◈ 출제방향(취지) 및 교과서 관련여부 및 근거(출제문제 해설 포함) ◈

[자연 문제1번]

[출제의도]
본 문제는 유리함수와 초월함수의 적분법, 도함수, 수열 등의 수학적 기본 개념을 이해하고, 이를 넓이, 최적화, 수열의 합에 응용할 수 있는 문제해결능력을 평가하는 데 그 목적이 있다.

문항 번호		세부 평가항목
문제 1	(1)	- $f(t)=t^2-1$, $g(t)=\ln t$, $h(t)=\frac{\ln t}{t^2}$를 바르게 계산 - $\frac{d}{dt}h(t)=\frac{1}{t^3}(1-2\ln t)$를 바르게 계산 - $t=\sqrt{e}$에서 최댓값임을 바르게 판정함
	(2)	- 제일 아랫면이 변이 n개인 삼각형임을 알고, 공의 개수 $\frac{n(n+1)}{2}$을 정확히 계산 - 구하고자 하는 값이 $\sum_{k=1}^{n}\frac{k^2+k}{2}$임을 바르게 유도 - 전체의 합 $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$을 바르게 계산

[예시 답안]

(1) $t>1$에서 두 함수 $f(t)$와 $g(t)$를 정의하면 다음과 같다.

$$f(t)=\int_1^t 2x\,dx=t^2-1$$

$$g(t)=\int_1^t \frac{1}{x}\,dx=\ln t$$

따라서,

$$h(t)=\frac{\ln t}{t^2}$$

이다. 함수 $h(t)$의 도함수는

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}h(t)&=\frac{1}{t}\cdot\frac{1}{t^2}+\ln t\cdot(-2)\cdot\frac{1}{t^3}\\&=\frac{1}{t^3}(1-2\ln t)\end{aligned}$$

이다. $\frac{d}{dt}h(t)=0$인 t는 유일하게 $\ln t=\frac{1}{2}$일 때 존재한다.

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dt^2}h(t)&=(-3)\cdot\frac{1}{t^4}\cdot(1-2\ln t)-2\cdot\frac{1}{t^4}\\&=-\frac{1}{t^4}\cdot(5-6\ln t)\end{aligned}$$

이므로 $\frac{d^2}{dt^2}h(t)$는 $\ln t=\frac{1}{2}$일 때 음수이다.

따라서 $t=\sqrt{e}$일 때 $h(t)$가 최대가 되며 최댓값은 $\frac{1}{2e}$이다.

(2) 이 사면체의 제일 밑면은 한 변이 n개인 삼각형이다. 이 삼각형을 이루는 공의 개수는 을 만드는 공의 개수는

$1+2+\dots+n=\sum_{i=i}^{n} i=\frac{n(n+1)}{2}$이다.

이때, n개의 층으로 이루어진 정사면체를 이루는 공의 개수를 a_n이라고 하면, a_n은 위에서부터 1단, 2단,...n단을 이루는 공의 개수의 합으로 표현할 수 있다. 이때, k번째 단의 공의 개수는 한변이 k개인 정사면체의 제일 밑면의 공의 개수와 같다.
따라서 a_n은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$a_n=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(k^2+k)=\frac{1}{2}\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{n(n+1)}{2}\right)=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

[자연 문제2번]

[출제의도]

본 문제는 빗방울의 형성과 낙하 현상으로부터 발생하는 자연 현상을 화학평형의 관점에서 추론하고, 이를 물체의 운동을 기술하는 뉴턴 법칙, 역학적 에너지 보존 등을 적용하여 과학적으로 해석할 수 있는 능력을 평가하고자 함에 그 목적을 둔다.

문항 번호		세부 평가항목
문제 2	(1)	- 초기 상태 CO2(aq)로부터 생성된 H+(aq)의 농도만큼 농도 변화가 발생하고, 이를 통해 새로운 평형에 도달함을 농도표의 형태로 바르게 표현 - $K_H P_{CO_2} - x \simeq K_H P_{CO_2}$임을 명시 - 수소이온 농도 [H+] = 2×10^{-5} M을 정확히 계산
	(2)	- 빗방울에 작용하는 알짜 힘 $F = -mg + 0.2D^2v^2$을 바르게 표현 - $-mg + 0.2D^2v_f^2 = 0$로부터 $v_f = \sqrt{\frac{mg}{0.2D^2}} = \sqrt{\frac{(\rho\pi D^3/6)g}{0.2D^2}}$를 바르게 계산 - $v_f = 5\,\mathrm{m/s}$ 단위를 포함하여 정확한 결과 계산
	(3)	- 역학적 에너지는 $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ - 생성 초기 $E_i = mgh$, 지면에서 $E_f = \frac{1}{2}mv_f^2$. - $\frac{E_f}{E_i} = \frac{mv_f^2/2}{mgh} = \frac{v_f^2}{2gh} = \frac{5^2}{2\times10\times500} = 0.0025$, 즉, 0.25% 정확한 계산 결과

[예시 답안]

(1) 부분 압력 P_{CO_2} = 0.025 atm 일 때, 물 속에 존재하는 CO2의 농도는 제시문 (가)의 헨리에 법칙에 의해 [CO2] = $K_H P_{CO_2}$ 이다.

물 속에 존재하는 CO2에 의해 H2CO3가 형성되며 이로부터 발생하는 수소이온의 농도 [H+]를 x 라고 하면 다음과 같은 과정을 통해 계산할 수 있다.

평형 반응식	$CO_2(aq)\ +\ H_2O(l) \rightleftharpoons$	$H^+(aq)$	$+\ HCO_3^-(aq)$
초기 상태 농도	$K_H P_{CO_2}$	0	0
반응 후의 변화량	$-x$	$+x$	$+x$
평형 상태 농도	$K_H P_{CO_2} - x$	x	x

따라서 CO2에 의한 빗물 속 H+의 해리 반응의 평형 상수는 x로 표현할 수 있다.

$$K_{tot} = \frac{[H^+][HCO_3^-]}{[CO_2]} = \frac{x^2}{K_H P_{CO_2} - x} = 4\times10^{-7}$$

K_{tot}이 매우 작으므로 변화량 x는 $K_H P_{CO_2}$보다 매우 작으므로 $K_H P_{CO_2} - x \simeq K_H P_{CO_2}$이다.
따라서,

$$x = \sqrt{(4 \times 10^{-7}) \times (0.025 \times 0.04)} = \sqrt{4 \times 10^{-10}} = 2 \times 10^{-5}$$

빗물 속 수소 이온의 농도 [H+] 는 2×10^{-5} M 이다.

(2) 빗방울에 작용하는 알짜 힘은 $F = -mg + 0.2D^2v^2$.
아랫방향으로 작용하는 중력은 빗방울을 가속시키고 공기의 저항력은 윗방향으로 작용한다.
속력이 증가함에 따라 저항력도 증가하고 알짜 힘은 줄어든다. 저항력의 크기가 중력의 크기에 수렴하면 알짜 힘이 영에 수렴하고 빗방울은 일정한 속력을 가질 것이다.
$-mg + 0.2D^2v_f^2 \cong 0$

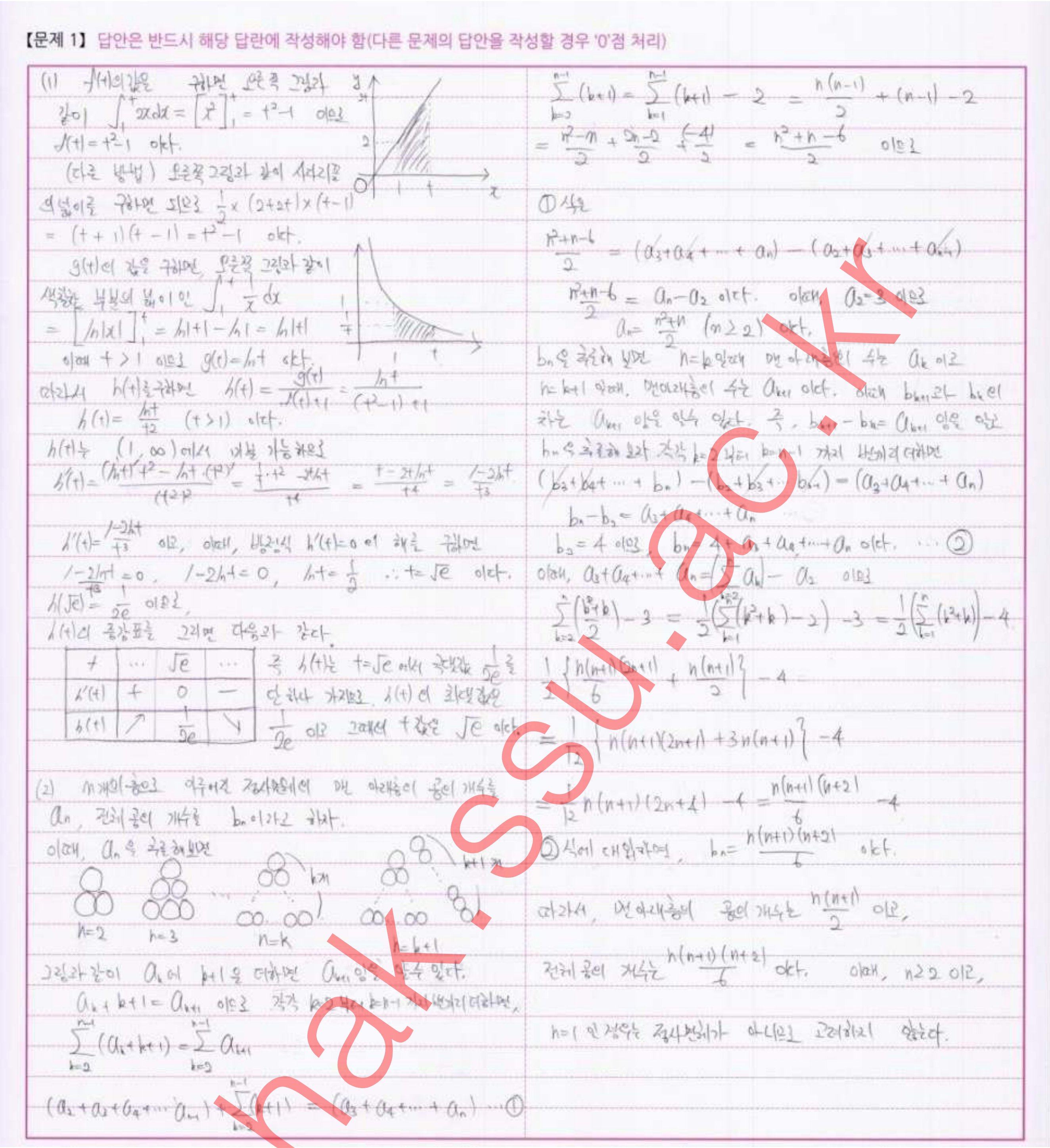
=> $v_f = \sqrt{\dfrac{mg}{0.2D^2}} = \sqrt{\dfrac{(\rho\pi D^3/6)g}{0.2D^2}} = \sqrt{\dfrac{\rho\pi Dg}{1.2}} = \sqrt{\dfrac{10^3 \times 3 \times 10^{-3} \times 10}{1.2}} = 5\ \mathrm{m/s}$

(3) 역학적 에너지는 $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$이므로,

생성 초기의 역학적 에너지 $E_i = mgh$, 지면에서의 역학적 에너지 $E_f = \frac{1}{2}mv_f^2$ 이다.

그러므로 $\dfrac{E_f}{E_i} = \dfrac{mv_f^2/2}{mgh} = \dfrac{v_f^2}{2gh} = \dfrac{5^2}{2 \times 10 \times 500} = 0.0025$, 즉, 0.25%이다.

<자연 1-1>



【문제 1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

(1) $f(t)$의 값은 위 그림 오른쪽 그림과 같이 $\int_1^t 2x\,dx = [x^2]_1^t = t^2-1$ 이므로 $f(t)=t^2-1$ 이다.

(다른 방법) 오른쪽 그림과 같이 사다리꼴의 넓이를 구하면 되므로 $\frac{1}{2}\times(2+2t)\times(t-1)$
$=(t+1)(t-1)=t^2-1$ 이다.

$g(t)$의 값을 구하면, 오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이인 $\int_1^t \frac{1}{x}\,dx$
$=[\ln|x|]_1^t = \ln|t| - \ln 1 = \ln|t|$

이때 $t>1$ 이므로 $g(t)=\ln t$ 이다.

따라서 $h(t)$를 구하면 $h(t)=\frac{g(t)}{f(t)+1}=\frac{\ln t}{(t^2-1)+1}$

$h(t)=\frac{\ln t}{t^2}$ $(t>1)$ 이다.

$h(t)$는 $(1,\infty)$에서 미분 가능하므로

$h'(t)=\frac{(\ln t)'t^2-\ln t\,(t^2)'}{(t^2)^2}=\frac{\frac{1}{t}\cdot t^2-2t\ln t}{t^4}=\frac{t-2t\ln t}{t^4}=\frac{1-2\ln t}{t^3}$

$h'(t)=\frac{1-2\ln t}{t^3}$ 이고, 이때, 방정식 $h'(t)=0$ 의 해를 구하면

$\frac{1-2\ln t}{t^3}=0$, $1-2\ln t=0$, $\ln t=\frac{1}{2}$ $\therefore t=\sqrt{e}$ 이다.

$h(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$ 이므로,

$h(t)$의 증감표를 그리면 다음과 같다.

t	$\cdots$	$\sqrt{e}$	$\cdots$
$h'(t)$	$+$	0	$-$
$h(t)$	↗	$\frac{1}{2e}$	↘

즉 $h(t)$는 $t=\sqrt{e}$ 에서 극댓값 $\frac{1}{2e}$를 단 하나 가지므로 $h(t)$의 최댓값은 $\frac{1}{2e}$ 이고 그때의 t값은 $\sqrt{e}$ 이다.

(2) n개의 층으로 이루어진 정사면체에서 맨 아래층의 공의 개수를 a_n, 전체 공의 개수를 b_n이라고 하자.

이때, a_n을 추론해보면

n=2 n=3 n=k k개 n=k+1 k+1개

그림과 같이 a_k에 $k+1$을 더하면 a_{k+1}임을 알 수 있다.

$a_k+k+1=a_{k+1}$ 이므로 각각 $k=2$부터 $k=n-1$까지 변변끼리 더하면,

$\sum_{k=2}^{n-1}(a_k+k+1)=\sum_{k=2}^{n-1}a_{k+1}$

$(a_2+a_3+a_4+\cdots+a_{n-1})+\sum_{k=2}^{n-1}(k+1)=(a_3+a_4+\cdots+a_n)$ ⋯①

$\sum_{k=2}^{n-1}(k+1)=\sum_{k=1}^{n-1}(k+1)-2=\frac{n(n-1)}{2}+(n-1)-2$

$=\frac{n^2-n}{2}+\frac{2n-2}{2}+\frac{-4}{2}=\frac{n^2+n-6}{2}$ 이므로

① 식은

$\frac{n^2+n-6}{2}=(a_3+a_4+\cdots+a_n)-(a_2+a_3+\cdots+a_{n-1})$

$\frac{n^2+n-6}{2}=a_n-a_2$ 이다. 이때, $a_2=3$ 이므로

$a_n=\frac{n^2+n}{2}$ $(n\ge 2)$ 이다.

b_n을 추론해 보면 $n=k$일때 맨 아래층의 수는 a_k 이고 $n=k+1$ 일때, 맨아래층의 수는 a_{k+1} 이다. 이때 b_{k+1}과 b_k의 차는 a_{k+1} 임을 알 수 있다. 즉, $b_{k+1}-b_k=a_{k+1}$ 임을 알고

b_n을 추론해 보자 각각 $k=2$부터 $k=n-1$까지 변변끼리 더하면

$(b_3+b_4+\cdots+b_n)-(b_2+b_3+\cdots+b_{n-1})=(a_3+a_4+\cdots+a_n)$

$b_n-b_2=a_3+a_4+\cdots+a_n$

$b_2=4$ 이므로 $b_n=4+a_3+a_4+\cdots+a_n$ 이다. ⋯②

이때, $a_3+a_4+\cdots+a_n=\sum_{k=2}^{n}a_k-a_2$ 이므로

$\sum_{k=2}^{n}\left(\frac{k^2+k}{2}\right)-3=\frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{n}(k^2+k)-2\right)-3=\frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{n}(k^2+k)\right)-4$

$\frac{1}{2}\left\{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{n(n+1)}{2}\right\}-4$

$=\frac{1}{12}\left\{n(n+1)(2n+1)+3n(n+1)\right\}-4$

$=\frac{1}{12}n(n+1)(2n+4)-4=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}-4$

② 식에 대입하여, $b_n=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ 이다.

따라서, 맨 아래층의 공의 개수는 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이고,

전체 공의 개수는 $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ 이다. 이때, $n\ge 2$ 이고,

$n=1$ 인 경우는 정사면체가 아니므로 고려하지 않는다.

(1) 이 학생은 문장으로 주어진 $f(t)$와 $g(t)$를 수식으로 정확하게 표현하여 $h(t)$를 올바르게 계산하였다. 이후 도함수 $h'(t)$를 맞게 계산하고, 이 함수의 정보로부터 $h(t)$의 증감 정보를 도출하여 문제가 요구하는 최댓값을 산출하였다.

(2) 이 학생은 n층으로 이루어진 정사면체의 맨 아래층 삼각형을 구성하는데 필요한 공의 개수를 나타내는 수열 a_n을 귀납적으로 정확하게 정의하였으며, 이를 활용하여 a_n의 일반항을 올바르게 구하였다. 또한 n층으로 이루어진 정사면체를 만드는데 필요한 공의 개수를 나타내는 수열 b_n이 a_n의 합으로 표현된다는 사실을 올바르게 찾아내어 일반항을 계산하였다.

<자연 1-2>

【문제 1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

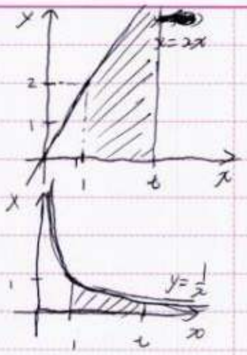
(1)

$f(x) = \int_1^t 2x\,dx = [x^2]_1^t = t^2 - 1$

$g(x) = \int_1^t \frac{1}{x}dx = [\ln|x|]_1^t = \ln t$

$\therefore h(t) = \frac{\ln t}{t^2}$

$h'(t) = \frac{\frac{t^2}{t} - 2t\ln t}{t^4} = \frac{1-2\ln t}{t^3}$



$\ln t = \frac{1}{2}$ 일때 ($t=\sqrt{e}$) $h'(t)=0$

$\ln t < \frac{1}{2}$ 일때 $h'(t) > 0$ (단 $t>1$)

$\ln t > \frac{1}{2}$ 일때 $h'(t) < 0$

따라서 $t=\sqrt{e}$ 일때 $h(t)$는 극댓값을 가진다.

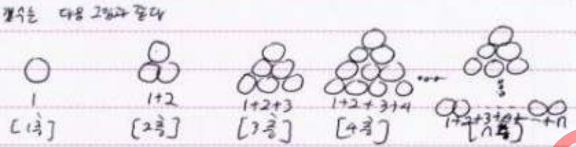
또한 그 값은 $h(t)$의 최댓값이다.

$h(\sqrt{e}) = \frac{\ln\sqrt{e}}{e} = \frac{1}{2e}$

$h(t)$의 최댓값 $\frac{1}{2e}$, t값 $\sqrt{e}$

(2) 가장 맨 위엣층을 1층이라 하고 가장 아랫층을 n층이라 하면 (n층 정사면체에서)

공의 개수는 다음 그림과 같다



즉 n층 정사면체에서 k층의 공의 개수를 a_k라 하면 ($1 \le k \le n$)

$a_k = \sum_{i=1}^{k} i = \frac{k(k+1)}{2}$

따라서 n층 정사면체의 맨 아래층 공의 개수는

$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

n층 정사면체의 전체 공의 개수는

$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(k^2+k) = \frac{1}{2}\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2}\right)$

$= \frac{n(n+1)}{4}\left(\frac{2n+1}{3}+1\right) = \frac{n(n+1)}{4} \times \frac{2n+4}{3}$

$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

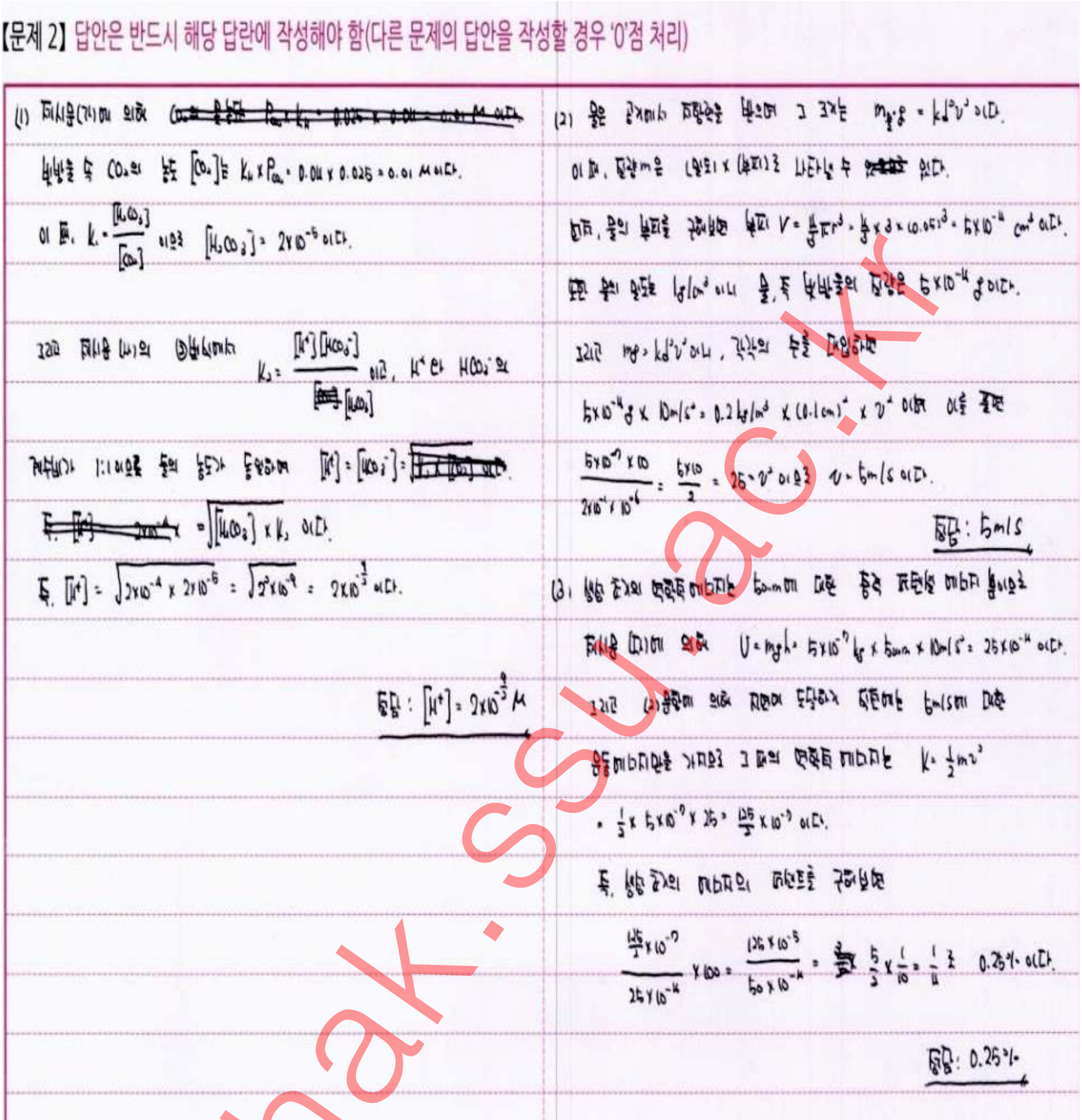
맨 아래 층의 공의 개수는 $\frac{n(n+1)}{2}$,

전체 공의 개수는 $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

(1) 이 학생은 문장으로 주어진 $f(t)$와 $g(t)$를 수식으로 정확하게 표현하여 $h(t)$를 올바르게 계산하였다. 이후 도함수 $h'(t)$를 맞게 계산하고, 도함수의 정보로부터 $h(t)$의 극댓값을 올바르게 계산하였다. 하지만, 도함수의 부호가 원 함수의 어떤 정보를 제공하는지에 대한 설명이 부족하여, $t=\sqrt{e}$일 때 함수가 극댓값, 최댓값을 갖는 이유에 대한 설명이 부족하다는 점이 아쉬운 답안이었다.

(2) 이 학생은 맨 아래층 삼각형의 각 i번째 줄에 필요한 공의 개수가 i개라는 사실을 활용하여, 그 합인 a_n을 올바르게 구하였다. 또한 전체 정사면체에 필요한 공의 개수가 k번째 층을 이루는 공의 개수를 나타내는 a_k의 합이라는 사실을 정확히 파악하여, 그 합을 올바르게 계산하였다.

<자연2-1>



【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

(1) 제시문(가)에 의해 ~~CO2의 물농도 $P_{CO_2} \times K_H = 0.025 \times 0.04 = 0.01\,M$이다.~~
빗방울 속 CO_2의 농도 $[CO_2]$는 $K_H \times P_{CO_2} = 0.04 \times 0.025 = 0.01\,M$이다.
이 때, $K_1 = \frac{[H_2CO_3]}{[CO_2]}$ 이므로 $[H_2CO_3] = 2\times10^{-5}$이다.
그리고 제시문 (나)의 ③반응에서 $K_2 = \frac{[H^+][HCO_3^-]}{[H_2CO_3]}$ 이고, H^+와 HCO_3^-의 계수비가 1:1이므로 둘의 농도가 동일하여 $[H^+] = [HCO_3^-] = \sqrt{[H_2CO_3] \times K_2}$ 이다.
즉, $[H^+] = \sqrt{2\times10^{-4} \times 2\times10^{-5}} = \sqrt{2^2\times10^{-9}} = 2\times10^{-\frac{9}{2}}$ 이다.
답: $[H^+] = 2\times10^{-\frac{9}{2}}\,M$

(2) 물은 공기에 저항력을 받으며 그 크기는 $m_물 \cdot g = kd^2v^2$ 이다.
이 때, 질량 m은 (밀도)×(부피)로 나타낼 수 있다.
한편, 물의 부피를 구해보면 부피 $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (0.05)^3 = 5\times10^{-4}\,cm^3$ 이다.
또한 물의 밀도는 $1g/cm^3$ 이니 물, 즉 빗방울의 질량은 $5\times10^{-4}\,g$ 이다.
그리고 $mg = kd^2v^2$ 이니, 각각의 수를 대입하면
$5\times10^{-4}g \times 10m/s^2 = 0.2kg/m^3 \times (0.1cm)^2 \times v^2$ 이며 이를 풀면
$\frac{5\times10^{-7}\times10}{2\times10^{-1}\times10^{-6}} = \frac{5\times10}{2} = 25 = v^2$ 이므로 $v = 5m/s$ 이다.
답: 5m/s

(3) 빗방울 하나의 역학적 에너지는 50m에 대한 중력 퍼텐셜 에너지 뿐이므로
제시문 (다)에 의해 $U = mgh = 5\times10^{-7}kg \times 50m \times 10m/s^2 = 25\times10^{-4}$ 이다.
그리고 (2)문항에 의해 지면에 도달하기 직전에는 5m/s에 대한 운동에너지만을 가지므로 그 때의 역학적 에너지는 $K = \frac{1}{2}mv^2$
$= \frac{1}{2} \times 5\times10^{-7} \times 25 = \frac{125}{2}\times10^{-7}$ 이다.
즉, 빗방울 하나의 에너지의 퍼센트를 구해보면
$\frac{\frac{125}{2}\times10^{-7}}{25\times10^{-4}} \times 100 = \frac{125\times10^{-5}}{50\times10^{-4}} = \frac{5}{2}\times\frac{1}{10} = \frac{1}{4}$ 로 0.25% 이다.
답: 0.25%

2-1: CO2 와 H2CO3로의 전환 및 그를 통한 산성 빗물의 생성과 관련한 연속 화학평형에서의 평형 관계를 명확히 이해하지 못한 듯하다. CO2의 물 속으로의 용해 평형 및 H2CO3로부터의 동일한 양 만큼의 H+ 및 HCO3- 형성 등에 대한 부분적 화학평형은 이해하는 듯 하며, 보다 포괄적인 이해와 학습이 요구된다.

2-2: 문제의 내용을 잘 이해하고 있으며, 문제에서 요구하는 답도 잘 구하였다. 답안 작성 면에서도 서술 식으로 쓰려고 노력하였다. 나쁘지 않다. 그러나 이는 과학논술이므로 모범답안과 같이 수식과 번호, 그리고 적절한 여백을 활용하여 좀 더 일목요연하게 작성했다면 더욱 좋았을 것이다.

2-3: 문제의 내용을 잘 이해하고 올바른 결과도 구하였다. 한 가지 아쉬운 점이 있다면, 논술 답안을 작성할 때에는 모범답안과 같이 기호를 이용하여 수식을 전개하고 마지막 단계에서 숫자를 입력하여 결과를 구하는 습관을 들여야 한다. 이 문제에서 빗방울의 질량은 중간과정에 상쇄되어 결과에 들어오지 않는다.

<자연 2-2>

【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

(1) 제시문 (가)에 의하여

$[CO_2] = K_H P_{CO_2}$ 인데,

$K_H = 0.04\,(atm \cdot L/mol) = 4 \times 10^{-2}\,(atm \cdot L/mol)$ 이고,

$P_{CO_2} = 0.025\,(atm) = 25 \times 10^{-3}\,(atm)$ 이므로

$[CO_2] = 100 \times 10^{-5}\,(L/mol) = 10^{-3}\,(L/mol)$ 이다.

빗물에 CO_2가 흡수되면 제시문 (나)의 ①번의 평형을 이루고, H_2CO_3가 ②번의 평형을 이루며, 최종적으로 ③의 평형을 이루게 된다.

~~된다. ①번 반응에서 평형상수 K_1은~~

~~$K_1 = \frac{[H_2CO_3]}{[CO_2]} = 2 \times 10^{-3}$ 이므로~~

~~$[CO_2] = 10^{-3}\,(L/mol)$ 에서 $[H_2CO_3] = 2 \times 10^{-6}\,(L/mol)$~~

~~이다. ②번 반응에서 평형상수 K_2는~~

~~$K_2 = \frac{[H^+][HCO_3^-]}{[H_2CO_3]} = 2 \times 10^{-4}$ 이므로~~

~~$[H_2CO_3] = 2 \times 10^{-6}\,(L/mol)$ 에서~~

~~$[H^+][HCO_3^-] = 4 \times 10^{-10}\,(L/mol)$ 이다.~~

평형상수 K_3에 대해

$$K_3 = \frac{[H^+][HCO_3^-]}{[CO_2]} = 4 \times 10^{-7}$$

에서 $[CO_2] = 10^{-3}\,(L/mol)$ 이므로

$[H^+][HCO_3^-] = 4 \times 10^{-10}$ 이다.

이때, 수소이온은 ②식에 의하여 만들어지는 산물이므로 H^+ 와 HCO_3^- 의 이온화도가 같으므로 $[H^+] = [HCO_3^-]$ 이다.

따라서 $[H^+] = 2 \times 10^{-5}\,(L/mol)$ 이다.

(2) 빗방울의 속력이 v일 때 (아래로 떨어지므로) 저항력은 위로 받는다. 이때, 지름의 길이가 $10^{-3}\,(m)$ 이므로 저항력의 크기는 $|F_r| = 2 \times 10^{-4} \cdot v^2$ 이다.

빗방울이 충분히 높은 위치에서 낙하하려면 ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ 그러면 중력과 저항력을 받는데, 중력의 크기를 구하면 물의 ~~밀도~~ 밀도가 $1\,g/cm^3$ 이므로 빗방울의 부피는 $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2} \times 10^{-1}\right)^3 = \frac{\pi}{6} \times 10^{-3}\,(cm^3)$ 이다.

즉 빗방울의 ~~[illegible]~~ 질량은 $5 \times 10^{-4}\,(g)$ 이므로 중력가속도 $g = 10\,m/s^2$ 에서 중력의 크기는 $5 \times 10^{-4} \times 10 = 5 \times 10^{-3}\,(N)$ 이다.

즉 알짜 힘의 크기가 $5 \times 10^{-3} - 2v^2 \times 10^{-4}$ 이다.

아래로 알짜힘을 받으면서 속력이 증가하는데, 속력이 증가하면서 알짜힘의 크기는 감소한다. ~~가속도의 크기는 $10^{-2} - 10v^2 \times 10^{-1}$ 이다. 그런데 시간이 흐른 뒤 속력은 [illegible]~~

~~[illegible]~~

알짜힘의 크기가 0이 된 순간에 속력이 더 이상 증가하지 않기 시작한다.

그때의 속력을 v_1이라고 하면 알짜 힘의 크기는 $5 \times 10^{-3} - 2v_1^2 \times 10^{-4} = 0$ 이므로

$\frac{5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-4}} = v_1^2 \quad v_1 = \frac{1}{2} = 0.5\ m/s$ 이다.

따라서 지면에 도달할 때 속력은 $0.5\ m/s$ 이다.

(3) $500\,m$의 높이에서 정지해 있으므로 역학적 에너지는

$5 \times 10^{-4} \times 10 \times 500 = 5 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{3} = 25 \times 10^{-1}\,(J)$

이다. 이때 지면에 도달하기 직전의 속력이 $0.5\,m/s$ 이므로 역학적 에너지는 $\frac{1}{2} \cdot 5 \times 10^{-4} \cdot (0.5)^2$

$= 5 \times 10^{-4} \times (0.5)^2 = 5 \times 10^{-4} \times 5^2 \times 10^{-3} = 5^4 \times 10^{-7}\,(J)$

이다. 즉 처음 역학적에너지 $5^2 \times 10^{-1}\,(J)$ 에서 지면에 도달하기 직전에 $5^4 \times 10^{-7}\,(J)$ 으로 역학적 에너지가 감소한다. 비율을 구하면

$$\frac{5^4 \times 10^{-7}}{5^2 \times 10^{-1}} = 5^2 \times 10^{-6},$$

$5^2 \times 10^{-6} \times 100 = 5^2 \times 10^{-4}\,(\%)$ 이므로

따라서 $25 \times 10^{-4} = 0.0025\,(\%)$ 이다.

2-1: 문제의 내용을 잘 이해하고 있으며, 문제에서 요구하는 답도 잘 구하였다. 답안 작성 면에서도 서술 식으로 쓰려고 노력하였으며, 추론의 과정이 과학적이며 쉽게 이해가능하게 기술되어 있다. 그러나 과학 논술의 답안에 맞도록 보다 수식과 번호, 그리고 적절한 여백을 활용하여 일목요연하게 작성했다면 더욱 좋았을 것이다.

2-2: 문제의 내용을 잘 이해하고 있으며, 문제에서 요구하는 답도 잘 구하였다. 그러나 이는 과학논술이므로 답안 작성에 있어서 수식과 번호, 그리고 적절한 여백을 활용하여 좀 더 일목요연하게 작성했다면 더욱 좋았을 것이다.

2-3: 문제의 내용을 잘 이해하고 있으나 계산 과정의 오류로 잘못된 답을 얻었다. 논술 답안을 작성할 때에는 모범답안과 같이 기호를 이용하여 수식을 전개하고 마지막 단계에서 숫자를 입력하여 결과를 구하는 습관을 들여야 한다. 이 문제에서 빗방울의 질량은 중간과정에 상쇄되어 결과에 들어오지 않는다.