'}$와 직선 l의 교점을 Q, $\overline{FP'}$와 접선 m과의 교점을 R이라고 하자. $\overline{FF'}\parallel\overline{PP'}$ 이므로 $\angle QFP'=\angle PP'R$ 이다. 이 각을 α라고 하자.

직선 l에 평행하고 점 R을 지나는 직선을 m이라고 하고, 그 직선과 $\overline{FF'}$의 교점을 S라고 하자.

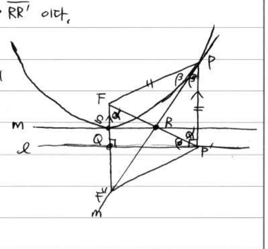
점 S는 이 포물선의 꼭짓점이다. 그러면 삼각형 FQP'에서 $\overline{FS}=\overline{SQ}$ 이므로 $\overline{FR}=\overline{RP'}$ 이다. — ①

그리고 정의에 의해 $\overline{FP}=\overline{PF'}$ — ② 이고, $\overline{PR}$은 공통 — ③ 이므로

①.②.③에 의해 $\triangle PRF\equiv\triangle PRP'$ (SSS 합동) 이다.

그러므로 $\angle P'PR=\angle FPR=\beta$ 이다.

따라서 접선 m은 $\angle FPP'$를 이등분한다.



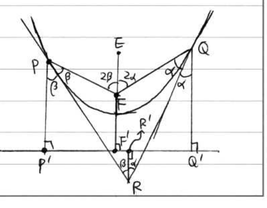
[문제 1-5] 우선 포물선의 준선을 l이라고 하고, 점 P.Q.R.F에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 P', Q', R', F'라고 하자. ~~그리고 ∠~~

그러면 [문제 1-4]에 의해 $\angle P'PR=\angle FPR=\beta$, $\angle FQR=\angle Q'QR=\alpha$ 라고 할 수 있다.

$\overline{F'F}$의 연장선 상의 점을 E라고 하면 $\angle QFE=\angle Q'QF=2\alpha$, $\angle P'PF=\angle EFP=2\beta$ 이다. 이는 $\overline{PP'}\parallel\overline{EF'}\parallel\overline{QQ'}$ 이기 때문이다. 따라서 $\angle PFQ=105°=2(\alpha+\beta)$ 이므로 $\alpha+\beta=52.5°$ 이다 — ①.

같은 방법으로 $\overline{PP'}\parallel\overline{RR'}\parallel\overline{QQ'}$ 임을 이용하면 $\angle P'PR=\angle R'RP=\beta$, $\angle Q'QR=\angle R'RQ=\alpha$ 이므로 ①에 의해

$\angle PRQ=\alpha+\beta=52.5°$ 이다.



이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것