부록 3 문항카드 양식 3 (자연계열 – 수학)

3-1-1. 문항카드 양식 1 (자연계열)

[숭실대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사	
전형명	2019학년도 숭실대학교 신입학 수시 논술고사	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계 [문제1] (A)	
출제 범위	교육과정 과목명	미적분학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	다항식의 적분, 적분과 미분의 관계
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

문제 1-A **다음 논제에 답하시오.**

임의의 연속함수 $f(t)$에 대하여 함수 $F(x)$를

$$F(x) = \int_0^1 f(t)\,|t-x|\,dt$$

라고 할 때, 다음 문항에 답하시오.

(1) 함수 $f(t) = 2t$ 에 대하여 $F\left(\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하시오.

(2) 연속함수 $f(t)$에 대하여 $\int_0^{\frac{1}{2}} f(t)dt = A$ 이고 $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(t)dt = B$ 일 때, 미분계수 $F'\left(\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하시오.

3. 출제 의도 및 해설

이 문제는 주어진 문장과 조건으로부터 올바른 수학식을 유도하고, 다항식의 적분, 적분과 미분의 관계 등을 이용하여 문제를 해결하는 능력을 평가하는 데 그 목적이 있다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

<table>
<tr><td>적용 교육과정</td><td>교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책8] “수학과 교육과정”</td></tr>
<tr><td>관련 성취기준</td><td>
<table>
<tr><th colspan="2">과목명: 미적분 I</th><th>관련</th></tr>
<tr><td rowspan="2">성취기준 1</td><td>(라) 다항함수의 적분법 - 2 정적분</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>미적1423. 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

나) 자료 출처

1) 교과서 내의 자료만 활용한 경우

교과서 내

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
미적분I	류희찬 외 17명	천재 교과서	2015	172		
미적분I	황선욱 외 10명	좋은책 신사고	2014	160		
미적분I	이강섭 외 14명	미래엔	2014	167		

5. 채점 기준

	하위 문항	채점 기준
문제 1-A	(1)	$F\left(\frac{1}{2}\right)=\int_0^{\frac{1}{2}}2t\left(-t+\frac{1}{2}\right)dt+\int_{\frac{1}{2}}^{1}2t\left(t-\frac{1}{2}\right)dt$ 로 표현.
		$F\left(\frac{1}{2}\right)=\left[-\frac{2}{3}t^3+\frac{1}{2}t^2\right]_0^{\frac{1}{2}}+\left[\frac{2}{3}t^3-\frac{1}{2}t^2\right]_{\frac{1}{2}}^{1}=\frac{1}{4}$ 을 구함.
	(2)	$F(x)=\int_0^x f(t)(-t+x)\,dt+\int_x^1 f(t)(t-x)dt$ 로 표현.
		$F(x)=\int_0^x -tf(t)dt+x\int_0^x f(t)dt+\int_x^1 tf(t)dt-x\int_x^1 f(t)dt$.
		$F'(x)=\int_0^x f(t)dt-\int_x^1 f(t)\,dt$ 를 구하고, $F'\left(\frac{1}{2}\right)=\int_0^{\frac{1}{2}}f(t)dt-\int_{\frac{1}{2}}^{1}f(t)\,dt=A-B$.

6. 예시 답안

문제 1-A

(1) 적분구간 $[0,1]$에서 $\left|t-\frac{1}{2}\right|=\begin{cases}-t+\frac{1}{2} & \left(0 \le t \le \frac{1}{2}\right)\\ t-\frac{1}{2} & \left(\frac{1}{2}< t \le 1\right)\end{cases}$ 이다. 따라서

$$F\left(\frac{1}{2}\right)=\int_0^{\frac{1}{2}} 2t\left(-t+\frac{1}{2}\right)dt+\int_{\frac{1}{2}}^1 2t\left(t-\frac{1}{2}\right)dt=\left[-\frac{2}{3}t^3+\frac{1}{2}t^2\right]_0^{\frac{1}{2}}+\left[\frac{2}{3}t^3-\frac{1}{2}t^2\right]_{\frac{1}{2}}^1$$
$$=-\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{2^3}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{4}$$

(2) $\int_0^{\frac{1}{2}} f(t)dt=A$와 $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(t)dt=B$인 연속함수 $f(t)$가 주어졌을 때, 구간 $[0,1]$에서 함수 $F(x)$는 다음과 같이 정리된다.

$$F(x)=\int_0^x f(t)(-t+x)dt+\int_x^1 f(t)(t-x)dt$$
$$=\int_0^x -tf(t)dt+x\int_0^x f(t)dt+\int_x^1 tf(t)dt-x\int_x^1 f(t)dt$$
$$=\int_0^x -tf(t)dt+x\int_0^x f(t)dt-\int_1^x tf(t)dt+x\int_1^x f(t)dt$$

$F(x)$를 미분하면

$$F'(x)=-xf(x)+\int_0^x f(t)dt+xf(x)-xf(x)+\int_1^x f(t)dt+xf(x)$$
$$=\int_0^x f(t)dt-\int_x^1 f(t)dt$$

이므로, $F'\left(\frac{1}{2}\right)=\int_0^{\frac{1}{2}} f(t)dt-\int_{\frac{1}{2}}^1 f(t)dt=A-B$ 이다.

3-1-2. 문항카드 양식 2 (자연계열)

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사	
전형명	2019학년도 숭실대학교 신입학 수시 논술고사	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계 [문제1] (B)	
출제 범위	교육과정 과목명	기하와 벡터
	핵심개념 및 용어	좌표공간에서의 두 점 사이의 거리, 평면과 구의 방정식
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

문제 1-B 다음 논제에 답하시오.

좌표공간에서 구 $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5^2$을 S_1이라 하고, 두 점 $A(1,-2,3)$, $B(3,2,-1)$로부터 같은 거리에 있는 점들로 이루어진 평면을 S_2라 하자. 구 S_1과 평면 S_2가 만나서 생기는 원을 α라 할 때, 다음 문항에 답하시오.

(1) 점 $P(4,-3,8)$에서 평면 S_2에 내린 수선의 발을 T라고 할 때, 점 T의 좌표를 구하시오.

(2) 원 α의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하시오.

(3) 점 $P(4,-3,8)$와 원 α 위의 점 사이의 거리의 최솟값을 구하시오.

3. 출제 의도 및 해설

이 문제는 주어진 문장과 조건으로부터 올바른 수학식을 유도하고, 좌표공간에서의 두 점 사이의 거리, 평면과 구의 방정식 등을 이용하여 문제를 해결하는 능력을 평가하는데 그 목적이 있다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

<table>
<tr><td>적용 교육과정</td><td>교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책8] “수학과 교육과정”</td></tr>
<tr><td>관련 성취기준</td><td>
<table>
<tr><th colspan="2">과목명: 미적분 I</th><th>관련</th></tr>
<tr><td>성취기준 1</td><td>[기하와 벡터]- ㈐ 공간도형과 공간벡터 - ② 공간좌표
기벡1321/1322. 좌표공간에서 점의 좌표를 이해하고, 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.</td><td></td></tr>
<tr><td>성취기준 2</td><td>[기하와 벡터]- ㈐ 공간도형과 공간벡터 - ③ 공간벡터
기벡1333. 좌표공간에서 벡터를 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있다.</td><td></td></tr>
<tr><td>성취기준 3</td><td>[기하와 벡터]- ㈐ 공간도형과 공간벡터 - ③ 공간벡터
기벡1334. 좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면의 방정식과 구의 방정식을 구할 수 있다.</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

나) 자료 출처

1) 교과서 내의 자료만 활용한 경우

교과서 내

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
기하와 백터	이강섭 외 14명	미래엔	2014	152, 199		
기하와 백터	황선욱 외 10명	좋은책 신사고	2014	128, 166		
기하와 백터	우정호 외 24명	동아출판	2014	180, 218		

5. 채점 기준

	하위 문항	채점 기준
문제 1-B	(1)	평면 S_2의 방정식 $x+2y-2z=0$을 구함.
		$P(4,-3,8)$에서 평면 S_2에 내린 수선의 발 $T(6,1,4)$를 구함.
	(2)	원 α의 중심 $C(2,-1,0)$을 구함.
		원 α의 반지름의 길이 $r=\sqrt{r_1^2-\overline{C_1C}^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.
	(3)	$\overline{PG}^2=\overline{PT}^2+\overline{TG}^2$의 관계식, $\overline{PT}=6$, $\overline{CT}=6$, $\overline{CG}=r=4$를 이용하여 $\overline{TG}=2$를 구함.
		점 P와 원 α 위의 점 사이의 거리의 최솟값 $\overline{PG}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$을 구함.

6. 예시 답안

문제 1-B

(1) 평면 S_2는 두 점 A, B의 중점 $(2,0,1)$을 지나고 법선벡터가 $\vec{n}=(1,2,-2)$ ($\overrightarrow{AB}$에 평행)이므로, 평면 S_2의 방정식은

$$(x-2)+2y-2(z-1)=0,\ \text{즉}\ x+2y-2z=0$$

이다. 점 $P(4,-3,8)$을 지나고 평면 S_2에 수직인 직선 위의 점들은

$$T(x,y,z)=(4+t,-3+2t,8-2t)\ (\text{단, } t\text{는 실수})$$

로 표현되고, 이를 평면의 식에 대입하면

$$(4+t)+2(-3+2t)-2(8-2t)=9t-18=0$$

이 된다. $t=2$이므로, 점 P에서 평면 S_2에 내린 수선의 발은 $T(6,1,4)$이다.

(2) 원 α의 중심 $C(x,y,z)$는 구 S_1의 중심 $C_1(3,1,-2)$를 평면 S_2에 내린 수선의 발이다. 구의 중심 C_1을 지나고 평면 S_2에 수직인 직선 위의 점들은

$$C(x,y,z)=(3+t,1+2t,-2-2t)\ (\text{단, } t\text{는 실수})$$

로 표현되고, 이를 평면의 식에 대입하면

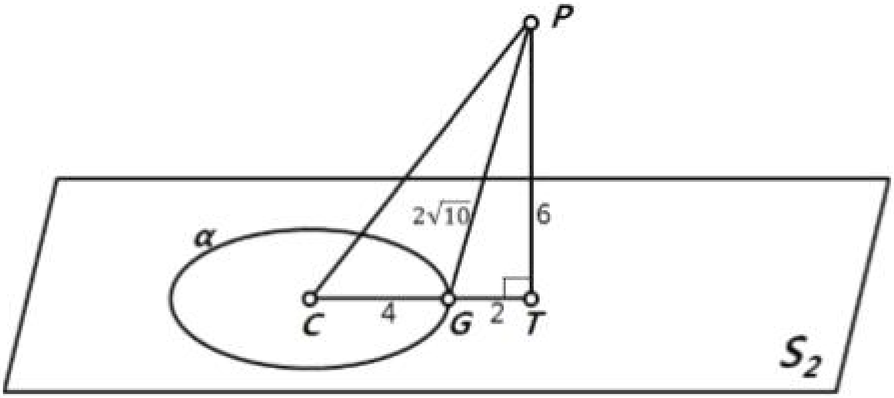
$$(3+t)+2(1+2t)-2(-2-2t)=9t+9=0$$

이다. $t=-1$이므로, 원 α의 중심은 $C(2,-1,0)$이다.
구 S_1의 반지름의 길이는 $r_1=5$이고, $\overline{C_1C}=3$이므로 원 α의 반지름의 길이 r는 다음과 같다.

$$r=\sqrt{r_1^2-\overline{C_1C}^{\,2}}=\sqrt{5^2-3^2}=4.$$

(3) 점 $P(4,-3,8)$과 원 α 위의 점 사이의 거리의 최솟값은 점 P의 평면 S_2로의 수선의 발 $T(6,1,4)$와 원 α 위의 점 사이의 거리의 최솟값에 의해 결정된다. 즉, 점 T와 원 α의 중심 C를 연결한 선분 CT와 원 α가 만나는 점을 G라고 하면, 점 P와 원 α 위의 점 사이의 거리의 최솟값은 $\overline{PG}$이다. (그림 1 참고)
$\overline{PG}^{\,2}=\overline{PT}^2+\overline{TG}^{\,2}$에서 $\overline{PT}=6$이므로 $\overline{TG}$의 값을 구하면 된다. $\overline{CT}=6$이고 $\overline{CG}=r=4$이므로 $\overline{TG}=2$이다. 따라서 점 P와 원 α 위의 점 사이의 거리의 최솟값은 다음과 같다.

$$\overline{PG}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$$



<그림 1>

부록 4 문항카드 양식 4 (자연계열 – 과학)

3-2-1. 문항카드 양식 3 (자연계열)

[숭실대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사	
전형명	2019학년도 숭실대학교 신입학 수시 논술고사	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / [문제2] (A)	
출제 범위	교육과정 과목명	화학 I
	핵심개념 및 용어	몰, 분자량, 화학 반응식
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

문제 2-A 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오.

가. 화학 반응식

원소 기호를 이용하여 복잡한 화합물을 화학식으로 간단히 나타내듯이, 화학식을 이용하여 화학적 변화를 나타낸 것을 화학 반응식이라 한다. 화학 반응식에서 각 물질의 계수비는 반응에 관여한 물질의 분자 수비와 몰수비 및 기체의 부피비를 의미한다. 화학 반응식을 이용하면 반응물의 양만으로도 생성물이 얼마나 생길지 예상할 수 있고, 생성물의 양으로 얼마만큼의 물질이 반응에 쓰였는지 알 수 있다. 이 때 물질의 양은 몰이나 부피, 질량, 입자 수 등 어떤 것으로도 나타낼 수 있다.

나. 몰과 분자량

화학에서는 원자 수나 분자 수를 나타내기 위하여 몰(mole)이라는 묶음 단위를 사용하고, 그 단위로 몰(mol)을 쓴다. 1몰은 6.02×10^{23}개의 입자를 의미하며 이 수를 아보가드로수라 한다. 분자량은 분자를 구성하는 모든 원자들의 원자량을 합한 값이며 원자량과 분자량은 상대적인 값이므로 단위가

> 없다. 그러나 실제 화학 반응에서 화합물의 질량을 계산할 때에는 단위가 필요하기 때문에 원자량이나 분자량 뒤에 그램(g)을 붙인 그램원자량이나 그램분자량을 사용한다.
> 아보가드로의 법칙은 ‘기체의 종류에 관계없이 같은 온도와 압력에서는 같은 부피 속에 같은 수의 기체 분자가 들어 있다.’는 것으로 1811년 아보가드로가 제안하였다. 그 후 모든 기체는 표준상태(0℃, 1기압)에서 22.4 L의 부피 중에 6.02×10^{23}개의 분자가 포함되어 있다는 사실이 알려졌다.
> [출처: 화학 I 「화학의 언어」]

(1) 하이드라진(N_2H_4)과 사산화 이질소(N_2O_4)의 혼합물은 로켓의 연료로 사용되며, 이들이 반응하면 질소 기체(N_2)와 수증기(H_2O)가 생성된다. 위 반응에 대한 균형 반응식을 쓰고, N_2H_4과 N_2O_4를 각각 46.0 g씩 섞어 반응을 완결시켰을 때, 발생된 질소 기체의 표준상태에서의 부피를 구하시오. (단, H, N, O의 원자량은 각각 1, 14, 16이다.)

(2) 다음은 A와 B가 반응하여 C를 생성하는 화학 반응식이고, A에 대한 B의 분자량 비$\left(\frac{M_B}{M_A}\right)$는 k이다.

$$A + 2B \rightarrow 3C$$

반응 전, A와 B의 질량은 각각 m_A와 m_B이고, 합이 w로 일정($m_A + m_B = w$)하다. A와 B의 반응을 완결시켰을 때, 반응 후 남아 있는 A의 몰수가 반응 전 A와 B의 총 몰수의 $\frac{1}{2}$이 되는 m_A를 w와 k로 나타내시오. (단, 반응 전에는 A와 B만 존재한다.)

3. 출제 의도 및 해설

아보가드로수와 몰의 의미를 이해하여 화학 반응을 화학 반응식으로 표현할 수 있는지를 평가하고, 화학 반응식으로부터 반응물과 생성물을 판단하여 몰-질량, 몰-부피, 질량-부피 등의 양적 관계를 환산하는 능력을 평가하고자 한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

<table>
<tr><td>적용 교육과정</td><td>교육과학기술부 고시 제2009-41호 “과학과 교육과정”</td></tr>
<tr><td>관련 성취기준</td><td>
<table>
<tr><th colspan="2">과목명: 화학 I</th><th>관련</th></tr>
<tr><td>성취
기준
1</td><td>화1104. 아보가드로의 수와 몰의 의미를 설명할 수 있다.</td><td></td></tr>
<tr><td>성취
기준
2</td><td>화1105-1. 화학 반응을 화학 반응식으로 나타내고, 그 의미를 설명할 수 있다.</td><td></td></tr>
<tr><td>성취
기준
3</td><td>화1105-2. 원자량과 분자량 등을 이용하여 화학 반응식에서 반응물과 생성물의 양적 관계를 구할 수 있다.</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

나) 자료 출처

1) 교과서 내의 자료만 활용한 경우

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
화학 I	박종석 외 4인	교학사	2011	38-41		요약
화학 I	류해일 외 7인	비상 교육	2011	31-47		요약
화학 I	김희준 외 8인	상상아카데미	2011	30-46		요약
화학 I	노태희 외 7인	천재 교육	2011	25-49		요약

5. 채점 기준

하위 문항	채점 기준
문제 2-A (1)	$2N_2H_4 + N_2O_4 \rightarrow 3N_2 + 4H_2O$ - 반응 계수의 비가 일치하면 정답으로 인정 예) $N_2H_4 + \frac{1}{2}N_2O_4 \rightarrow \frac{3}{2}N_2 + 2H_2O$
	생성되는 N_2 기체의 몰수 $= 3 \times$ 반응한 N_2O_4의 몰수
	생성되는 N_2 기체의 부피 $= 3 \times$ 반응한 N_2O_4의 몰수(mol) $\times 22.4$ (L/mol) $= 3 \times \frac{46.0}{92}$(mol) $\times 22.4$ (L/mol) $= 33.6$ L 별해와 같이 이상 기체 상태 방정식을 이용한 경우도 인정
문제 2-A (2)	반응 전 A와 B의 몰수: $n_A = \frac{m_A}{M_A}$, $n_B = \frac{m_B}{M_B} = \frac{w - m_A}{k M_A}$
	반응 후 남아 있는 A의 몰수 $n'_A = n_A - \frac{1}{2}n_B = \frac{1}{2}(n_A + n_B)$ 정리하여 $\frac{1}{2}n_A = n_B$ 또는 $\frac{1}{2}\frac{m_A}{M_A} = \frac{w - m_A}{k M_A}$로 표현하여도 인정
	$\frac{1}{2}\frac{m_A}{M_A} = \frac{w - m_A}{k M_A}$로부터 $m_A = \frac{2w}{k+2}$

6. 예시 답안

문제 2-A

(1) 반응식을 $a\mathrm{N_2H_4} + b\mathrm{N_2O_4} \rightarrow c\mathrm{N_2} + d\mathrm{H_2O}$ 라 하고, 각 원소의 개수들을 비교하면 $a+b=c$, $d=2a$, $d=4b$임을 알 수 있다. b에 대해 정리하면, $a=2b$, $c=3b$, $d=4b$이므로 최소 정수비로 나타내면 반응식은 다음과 같다.

$$2\mathrm{N_2H_4} + \mathrm{N_2O_4} \rightarrow 3\mathrm{N_2} + 4\mathrm{H_2O}$$

$\mathrm{N_2H_4}$와 $\mathrm{N_2O_4}$의 분자량은 각각 32와 92이고 $\mathrm{N_2H_4}$와 $\mathrm{N_2O_4}$가 2:1의 몰 수 비로 반응하므로 $\mathrm{N_2O_4}$의 몰수 $\left(\frac{46.0}{92}\right) \times 2 <$ $\mathrm{N_2H_4}$의 몰수$\left(\frac{46.0}{32}\right)$가 되어 $\mathrm{N_2O_4}$가 한계 반응물임을 알 수 있다. 그러므로 반응은 $\mathrm{N_2O_4}$가 모두 소진될 때까지 진행된다.

1몰의 $\mathrm{N_2O_4}$가 반응하면 3몰의 $\mathrm{N_2}$가 발생하므로 생성되는 $\mathrm{N_2}$의 부피는 다음과 같다.

생성되는 $\mathrm{N_2}$의 부피 $= 3 \times$반응한 $\mathrm{N_2O_4}$의 몰수(mol) $\times 22.4$ (L/mol)

$$= 3 \times \frac{46.0}{92}\,(\mathrm{mol}) \times 22.4\ (\mathrm{L/mol}) = 33.6\,\mathrm{L}$$ 이다.

(별해)

발생된 $\mathrm{N_2}$의 부피를 계산할 때, 이상 기체 상태 방정식, $pV=nRT$를 사용해도 무방

$$V=\frac{nRT}{p}=\frac{3\times\frac{46.0}{92}(\mathrm{mol})\times 0.0821(\mathrm{atm\,L\,mol^{-1}K^{-1}})\times 273.15(\mathrm{K})}{1(\mathrm{atm})}=33.6\,\mathrm{L}$$

단위는 표시하지 않아도 됨.

(2) 초기 조건: $m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}=w$, 분자량 비: $\frac{\mathrm{M_B}}{\mathrm{M_A}}=k$

반응식:	A	+	2B	→	3C
반응 전 몰수:	$n_\mathrm{A}=\frac{m_\mathrm{A}}{\mathrm{M_A}}$		$n_\mathrm{B}=\frac{m_\mathrm{B}}{\mathrm{M_B}}=\frac{w-m_\mathrm{A}}{k\mathrm{M_A}}$		
반응 후 몰수:	$n'_\mathrm{A}=n_\mathrm{A}-\frac{1}{2}n_\mathrm{B}$		0		

반응 전 A와 B의 총 몰수: $n_{tot}=n_\mathrm{A}+n_\mathrm{B}$

반응 후 남아 있는 A의 몰수: $n'_\mathrm{A}=n_\mathrm{A}-\frac{1}{2}n_\mathrm{B}$

문제의 조건에 의해 $n'_{\mathrm{A}} = \frac{1}{2}n_{tot}$이므로 $n_{\mathrm{A}} - \frac{1}{2}n_{\mathrm{B}} = \frac{1}{2}(n_{\mathrm{A}} + n_{\mathrm{B}})$가 되어

$\frac{1}{2}n_{\mathrm{A}} = n_{\mathrm{B}}$ 라는 관계가 성립하여야 한다. 즉, $\frac{1}{2}\frac{m_{\mathrm{A}}}{\mathrm{M_A}} = \frac{w - m_{\mathrm{A}}}{k\mathrm{M_A}}$. 이 식을 m_{A}에

대하여 정리하면, $m_{\mathrm{A}} = \frac{2w}{k+2}$이다.

3-2-2. 문항카드 양식 4 (자연계열)

1. 일반 정보

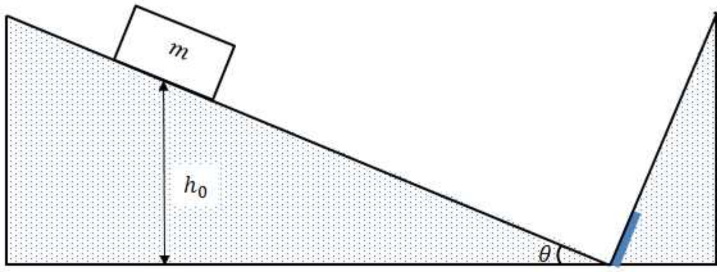
유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	2019학년도 숭실대학교 신입학 수시 논술고사	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / [문제2] (B)	
출제 범위	교육과정 과목명	물리 I
	핵심개념 및 용어	역학적 에너지, 운동에너지, 퍼텐셜 에너지, 충격량
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

문제 2-B 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오.

- **역학적 에너지 보존 법칙:** 물체에 일을 하면 물체는 운동을 하거나 위치가 바뀐다. 물체가 운동함으로써 운동 에너지를 가지며, 물체의 위치가 달라짐으로써 퍼텐셜 에너지가 달라진다. 역학적 에너지는 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합으로 정의된다. 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지는 운동하는 동안 서로 전환된다. 그러나 운동과정에 에너지 손실을 야기하는 요소가 없다면, 그 합인 역학적 에너지는 늘 일정하다.
- **운동 에너지:** 질량이 m인 물체가 속력 v로 움직일 때, 운동 에너지 K는 $K=\frac{1}{2}mv^2$이다.
- **중력 퍼텐셜 에너지:** 중력이 작용하는 환경에서 물체가 특정 위치로 올라가 있을 때 가지는 에너지가 중력 퍼텐셜 에너지이다. 중력 가속도를 g라 하면, 질량 m인 물체가 지표면 위 높이 h에 위치할 때, 지표면을 기준으로 한 중력 퍼텐셜 에너지 U는 $U=mgh$이다.

[출처: 물리 I 「시간, 공간, 운동」]



<그림 1>

<그림 1>과 같이 마찰이 없는 경사면을 따라 질량이 m인 물체가 미끄러져 내려와 벽면에 충돌한다. 경사면의 각도는 θ이고, 충돌 면에는 완충장치가 있어 충돌 후 되돌아 올라가는 물체의 속력을 줄여 준다. 즉, 충돌 직전의 속력을 v라 하면 충돌 직후의 속력은 $v' = kv$ $(0 < k < 1)$이다. 물체의 처음 높이가 h_0일 때, 다음 문항에 답하시오. (단, 물체의 크기는 무시하고, 중력 가속도의 크기는 g라 한다.)

(1) 이 물체가 첫 번째 충돌 후 되돌아 올라가는 최대 높이를 처음 높이 h_0로 나타내시오.

(2) 이 물체가 처음 높이 h_0에서 시작하여 정지할 때까지 충돌을 반복할 때, 경사면을 따라 움직인 총 이동거리를 구하시오.

3. 출제 의도 및 해설

충격량에 의한 운동량의 변화와 역학적 에너지 보존법칙을 이해하고, 이를 통한 물체의 운동을 분석하는 능력을 평가한다.
제시문은 역학적 에너지 보존 법칙에 대한 내용으로「물리 I」의 '시간, 공간, 운동' 단원에서 다루어진다. 이 법칙은 물체의 운동과정에 대한 정보 없이도 처음과 나중의 상태를 분석하는데 편리한 도구로 사용될 수 있다. 본 문항에서는 역학적 에너지 보존법칙을 이용해, 벽면이 주는 충격량에 의해 변화한 속력을 갖는 물체의 총 이동경로를 계산하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제2009-41호 “과학과 교육과정”
관련 성취기준	(아래 표)

과목명: 물리 I		관련
성취기준 1	물1114-2. 스포츠 등 실생활에서 충격량과 운동량의 개념을 설명할 수 있다.	
성취기준 2	물1115-1. 등가속도 운동에서 일-운동 에너지의 정리를 설명할 수 있다. 물1115-2. 퍼텐셜 에너지와 역학적 에너지, 역학적 에너지 보존법칙을 설명할 수 있다.	

나) 자료 출처

1) 교과서 내의 자료만 활용한 경우

교과서 내

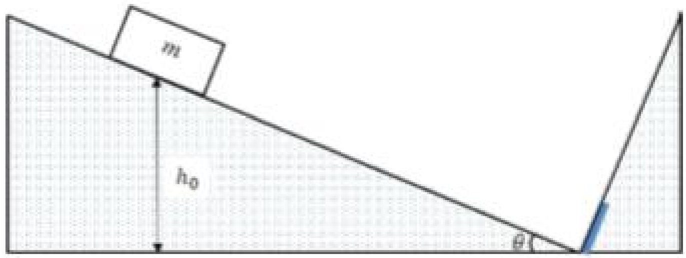
도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
물리 I	곽성일 외	천재교육	2017	36-45		요약
물리 I	김영민 외	교학사	2018	47-59		요약

5. 채점 기준

하위 문항	채점 기준
문제 2-B (1)	충돌 직후의 운동에너지는 되튀어 올라가는 최고 높이에서의 퍼텐셜 에너지와 같으므로 이 높이를 h_1이라 하면, $$mgh_1 = \frac{1}{2}mv'^2.$$
	$mgh_1 = \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}m(kv)^2 = mgh_0k^2$. 그러므로 $h_1 = k^2h_0$.
문제 2-B (2)	수직 방향의 높이 차이 h와 경사면에서의 이동거리 l 사이의 관계는 $$l = \frac{h}{\sin\theta}$$
	n번째 튀어 오르는 높이를 h_n이라고 하면, 문항 (1)의 결과로부터 $$h_n = k^2h_{n-1}.$$ 총 이동거리 L은 $$L = \frac{1}{\sin\theta}(h_0 + 2h_1 + 2h_2 + \cdots) = \frac{1}{\sin\theta}(h_0 + 2k^2h_0 + 2k^4h_0 + \cdots).$$
	합을 구하면 총 이동거리 L은 $$L = \frac{h_0}{\sin\theta}\left(1 + \frac{2k^2}{(1-k^2)}\right) = \frac{h_0}{\sin\theta}\left(\frac{1+k^2}{1-k^2}\right).$$

6. 예시 답안

문제 2-B



<그림 1>

물체의 질량 m, 경사면의 각도 θ, 물체의 처음 높이 h_0.

충돌 직후의 속력 v'과 충돌의 직전의 속력 v의 관계는 $v' = kv$ $(0 < k < 1)$이다.

(단, 물체의 크기는 무시하고, 중력가속도의 크기는 g라 한다.)

(1) 첫 번째 충돌 후 올라가는 최대 높이:

경사면에는 마찰이 없어 경사면의 운동과정에서는 역학적 에너지가 보존되므로,

처음의 퍼텐셜 에너지는 충돌 직전의 운동에너지와 같다. $mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2$.

충돌 직후의 운동에너지는 되튀어 올라가는 최고 높이에서의 퍼텐셜 에너지와 같으므로 이 높이를 h_1이라 하면,

$mgh_1 = \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}m(kv)^2 = mgh_0k^2$.

그러므로 $h_1 = k^2h_0$.

(2) 정지할 때까지 경사면을 따라 움직인 총 이동거리:

수직 방향의 높이 차이 h와 경사면에서의 이동거리 l 사이의 관계는 $l = \frac{h}{\sin\theta}$이다.

n번째 튀어 오르는 높이를 h_n이라고 하면, 문항 (1)의 결과로부터 $h_n = k^2h_{n-1}$.

총 이동거리 L은

$$L = \frac{1}{\sin\theta}(h_0 + 2h_1 + 2h_2 + \cdots) = \frac{1}{\sin\theta}(h_0 + 2k^2h_0 + 2k^4h_0 + \cdots) = \frac{h_0}{\sin\theta}\left(1 + \frac{2k^2}{(1-k^2)}\right)$$
$$= \frac{h_0}{\sin\theta}\left(\frac{1+k^2}{1-k^2}\right).$$

(별해)
물체가 처음 높이 h_0에서 정지상태가 아니라고 가정한 경우:
(1) 첫 번째 충돌 후 올라가는 최대 높이:
경사면에는 마찰이 없어 경사면의 운동과정에서는 역학적 에너지가 보존되므로,
처음 높이 h_0에서의 속도를 v_0라 하면,
처음의 역학적 에너지는 충돌 직전의 운동에너지와 같다: $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2$.
충돌 직후의 운동에너지는 되튀어 올라가는 최고 높이에서의 퍼텐셜 에너지와 같으므로 이 높이를 h_1이라 하면,

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}m(kv)^2 = \frac{1}{2}mk^2(v_0^2 + 2gh_0).$$

그러므로

$$h_1 = k^2\left(\frac{v_0^2}{2g} + h_0\right).$$

(2) 정지할 때까지 경사면을 따라 움직인 총 이동거리:
수직 방향의 높이 차이 h와 경사면에서의 이동거리 l 사이의 관계는 $l = \frac{h}{\sin\theta}$이다.

n번째 튀어 오르는 높이를 h_n이라고 하면, 문항 (1)의 결과로부터 $h_n = k^2h_{n-1}$.

총 이동거리 L은

$$L = \frac{1}{\sin\theta}(h_0 + 2h_1 + 2h_2 + \cdots) = \frac{1}{\sin\theta}(h_0 + 2h_1 + 2k^2h_1 + 2k^4h_1 + \cdots)$$
$$= \frac{1}{\sin\theta}\left(h_0 + \frac{2h_1}{1-k^2}\right) = \frac{1}{\sin\theta}\left(h_0 + \frac{2k^2}{1-k^2}\left(h_0 + \frac{v_0^2}{2g}\right)\right)$$
$$= \frac{h_0}{\sin\theta}\left(\frac{1+k^2}{1-k^2}\right) + \frac{1}{\sin\theta}\frac{k^2v_0^2/g}{(1-k^2)}.$$