

▣ 출제방향(취지) 및 교과서 관련여부 및 근거(출제문제 해설 포함) ▣

자연계열 [문제 1-A]

1. 출제의도

본 문제는 함수로 주어진 조건을 정확하게 이해하고, 주어진 조건을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.

- (1) 함숫값과 정적분 계산을 올바르게 하고, 주어진 연립방정식을 계산하여 조건을 만족하는 경우를 올바르게 찾을 수 있는지를 평가하는 문제이다.
- (2) 함숫값과 도함숫값 계산을 올바르게 하고, 방정식의 해 중에서 조건을 만족하는 경우를 올바르게 찾을 수 있는지를 평가하는 문제이다.

2. 평가기준

문항	평가기준
(1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 함숫값으로부터 원하는 정보를 얻을 수 있다.</li> <li>- 정적분값으로부터 원하는 정보를 얻을 수 있다.</li> <li>- 주어진 조건을 만족하는 경우의 수를 정확히 계산할 수 있다.</li> </ul>
(2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 도함숫값으로부터 원하는 정보를 얻을 수 있다.</li> <li>- 원하는 조건의 순서쌍의 개수를 구하기 위해 문제를 분석할 수 있다.</li> <li>- 분석된 경우에 대해 정확한 경우의 수를 구할 수 있다.</li> </ul>

3. 예시답안

**문제 1-A**

(1) 이 문항에서 제시된 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 f(1) = 100 &\rightarrow a + b + c = 100 \\
 \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} f(x) dx = 40\sqrt{3} &\rightarrow 2\sqrt{3}a + 2\sqrt{3}c = 40\sqrt{3} \rightarrow a + c = 20
 \end{aligned}$$

위 식으로부터  $a + c = 20$ ,  $b = 80$ 이 된다.  $a + c = 20$ 을 만족하는 자연수의 순서쌍  $(a, c)$ 의 개수는  ${}_{19}C_1 = 19$ 개 이므로, 모든 조건을 만족하는 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수는 19개 이다.

(2) 이 문항에서 제시된 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} f(1) = 100 &\rightarrow a + b + c = 100 \\
 \textcircled{2} f'(-\frac{1}{2}) < 0 &\rightarrow -a + b < 0 \rightarrow a > b
 \end{aligned}$$

조건 ①을 만족하는 자연수의 순서쌍의 개수는  ${}_{99}C_2 = 4851$  개 이다. 이를 만족하는 모든 순서쌍은  $a > b$ 인 경우와  $a = b$ 인 경우,  $a < b$ 인 경우로 나누어진다. 이 중에서  $a > b$ 인 순서쌍의 개수와  $a < b$ 인 순서쌍의 개수는 정확히 같으므로, 조건 ①을 만족하는 순서쌍에서  $a = b$ 인 순서쌍을 제외한 나머지의 절반이 조건 ①, ②를 모두 만족하는 순서쌍이다.

$a+b+c=100$ ,  $a=b$ 인 경우는  $2a+c=100$ 인 경우를 고려하는 것과 같다. 이때  $c=2(50-a)$  이므로  $c$ 는 100보다 작은 짝수, 즉  $c=2,4,\dots,98$ 이다. 따라서  $a+b+c=100$ ,  $a=b$ 인 순서쌍  $(a,b,c)$ 의 개수는 49이다.

위 결과로부터,  $a+b+c=100$ ,  $a>b$ 인 경우의 개수는  $(4851-49)/2=2401$ 이다.

### 자연계열 [문제 1-B]

#### 1. 출제의도

본 문제는 삼수선의 정리를 이용해 주어진 점, 직선, 평면의 관계를 파악하고, 이를 좌표공간으로 옮겨 두 평면이 이루는 각을 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.

#### 2. 평가기준

평가 기준
- 삼수선의 정리를 활용하여 주어진 점을 좌표공간에 나타낼 수 있다.
- 세 점을 지나는 평면의 법선벡터를 구할 수 있다.
- 두 평면이 이루는 각을 구할 수 있다.

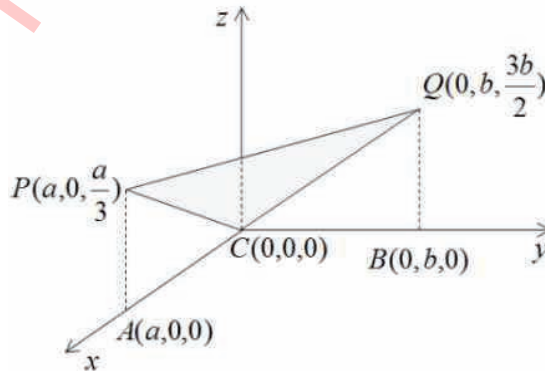
#### 3. 예시답안

##### 문제 1-B

$\overline{PC} \perp \overline{BC}$ 이고  $\overline{PA} \perp \alpha$ 이므로 삼수선의 정리에 의해  $\overline{AC} \perp \overline{BC}$ 이다. 따라서 점  $C$ 를 좌표공간의 원점, 점  $A$ 를  $x$ 축 양의 방향, 점  $B$ 를  $y$ 축 양의 방향에 놓을 수 있다. 즉,  $C=(0,0,0)$ ,  $A=(a,0,0)$ ,  $B=(0,b,0)$ 라 하자. ( $a,b$ 는 양수).

선분  $PA$ 와 선분  $QB$ 는 평면  $\alpha(xy\text{-평면})$ 에 수직이고, 선분  $PQ$ 가 평면  $\alpha$ 와 만나지 않으며,  $\tan \angle PCA = \frac{1}{3}$ ,  $\tan \angle QCB = \frac{3}{2}$ 이므로 점  $P, Q$ 의 좌표는  $P=(a,0,\frac{a}{3})$ ,  $Q=(0,b,\frac{3b}{2})$ 로 놓을 수 있다. (점  $P, Q$ 의  $z$ 좌표가 모두 음수인 경우도 결과는 같다.)

이를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



평면  $PCQ$ 의 법선벡터를  $\vec{n} = (x, y, z)$ 라고 하면,

$$\begin{cases} ax + \frac{1}{3}az = 0 \\ by + \frac{3}{2}bz = 0 \end{cases}$$

을 만족한다, 이로부터 평면  $PCQ$ 의 법선벡터를  $\vec{n} = (2, 9, -6)$ 으로 놓을 수 있다. 평면  $\alpha$ 의 법선벡터를  $\vec{m} = (0, 0, 1)$ 로 놓으면

$$\cos \theta = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{m}|}{|\vec{n}| |\vec{m}|} = \frac{|-6|}{1 \cdot \sqrt{2^2 + 9^2 + 6^2}} = \frac{6}{11}$$

을 얻는다.

#### 4. 출제근거

문항	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
1-A	미적분	신항균 외	지학사	2014	97-102, 162-165
	미적분	황선욱 외	좋은책 신사고	2014	99-107, 157-162
	미적분	정상권 외	금성출판사	2014	105-109, 173-179
	미적분	이강섭 외	미래엔	2014	99-106, 169-175
	미적분	김원경 외	비상교육	2014	88-95, 138-156
	미적분	우정호 외	동아출판	2014	118-129, 197-215
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2015	106-115, 169-185
	확률과 통계	황선욱 외	좋은책 신사고	2014	12-15, 31-34
	확률과 통계	김창동 외	교학사	2014	12-20, 29-33
	확률과 통계	이준열 외	천재교육	2014	10-21, 29-32
	확률과 통계	신항균 외	지학사	2014	13-17, 28-37
1-B	기하와 벡터	김원경 외	비상교육	2014	118-121 131-133 147-151 157-163
	기하와 벡터	황선욱 외	좋은책 신사고	2014	113-116 126-127 148-155 166-171
	기하와 벡터	이강섭 외	미래엔	2014	133-137 148-150 179-187 199-204

## 자연계열 [문제2]

1. 출제의도

광합성 원리를 이해하고 이에 관련된 광자의 에너지와 화학 반응식 추론 능력을 평가한다.

2. 평가기준

문항	평가 기준
2-(1)	<p><b>【평가 준거】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· 광자의 속도와 진동수, 파장과의 관계를 안다.</li> <li>· 광자의 진동수와 에너지를 정량적으로 구할 수 있다.</li> </ul> <p><b>【유의 사항】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· 단위가 생략되어있으면 감점</li> <li>· 단순한 계산 착오인 경우 부분점수 부여</li> </ul>
2-(2)	<p><b>【평가 준거】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· 광합성의 화학반응식에서 생성되는 포도당 몰수를 구한다.</li> <li>· 몰(mol)수의 개념을 이해하고 광자 100몰의 에너지를 구한다.</li> <li>· 반응 엔탈피의 개념을 이해하고 에너지 효율을 구할 수 있다.</li> </ul> <p><b>【유의 사항】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· 단순한 계산 착오인 경우 부분점수 부여</li> </ul>
2-(3)	<p><b>【평가 준거】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· 제시된 준거로부터 광합성 과정에서 반응물과 생성물 간의 인과관계를 이해한다.</li> <li>· 반응물 및 생성물의 계수를 고려하여 화학반응식을 완성할 수 있다.</li> </ul> <p><b>【유의 사항】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· 단순한 계산 착오인 경우 부분점수 부여</li> </ul>

3. 예시답안

하위문항 (1)

빛의 속도  $c$ 는 진동수  $f$ 와 파장  $\lambda$ 의 곱이므로,

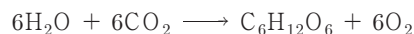
$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{450 \times 10^{-9} \text{ m}} = \frac{2}{3} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

광자 한 개가 갖고 있는 에너지는

$$E = hf = (6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \times \left(\frac{2}{3} \times 10^{15} / \text{s}\right) = 4.4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

하위문항 (2)

제시문 [나]에 기초하여, 물과 이산화탄소로부터 포도당이 얻어지는 광합성 반응의 화학반응식은 아래와 같다.



위 반응식에 의거하여 18 몰의  $\text{CO}_2$ 가 소모된 결과 생성된 포도당의 몰수는 3 몰이다.

한편,  $5.0 \times 10^{14} \text{ Hz}$  의 진동수를 갖는 광자 100 몰의 에너지는 다음과 같다.



$$\begin{aligned}
 E_{100\text{몰}} &= 100 \times \text{아보가드로수} \times hf \\
 &= 100 \times (6.0 \times 10^{23}) \times (6.6 \times 10^{-34}) \times (5.0 \times 10^{14}) \\
 &= (6.0 \times 6.6 \times 5.0) \times 10^5 = 1.98 \times 10^7 \text{ J}
 \end{aligned}$$

포도당 3 몰이 생성되는 과정에서 발생한 포도당 합성 반응 엔탈피 변화는

$$\Delta H_{3\text{몰}} = 3 \times (2.64 \times 10^6) = 7.92 \times 10^6 \text{ J}$$

이다.

결국 광자 100 몰이 지니는 에너지 중 일부가 포도당의 광합성에 사용되었으므로, 이에 따른 포도당 합성에 사용된 에너지의 비율은 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\Delta H_{3\text{몰}}}{E_{100\text{몰}}} \times 100 = \frac{792}{1980} \times 100 = 40\%$$

### 하위문항 (3)

<보기> ①로부터 광합성 과정에서 발생한  $O_2$ 는  $H_2O$ 로부터 유래한다는 것을 알 수 있다. ②의 광합성 과정에서 발생한  $H_2O$ 는  $H_2S$ 의 수소 원자 H와  $CO_2$ 의 산소 원자 O로부터 유래함을 알 수 있다.

위 두 가지 사실과 제시문 (나)에 근거하여 화학반응식을 꾸며보면 아래와 같다.



$^{18}O_2$ 의 방사성 동위 원소  $^{18}O$  원자는 모두  $H_2^{18}O$ 로부터 유래하고, 화학반응에서 원소의 개수는 불변하므로,

$$^{18}O \text{ 원자의 개수} : a = 2d \quad \text{<수식 1>}$$

$$\text{산소 원자의 개수} : 2b = 6c + e \quad \text{<수식 2>}$$

$$\text{탄소 원자의 개수} : b = 6c \quad \text{<수식 3>}$$

$$\text{수소 원자의 개수} : a = 6c + e \quad (\because 2a = 12c + 2e) \quad \text{<수식 4>}$$

<수식 1~4>를 연립하여 풀면, 결과적으로 광합성 화학반응식은 아래와 같이 계수 c만으로 표현할 수 있다.



반응식의 양변을 c로 나누면, 완성된 화학반응식은 아래와 같다.



### 4. 출제근거

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	과학	조현수 외	천재교육	2014	133-136, 178-191, 316-335
	과학	안태인 외	금성출판사	2014	116-131, 188-205, 334-361
	물리 I	곽성일 외	천재교육	2014	123-128, 175-179
	물리 I	김영민 외	교학사	2014	138-142, 172-176, 203-210
	화학 I	김희준 외	상상아카데미	2013	31-53, 76-81
	화학 I	류해일 외	비상교육	2015	31-57, 70-81
	화학 II	김희준 외	상상아카데미	2014	84-119
	화학 II	류해일 외	비상교육	2015	83-114
	생명과학 II	박희송 외	교학사	2015	62-93
	생명과학 II	이준규 외	천재교육	2015	72-93

[문제 1] 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

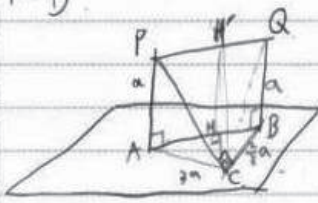

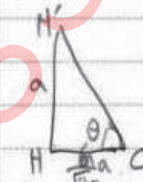
1-A	1-B
(1) $f(1)=100$ 이라 했으므로 $a+b+c=100 \dots \textcircled{1}$ 이다. $\int_0^1 f(x) dx = \left[ \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + c \right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + c = \frac{1}{6} + c$ 이므로 $\frac{1}{6} + c = 40 \Rightarrow c = 20 \dots \textcircled{2}$ 이다. $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해서 $a+c=20, b=80$ 이다. $a, b, c$ 가 자연수라 했으므로 만족시키는 순서쌍 $(a, b, c)$ 의 개수는 $a$ 가 1부터 19까지 총 19개 이다.	두 점 P, Q 는 평면 $\alpha$ 위에 있지 않고 선분 PQ는 평면 $\alpha$ 와 만나지 않으므로 선분 PQ는 평면 $\alpha$ 를 기점으로 나뉘진 두 공간 중 같은 공간에 존재한다. 점 P, Q 에서 평면 $\alpha$ 에 내린 수선의 발이 A, B 이므로 선분 PA 와 선분 QB는 평면 $\alpha$ 에 수직이다 선분 PC와 선분 BC가 수직(문제), 선분 PA와 선분 BC가 수직이므로 $(\because$ 선분 PC와 평면 $\alpha$ 가 수직) 삼각형 PAC 를 이루고 있는 평면과 선분 BC는 수직이다 따라서 선분 AC와 선분 BC도 수직이다 $\dots \textcircled{1}$
(2) $f'(x) = 2x + b$ 이므로 $f'(-\frac{1}{2}) = -a + b$ 이다. $-a + b < 0$ 즉 $b < a$ 을 만족하고 (1)과 마찬가지로 $f(1)=100, a+b+c=100$ 을 만족시키는 순서쌍 $(a, b, c)$ 를 구하면 된다. $a, b, c$ 가 자연수 이므로 $2 \leq a+b \leq 99$ 이다 $a, b$ 가 정해지면 $c = 100 - (a+b)$ 이므로 $c$ 도 결정된다 따라서 $2 \leq a+b \leq 99, b < a$ 를 만족시키는 자연수 순서쌍 $(a, b)$ 의 개수를 구하면 된다. $b=1$ 일때 $a=2$ 부터 98까지 97가지 $b=2$ 일때 $a=3$ 부터 97까지 95가지 $\vdots$ $b=49$ 일때 $a=50$ 1가지 이므로 구하려는 순서쌍 $(a, b, c)$ 의 개수는 $\sum_{k=1}^{49} (2k-1) = 2401$ 개 이다	$\tan \angle PCA = \frac{1}{3}$ 이므로 임의의 양의 $x$ 에 의해서 선분 PA의 길이를 $x$ 라 하면 선분 AC의 길이는 $3x$ 선분 PC의 길이는 $\sqrt{10}x$ 이다. 마찬가지로 $\tan \angle QCB = \frac{3}{4}$ 이므로 임의의 양의 $y$ 에 의해서 선분 BC의 길이를 $2y$ 라 하면 선분 BQ의 길이는 $3y$ , 선분 QC의 길이는 $\sqrt{13}y$ 이다 $\textcircled{1}$ 에 의해서 선분 AB의 길이는 $\sqrt{97+4y^2}$ 이다 또, 선분 PA와 선분 QB는 평행(두 평면 각각 평면 $\alpha$ 와 수직) 이므로 선분 PQ의 길이는 $\sqrt{(9x+4y)^2 + (4y-x)^2}$ 이다 제 2코사인 법칙에 의해서 $\angle PCQ = \alpha$ 라 하면 $PQ^2 = PC^2 + QC^2 - 2PC \cdot QC \cdot \cos \alpha$ 이므로 대입하면 $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ 이다. 즉 $\sin \alpha = \frac{11}{\sqrt{110}}$ ( $\because \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ) 이다 즉, 삼각형 PCQ의 넓이는 $\frac{1}{2} \times PC \times QC \times \sin \alpha = \frac{11}{2} xy$ 이다 또, 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2} AC \times BC = 3xy$ 이다. 따라서 평면 $\alpha$ 와 평면 PCQ가 이루는 각 $\theta$ 에서 $\cos \theta = \frac{3xy}{\frac{11}{2} xy} = \frac{6}{11}$ 이다.

[문제 1-A] : 이 응시자는 주어진 조건으로부터  $a, b, c$ 의 정보를 알맞게 도출하였고, 이로부터 문제가 요구하는 경우의 수를 적절하여 계산하였다. 특히 문항 (2)번에서  $a > b$ 라는 조건을 만족하는 경우를 알맞게 나누어 계산하였다. 단지 각각의 경우에 대해  $a$ 의 범위 결정에 대한 이유를 추가하였다면 완벽했을 것이라 생각된다.

[문제 1-B] : 이 응시자는 문장으로 제시한 공간에서의 점의 위치와 선분의 관계를 정확히 이해하였고, 이로부터 삼각형의 각 변의 길이를 알맞게 도출하였다. 공간벡터의 개념을 이용하지 않아 제2코사인법칙을 사용하여 삼각형의 넓이를 복잡하게 계산하였다는 점이 약간 아쉽지만, 그 복잡한 계산을 실수 없이 수행하였다.

수학 1-2

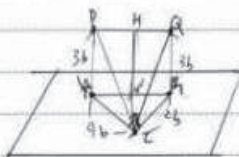
【문제 1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

<p>1-A</p> <p>1) <math>f(x) = at + c = 100</math> 이고  <math>\int_0^5 (ax^2 + bt + c) dt = 2 \int_0^5 (ax^2 + c) dt</math> (일목/기함수의 성질)  <math>25(2a + c) = 400</math>  <math>a + c = 20</math> 이다.                  그러므로 <math>(a, 80, 20)</math> 를 만족하므로                  위 순서쌍을 만족하는 개수는 19가지이다</p> <p>2) -  <math>f(x) = at + c = 100</math> 이고,  <math>f(x) = 20x + b</math>  <math>f(\frac{1}{2}) = -a + b &lt; 0</math>  <math>\therefore a &gt; b</math> 이다,                  c를 기준으로 잡을 때</p> <p>i) c가 짝수  <math>c = 2n - 1</math> 이라 할 때  <math>a + b = 100 - 2n + 1</math>  <math>a, b</math>가 자연수이므로 <math>2H_{99-2n+1} = 100 - 2n + 1</math>                  이때 <math>a &gt; b</math> 이므로 <math>\frac{100-2n}{2} = 50-n-1</math>가 성립한다  <math>\therefore \sum_{n=1}^{49} 50-n = 25 \times 49 \dots \textcircled{7}</math></p> <p>ii) c가 짝수  <math>c = 2n</math> 이라 할 때  <math>a + b = 100 - 2n</math>  <math>a, b</math>가 자연수이므로 <math>2H_{100-2n} = 100 - 2n</math>                  이때 <math>a &gt; b</math> 이므로 <math>\frac{100-2n}{2} = 50-n-1</math>가 성립한다  <math>\therefore \sum_{n=2}^{49} 49-n = 24 \times 49 \dots \textcircled{8}</math>  <math>\textcircled{7} + \textcircled{8} = 49(24+25) = 2449</math> 개이다.</p>	<p>1-B</p>  <p><math>PA = a</math>라 하자  <math>PA \perp \alpha</math> 이고 <math>PC \perp BC</math> 이므로 삼수선의 정리에 의해 <math>AC \perp BC</math> 이다.  <math>PQ \parallel \alpha</math> 이므로 <math>QB = a</math> 이고,  <math>\tan \angle PCA = \frac{1}{3}</math> 이므로 <math>AC = 3a</math>  <math>\tan \angle QCB = \frac{2}{3}</math> 이므로 <math>CB = \frac{2}{3}a</math> 이다.                  피타고라스 정리에 의해 <math>AB = \frac{10}{3}a</math> 이다.</p>  <p>옆에 그림으로 볼 때  <math>AC \times CB = AB \times CH</math> 이므로  <math>2a^2 = \frac{10}{3}a \times CH</math>  <math>CH = \frac{2}{5}a</math> 이다.</p>  <p>피타고라스 정리에 의해 <math>CH' = \frac{11}{\sqrt{5}}a</math>                  이므로  <math>\cos \theta = \frac{6}{\sqrt{5}} \div \frac{11}{\sqrt{5}} = \frac{6}{11}</math> 이다.</p>
---	--

[문제 1-A] : 이 응시자는 주어진 조건으로부터 a, b, c의 정보를 알맞게 도출하였고, 이로부터 문제가 요구하는 경우의 수를 적절하여 계산하였다. 특히 문항 (2)번에서  $a > b$ 라는 조건을 만족하는 경우를 c가 짝수인 경우와 홀수인 경우로 나누어 적절하게 일반화하여 계산하였다.

[문제 1-B] : 이 응시자는 삼수선의 정리를 정확히 이해하고 있으며, 문제에 주어진 조건들을 활용하여 문제해결에 필요한 기하적 성질 및 값들을 대체로 잘 유도하였지만, 직선과 선분의 차이를 인지하지 못하여  $PQ \perp \alpha$ 라는 잘못된 조건을 도출하였다. 잘못된 조건을 도출하였지만, 이로부터 전개되는 부분을 알맞게 계산하였다.

[문제 1] 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

<p>1-A (1) <math>f(1)=100</math> 이므로 <math>a+b+c=100</math> 을 만족시켜야 한다  <math>\int_{-1}^1 f(x) dx = \left[ \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx \right]_{-1}^1</math>  <math>= 2\sqrt{3}a + 2\sqrt{3}c = 40\sqrt{3}</math>  <math>a</math>와 <math>c</math>는 자연수이므로 <math>(a+c)</math> 이 <math>20</math>  <math>a+c=20</math>  <math>a</math>와 <math>c</math>가 정수이면 <math>b</math>는 <math>a+b+c=100</math>으로 값이 정해진다.  <math>\therefore (a, b, c)</math>의 개수는 <math>a+c=20</math>을 만족시키는 자연수 <math>(a, c)</math>의 개수와 같으므로 <math>24</math>개이다.</p> <p>(2) <math>f(1)=100</math> 이므로 <math>a+b+c=100</math> 을 만족시켜야 한다  <math>f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + c = b - a &lt; 0</math>  <math>b &lt; a</math> 를 만족시켜야 한다.  <math>a+b+c=100</math> 을 만족시켜야 한다  <math>a, b, c</math>가 정수이면 <math>c</math>의 값이 정해진다.  <math>a+b=k</math> 라 하면 <math>a+b+c=100</math> 을 만족시키는 <math>(a, b, c)</math> 는 <math>P(k, 2)</math> 개이다.  <math>\therefore c &lt; b &lt; a</math> 이므로 <math>b &lt; 50</math> 이므로          증가를 만족시키는 순서쌍 <math>(a, b, c)</math> 는  <math>\sum_{k=2}^{99} P(k, 2) - 49 = 11+12+\dots+99 - 49</math>  <math>= 2 \times \frac{99 \times 100}{2} - 49</math>  <math>= 9900 - 49 = 9851</math>  <math>\therefore 24</math>개이다.</p>	<p>1-B 도형에서 <math>\alpha</math> 위에 점 <math>A</math> 는 <math>P</math>의 수선의 발이므로 <math>PA</math> 는 도형에서 <math>\alpha</math> 와 수직이다.  <math>PC</math> 와 <math>BC</math> 는 수직이므로 삼수선의 정리에 의하여 <math>\angle ACB = \frac{\pi}{2}</math> 이다.  <math>\tan \angle PCA = \frac{1}{3}</math> 이므로 <math>AC = 3a, PA = a</math>  <math>\tan \angle QCB = \frac{2}{3}</math> 이므로 <math>CB = 2b, QB = 3b</math> 라 하면  <math>PQ</math> 는 도형에서 <math>\alpha</math> 와 만나지 않으므로 도형에서 <math>\alpha</math> 와 평행하다. <math>\therefore \overline{QB} = \overline{PA}</math>  <math>3b = a, AC = 9b, PA = 3b</math> 이다.          점 <math>C</math> 에서 <math>PQ</math> 에 내린 수선의 발을 <math>H</math> 라 하고 <math>H</math> 에서 도형에서 <math>\alpha</math> 에 내린 수선의 발을 <math>H'</math> 라고 할 때 <math>HH' = 3b</math> 이다.          피타고라스 정리에 의하여 <math>AB = \sqrt{85}b</math> 이고  <math>\overline{CH'} \times \overline{AB} = \overline{AC} \times \overline{CB} = 18b^2</math> 이므로  <math>\overline{CH'} = \frac{18}{\sqrt{85}}b</math> 이다.          삼수선의 정리에 의하여 <math>\angle HH'C = \frac{\pi}{2}</math> 이므로  <math>\cos \theta = \frac{\overline{HH'}}{\overline{HC}} = \frac{3b}{\sqrt{\left(\frac{18}{\sqrt{85}}b\right)^2 + (3b)^2}} = \frac{18}{33} = \frac{6}{11}</math> 이다.</p> 
--	--

[문제 1-A] : 이 응시자는 이항정리 및 자연수의 분할의 개념을 잘 이해하고 있으며, 이를 응용하는 방법 또한 잘 파악하고 있다. 하지만 (2)번 문항에 대한 풀이에 두 가지 미흡한 점이 있는데, 마지막 식의 왼쪽 항은 응시자가 앞뒤에서 기술하는 값과는 불일치하는 수식이고, 오른쪽 항의 수식을 얻게 되는 과정은 꼭 필요한 부분임에도 생략되어 있다.

[문제 1-B] : 이 응시자는 삼수선의 정리를 정확히 이해하고 있으며, 문제에 주어진 조건들을 활용하여 문제해결에 필요한 기하적 성질 및 값들을 잘 유도하고 있다. 한 가지 아쉬운 점은 선분  $PQ$  가 평면  $\alpha$  와 만나지 않는다는 조건으로부터 이들이 평행하다는 결론을 얻었으나, 일반적으로 이는 사실이 아니라는 것이다. 한 직선이 한 평면과 만나지 않으면 그 직선과 평면은 평행하다. 그러나 한 선분이 한 평면과 만나지 않으면 그 선분의 양 끝점이 평면의 같은 편에 있음을 의미할 뿐, 선분과 평면이 평행할 필요는 없다.



수학 1-4

【문제 1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

<p>크기 조건에 의해 <math>a + b + c = 100 \dots \textcircled{1}</math> (<math>a, b, c &gt; 0</math>)</p> <p><math>\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} f(x) dx = \left[ \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + cx \right]_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} = \dots = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}c = 40\sqrt{3}</math></p> <p><math>\therefore a + c = 20 \dots \textcircled{2}</math></p> <p>따라서 <math>\begin{cases} a + b + c = 100 \dots \textcircled{1} \\ a + c = 20 \dots \textcircled{2} \end{cases}</math>를 만족하는 해의 개수를 구하는 것과 동일하다.</p> <p><math>\textcircled{1} - \textcircled{2}; b = 80</math> <math>\textcircled{2}</math>를 만족하는 <math>(a, c)</math>의 개수는 20을 2개의 자연수로 분할하는 개수이므로 <math>P(20, 2) = 19</math> <math>\therefore (a, b, c)</math>의 개수는 19개.</p>	<p>PA의 길이는 <math>PA = 2r \cos k</math></p> <p>또한 평면 <math>\alpha</math>와 구의 교점을 관찰하면</p> <p><math>\tan \angle PCA = \frac{1}{3}</math> 이므로 점 C는 A와의 거리가 <math>br \cos k</math>를 만족하는 위치에 존재한다</p>
<p>(2) 크기 조건에 의해 <math>a + b + c = 100 \dots \textcircled{1}</math> (<math>a, b, c &gt; 0</math>)</p> <p><math>f(x) = 3ax + b</math> <math>f'(-\frac{1}{3}) = -a + b &lt; 0</math></p> <p><math>\therefore b &lt; a \dots \textcircled{2}</math> (<math>1 \leq b \leq 49</math>)</p> <p><math>b = 1</math> 일때 가능한 <math>a</math>의 값은 <math>2 \leq a \leq 98 \Rightarrow 97</math>개 <math>b = 2</math> 일때 가능한 <math>a</math>의 값은 <math>3 \leq a \leq 97 \Rightarrow 95</math>개 <math>\vdots</math> <math>b = 49</math> 일때 가능한 <math>a</math>의 값은 <math>49 \leq a \leq 99 - 49 = 50 \Rightarrow (99 - 49)</math>개</p> <p><math>\therefore</math> 상한 <math>(a, b, c)</math>의 개수는 <math>\sum_{k=1}^{49} (99 - 2k) = 99 \times 49 - 2 \cdot \frac{49 \times 49}{2}</math></p> <p><math>= 2401</math> (개)</p>	<p>이때 점 B, 점 A가 위의 지름의 양 끝점이므로 <math>\angle BCA = \frac{\pi}{2} \therefore BA^2 = BC^2 + AC^2</math></p> <p><math>4r^2 = BC^2 + 36r^2 \cos^2 k</math> <math>BC^2 = 4r^2(1 - 9 \cos^2 k)</math></p> <p><math>\therefore BC = 2r \sqrt{1 - 9 \cos^2 k}</math></p> <p>그런데 크기 조건에 <math>\tan \angle QCB = \frac{3}{5}</math> 이라 제시되어 있으므로 <math>\tan \angle QCB = \frac{QB}{BC} = \frac{PA}{BC} (\because QB = PA)</math></p> <p><math>= \frac{2r \cos k}{2r \sqrt{1 - 9 \cos^2 k}} = \frac{\cos k}{\sqrt{1 - 9 \cos^2 k}} = \frac{3}{5}</math></p> <p>제곱해서 정리하면 <math>\cos k = \frac{3\sqrt{5}}{65}</math></p> <p><math>\triangle ABC</math>에서 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면 <math>BC \times AC = AB \times HC</math> 이므로 <math>HC = \frac{36}{65} r</math> 이고 점 H에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H'이라 하자</p> <p>그럼 <math>HH' = PA = 2r \cos k = 2r \cdot \frac{3\sqrt{5}}{65}</math></p> <p><math>\therefore \tan \theta = \frac{HH'}{HC} = \frac{2r \cdot \frac{3\sqrt{5}}{65}}{\frac{36}{65} r} = \frac{\sqrt{5}}{6}</math></p> <p><math>\tan \theta = \frac{\sqrt{5}}{6}</math> <math>\tan \theta = \tan \beta</math> 일때 <math>\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{5+1}}</math></p> <p><math>\therefore \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{36+1}} = \frac{1}{\sqrt{37}} = \frac{6}{11}</math></p>
<p>점 P, Q, A, B를 포함하는 평면으로 자른 단면을 관찰하자</p> <p>이때 점 O를 중심인 원의 반지름의 길이를 r</p> <p><math>\angle BPA = k</math> 라 하면</p>	

【문제 1-A】 : 이 응시자는 주어진 조건으로부터  $a, b, c$ 의 정보를 알맞게 도출하였고, 이로부터 문제가 요구하는 경우의 수를 적절하여 계산하였다. 특히 문항 (2)번에서  $a > b$ 라는 조건을 만족하는 경우를 알맞게 나누어 계산하였다. 단지 각각의 경우에 대해  $a$ 의 범위 결정에 대한 이유를 추가하였다면 완벽했을 것이라 생각된다.

【문제 1-B】 : 이 응시자는 삼수선의 정리를 정확히 이해하고 있으며, 문제에 주어진 조건들을 활용하여 문제해결에 필요한 기하적 성질 및 값들을 대체로 잘 유도하였지만, 직선과 선분의 차이를 인지하지 못하여  $PQ \perp \alpha$ 라는 잘못된 조건을 도출하였다. 잘못된 조건을 도출하였지만, 이로부터 원을 이용하여 원하는 값을 도출하는 과정은 매우 적절하였다.

【문제 1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

<p>1-A</p> <p>1) <math>f(1)=100</math> 이고 <math>f(1)=a+b+c=100 \dots \textcircled{A}</math> 이다.  <math>\int_0^1 f(x) dx = 40\sqrt{5}</math> 를 만족하려면 <math>f(x)=ax^2+bx+c</math> 이고  <math>\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (ax^2+bx+c) dx = \left[ \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx \right]_0^1</math>  <math>= \left[ \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c \right] = 40\sqrt{5}</math> (문, C는 정수)  <math>= \left( \frac{2}{3}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{6}c + C_1 \right) - \left( -\frac{2}{3}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{6}c + C_1 \right)</math>  <math>= \frac{4}{3}a + b + \frac{1}{3}c = 40\sqrt{5}</math>  <math>2\sqrt{3}a + 2\sqrt{3}c = 40\sqrt{5}</math> 이다.  <math>2\sqrt{3}(a+c) = 40\sqrt{5}</math> 이므로 <math>a+c=20\sqrt{5/3}</math> 이다.          이 식을 <math>\textcircled{A}</math>에 대입하면 <math>(a+c)+b=100</math>, <math>2a+b=100 \therefore b=80</math> 이다.          이 때, <math>a+c=20\sqrt{5/3}</math> 을 만족하는 자연수 <math>a, c</math> 의 순서쌍은  <math>(1, 80), (2, 80), (3, 80), \dots, (a, 80), (2a-a), \dots, (19, 80)</math>  <math>\therefore</math> 총 19개의 순서쌍 존재함. <math>\therefore 19</math> 개.</p> <p>2) <math>f(1)=100</math>, <math>f(-\frac{1}{2}) &lt; 0</math> 를 만족하려면 만족하려면  <math>f(x)=at^2+bt+c=100 \dots \textcircled{A}</math> 이고, <math>f(-\frac{1}{2})</math> 은 <math>f(x)=2ax^2+b</math> 이  <math>x=-\frac{1}{2}</math> 이므로 <math>f(-\frac{1}{2}) = -a+b &lt; 0</math> 이다. 즉, <math>a &gt; b</math> 이다.  <math>at^2+c=100</math> 과 <math>a &gt; b</math> 를 동시에 만족하는 자연수 <math>a, b, c</math> 의 순서쌍은  <math>c</math> 값에 따라 나열하면  <math>c=99</math> 이면 <math>a+b=1</math> 이므로 <math>(1, 0, 99)</math> 가 있다.  <math>c=98</math> 이면 <math>a+b=2</math> 이므로 <math>(2, 0, 98)</math> 가 있다.  <math>c=97</math> 이면 <math>a+b=3</math> 이므로 <math>(2, 1, 97)</math> 또는 <math>(1, 2, 97)</math> 가 있다.  <math>c=96</math> 이면 <math>a+b=4</math> 이므로 <math>(3, 1, 96)</math> 또는 <math>(2, 2, 96)</math> 가 있다.  <math>c=95</math> 이면 <math>a+b=5</math> 이므로 <math>(4, 1, 95)</math>, <math>(3, 2, 95)</math> 또는 <math>(2, 3, 95)</math> 가 있다.  <math>c=94</math> 이면 <math>a+b=6</math> 이므로 <math>(5, 1, 94)</math>, <math>(4, 2, 94)</math> 또는 <math>(3, 3, 94)</math> 가 있다.  <math>c=93</math> 이면 <math>a+b=7</math> 이므로 <math>(6, 1, 93)</math>, <math>(5, 2, 93)</math>, <math>(4, 3, 93)</math> 또는 <math>(3, 4, 93)</math> 가 있다.  <math>\vdots</math>  <math>c=3</math> 이면 <math>a+b=97</math> 이므로 <math>(96, 1, 3)</math>, <math>(95, 2, 3), \dots, (49, 49, 3)</math> 가 있다.  <math>c=2</math> 이면 <math>a+b=98</math> 이므로 <math>(97, 1, 2)</math>, <math>(96, 2, 2), \dots, (50, 49, 2)</math> 가 있다.  <math>c=1</math> 이면 <math>a+b=99</math> 이므로 <math>(98, 1, 1)</math>, <math>(97, 2, 1), \dots, (50, 49, 1)</math> 가 있다.</p>	<p>이론상이라면 C가 관측값과 순서쌍의 개수는 19개, 20개, 21개, ..., 48개 이고          C가 높은 때의 순서쌍 개수는 21개, 22개, ..., 49개 이다.  <math>\frac{1}{2} \times 49 = 24.5</math>  <math>\frac{1}{2} \times 48 = 24</math>  <math>\frac{1}{2} \times 49 = 24.5</math>  <math>\frac{1}{2} \times 48 = 24</math>  <math>\textcircled{A}</math>과 <math>\textcircled{B}</math>을 더하면 <math>49 \times (24+25) = 49 \times 49</math>  <math>= 2401</math> 이다. <math>\therefore 2401</math> 개.</p> <p>1-B          선분 PA, QB는 평면 <math>\alpha</math>에 수직이므로 선분 PQ는 평면 <math>\alpha</math>와 수직이므로  <math>\overline{PA} = a</math> 라고 하자. <math>\tan(\angle PCA) = \frac{1}{2}</math> 이므로 <math>\overline{PC} = 2a</math> 이고 <math>\overline{AC} = a\sqrt{3}</math> 이고  <math>\overline{PB} = 2a</math> 이고 <math>\overline{BC} = a\sqrt{3}</math> 이므로 <math>\overline{QB} = a\sqrt{3}</math> 이고,  <math>\tan(\angle QCB) = \frac{1}{2}</math> 이므로 <math>\overline{QC} = \frac{1}{2}a</math> 이다.  <math>\angle PAC = \angle QCB = \theta</math> 이므로 <math>\overline{PC} = \sqrt{a^2 + 9a^2} = \sqrt{10}a</math>,  <math>\overline{QC} = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + a^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a</math>          선분 BC는 <math>\angle PCB = \theta</math> 이므로 <math>\overline{PB} = \sqrt{10a^2 + \frac{1}{4}a^2} = \frac{\sqrt{41}}{2}a</math> 이고,  <math>\overline{BC} = \frac{1}{2}a</math> 이고, <math>\overline{PC} = \sqrt{10}a</math> 이고,          이때, <math>\overline{PB}</math>는 평면 <math>\alpha</math>에 수직이므로 점 C에서 <math>\overline{PB}</math>에 내린 수선의 발을 점 T,  <math>\overline{BC}</math>에 내린 수선의 발을 점 S라고 하자.  <math>\triangle ABC</math>에서 <math>(\overline{AB})^2 = (\overline{AC})^2 + (\overline{BC})^2</math> 이므로 <math>\angle ACB = 90^\circ</math> 이고,          그러므로 <math>\overline{TS}</math>는 평면 <math>\alpha</math>에 수직이다.          이때, 평면 PCQ와 평면 <math>\alpha</math>가 이루는 각 <math>\theta</math> 이고, <math>\cos \theta</math>를 구하면  <math>\theta = \angle TCS</math> 가 된다. 즉, <math>\cos \theta = \cos(\angle TCS) = \frac{\overline{CS}}{\overline{PC}}</math>,  <math>(\overline{TC})^2 = (\overline{PC})^2 - (\overline{SC})^2</math>, <math>(\overline{SC}) \times (\overline{PB}) \times \sin \theta = (\overline{TC}) \times (\overline{BC})</math> 이므로  <math>\overline{SC} = \frac{1}{\sqrt{11}} a</math> 가 되고, <math>\overline{PC} = \frac{11}{\sqrt{11}} a</math> 이므로  <math>\therefore \cos \theta = \frac{1}{11}</math></p>
--	--

【문제 1-A】 : 이 응시자는 (1)번 문항에서 주어진 조건을 적절한 연립방정식으로 나타내고 이를 이용해 자연수 a, c의 합이 가지는 조건을 도출하였다. 이로부터 가능한 a, b, c의 순서쌍 19가지를 나열을 통해 정확히 찾아내었다. (2)번 문항에서는 함수 f(x)의 도함수를 구해 주어진 조건을 만족하는 a, b의 조건을 정확히 도출하였다. 나머지 변수 c의 값을 1~100까지 바꿔가며 가능한 (a, b) 순서쌍의 개수를 구하였고, 이것이 등차수열이 됨을 발견하여 전체 가능한 (a, b, c) 조합의 개수를 정확히 계산하였다.

【문제 1-B】 : 이 응시자는 선분 PA, QB의 길이를 상수 a로 고정하여 선분 PQ를 평면 alpha와 평행하게 두었다. 이때 점 C에서 선분 BC, PQ에 내린 수선의 발과 점 C가 이루는 각을 이용해 구해 cos theta를 계산하였다. 피타고라스의 정리를 이용해 선분 사이의 직각 관계를 잘 규명하였으나, 왜 선분 사이의 각이 평면 사이의 각과 같은지에 대한 논증은 다소 부족하다.

자연 2-1

【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 0점 처리)

<p>(1) 빛의 속도는 c로 파장과 진동수의 곱과 같다  <math>v = \lambda f</math>  <math>3.0 \times 10^8 \frac{m}{s} = f \times 450 \text{ nm}</math>  <math>= f \times 450 \times 10^{-9} \text{ m}</math>  <math>f = 3 \times 10^8 \times \frac{1}{450} = \frac{1}{15} \times 10^{16} = \frac{2}{3} \times 10^{15} \text{ Hz}</math>                  에너지 <math>E = hf</math> 이므로  <math>E = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times \frac{2}{3} \times 10^{15} \text{ Hz}</math>  <math>= 4.4 \times 10^{-19} \text{ J}</math> 이다</p>	<p>(3) &lt;보기&gt;의 실험들 ① 실험을 보면 공기를 뺀 병에도 산소가 채워져 반응했다 이는 광합성에 의해 발생했을 산소는 이산화탄소가 아닌 물에 의해 생성되었을 가능성이 있다                  ② 실험에서 <math>H_2S</math>를 물대신 넣었을 때 환원 이빨 생장 정도보다 물은 포도당을 구성하는 수소를 공급하는 역할을 할 수 있고 물이 생성된 것으로 보아 이산화탄소에 의한 산소가 포도당을 구성하고 수소의 결핍하여 물은 생성된 수소를 이용할 수 있다                  과학자 루벤의 광합성 화학식은  <math>6CO_2 + 12H_2O \rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6H_2O + 6O_2</math></p>
<p>(2) 포도당 반응식은 <math>6CO_2 + 6H_2O \rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2</math>                  이다 즉 이산화탄소 6몰당 포도당 1몰이 생성 가능하다 18몰의 이산화탄소가 사용되었으므로 3몰의 포도당이 생성되고 이때 반응 엔탈피 <math>\Delta H = 3 \times 264 \times 10^6 \text{ J/mol}</math> 이다.                  흡수한 빛에너지는  <math>3.0 \times 10^{14} \times 6.6 \times 10^{-34} \times 100 \times 6.0 \times 10^{23}</math>  <math>= 1.188 \times 10^8 \text{ J}</math> 이다.                  흡수한 빛에너지중 포도당 합성에 사용된 에너지의 비율은 <math>\frac{3 \times 264 \times 10^6}{1.188 \times 10^8} = \frac{3 \times 264}{118.8} = \frac{2}{5}</math> 이다.  <math>\therefore</math> 답은 40% 이다</p>	

【문제 2-(1)】 : 광자의 진동수와 파장 사이의 관계, 그리고 에너지와 진동수 사이의 관계를 정확히 제시하였다. 또한, 비교적 정돈된 형태로 풀이를 제시하였으며, 각각의 값의 단위에 대한 처리도 깔끔하게 전개되었다.

【문제 2-(2)】 : 광합성 반응식을 정확하게 제시하였으며, 문제의 의도를 전반적으로 잘 파악하여 풀이를 제시하였다. 반응 엔탈피의 개념을 잘 이해하고 정확한 계산을 통해서 답을 구하였으나, 포도당 3몰에 대한 전체 반응 엔탈피를 구할 때 단위의 처리가 다소 미숙한 부분이 있는 것은 아쉬움으로 남는다.

【문제 2-(3)】 : <보기>에서 제시한 내용을 정확하게 파악하고 있다. <보기1>로부터 산소 기체의 산소가 물에서 유래하는 것을 파악하였고, <보기2>로부터 이산화탄소의 산소 원자가 포도당과 물로 나뉘는 것을 이해하였다. 이를 기반으로 정확한 화학반응식을 동위 원소까지 고려하여 완성하였다.

자연 2-2

【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 0점 처리)

<p>1)</p> <p>진동수 = 파장 이므로  <math display="block">\text{진동수의 역수} = \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \times 10^8 \text{ m/Hz}</math></p> <p><math display="block">E = h \cdot \frac{1}{\lambda} \times 10^8 \text{ m/Hz} \cdot \text{Hz}</math> <math display="block">= 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{1}{10^{-7}} \times 10^8 \text{ m/Hz} \times \text{Hz}</math> <math display="block">= 6.6 \times 10^{-28} \text{ m/Hz}</math> <math display="block">= 4.4 \times 10^{-19} \text{ J}</math></p>	<p>제시된 ①로부터 나타낼 수 있는 화학식은 다음과 같다.  <math display="block">6\text{Fe}_2\text{O}_3 \rightarrow 4\text{Fe}_3\text{O}_4 + \text{O}_2</math>          이 과정을 통해 열역학이 커다란 산화물은 이용하여 산소를 만들 수 있음을 알 수 있다.</p>
<p>2)</p> <p>광자 1개의 에너지 = <math>5.0 \times 10^{14} \times 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}</math>  <math display="block">= 33 \times 10^{-20} \text{ J}</math></p> <p>광자 100 물의 에너지 = <math>33 \times 10^{-20} \times 6.0 \times 10^{23} \times 100 \text{ J}</math>  <math display="block">= 33 \times 6.0 \times 10^4 \text{ J}</math></p> <p>포도당 합성의 화학반응  <math display="block">6\text{H}_2\text{O} + 6\text{CO}_2 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2</math> 이므로  <math>\text{CO}_2</math>가 16몰 반응 했으므로 포도당은 3몰 반응 하였다.</p> <p><math>\therefore</math> 포도당 합성 반응 엔탈피  <math display="block">\frac{\text{흡수한 빛에너지}}{\text{흡수한 빛에너지}} = \frac{3 \times 2.64 \times 10^6}{33 \times 6.0 \times 10^4} = \frac{4}{10}</math></p> <p>흡수한 빛에너지 중에서 포도당 합성에 사용된 에너지의 비율은 40%이다.</p> <p>제시된 ②에서  <math display="block">12\text{H}_2\text{S} + 6\text{CO}_2 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{H}_2\text{O} + 12\text{S}</math>          도출해 낼 수 있으므로 이를 통해 <math>\text{CO}_2</math>에서 산소가 <math>\text{H}_2\text{O}</math>의 상태라 <math>\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6</math> 이상태로 변환시킬 수 있음을 알 수 있다. 또한 반응 산화되어 독립적인 분자로 분리됨을 알 수 있다.</p>	<p>제시된 ②에서  <math display="block">12\text{H}_2\text{S} + 6\text{CO}_2 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{H}_2\text{O} + 12\text{S}</math>          도출해 낼 수 있으므로 이를 통해 <math>\text{CO}_2</math>에서 산소가 <math>\text{H}_2\text{O}</math>의 상태라 <math>\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6</math> 이상태로 변환시킬 수 있음을 알 수 있다. 또한 반응 산화되어 독립적인 분자로 분리됨을 알 수 있다.</p>
<p>포도당 합성의 화학반응  <math display="block">6\text{H}_2\text{O} + 6\text{CO}_2 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2</math> 이므로  <math>\text{CO}_2</math>가 16몰 반응 했으므로 포도당은 3몰 반응 하였다.</p> <p><math>\therefore</math> 포도당 합성 반응 엔탈피  <math display="block">\frac{\text{흡수한 빛에너지}}{\text{흡수한 빛에너지}} = \frac{3 \times 2.64 \times 10^6}{33 \times 6.0 \times 10^4} = \frac{4}{10}</math></p> <p>흡수한 빛에너지 중에서 포도당 합성에 사용된 에너지의 비율은 40%이다.</p>	<p>제시된 ②에서  <math display="block">12\text{H}_2\text{S} + 6\text{CO}_2 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{H}_2\text{O} + 12\text{S}</math>          도출해 낼 수 있다.</p>
<p>포도당 합성의 화학반응  <math display="block">6\text{H}_2\text{O} + 6\text{CO}_2 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2</math> 이므로  <math>\text{CO}_2</math>가 16몰 반응 했으므로 포도당은 3몰 반응 하였다.</p> <p><math>\therefore</math> 포도당 합성 반응 엔탈피  <math display="block">\frac{\text{흡수한 빛에너지}}{\text{흡수한 빛에너지}} = \frac{3 \times 2.64 \times 10^6}{33 \times 6.0 \times 10^4} = \frac{4}{10}</math></p> <p>흡수한 빛에너지 중에서 포도당 합성에 사용된 에너지의 비율은 40%이다.</p>	<p>포도당 합성에 이용되는 산소는 모두 산소를 생성하는데 이용되고, <math>\text{CO}_2</math>에서 이용되는 산소는 포도당과 포도당 합성 과정에서 발생하는 <math>\text{H}_2\text{O}</math>를 생성하는데 이용된다.</p>
<p>흡수한 빛에너지 중에서 포도당 합성에 사용된 에너지의 비율은 40%이다.</p> <p>제시된 ②에서 가시광선 영역의 빛에너지가 주로 이용되고, 진동수가 <math>5.0 \times 10^{14} \text{ Hz}</math>인 광자에서의 에너지 이용비율이 40%인 것을 볼 때 진동수가 <math>5.0 \times 10^{14} \text{ Hz}</math>인 광자는 가시광선 영역에 있음을 추론할 수 있다.</p>	<p>포도당 합성에 이용되는 산소는 모두 산소를 생성하는데 이용되고, <math>\text{CO}_2</math>에서 이용되는 산소는 포도당과 포도당 합성 과정에서 발생하는 <math>\text{H}_2\text{O}</math>를 생성하는데 이용된다.</p>

【문제 2-(1)】 : 광자의 진동수, 파장, 에너지에 대해 정확히 이해하고 있다. 각 값의 단위에 대한 올바른 이해를 바탕으로 정확한 값을 도출하였다. 다만, 풀이를 보다 정돈된 형태로 제시하지 못한 것이 아쉽다.

【문제 2-(2)】 : 문제에서 의도한 내용을 잘 파악하고 있다. 광합성의 화학반응식을 제시하였으며, 몰과 엔탈피의 개념도 잘 이해한 것으로 보인다. 정확한 논리 전개와 계산을 통해서 정답을 구하였다.

【문제 2-(3)】 : <보기>에서 제시한 내용을 전반적으로는 올바르게 이해하고 있다. 특히, <보기2>의 내용으로부터 반응식을 정확하게 작성하고, 이를 이용하여 문제에서 요구하는 동위 원소가 있는 반응식을 추론하였다. <보기1>의 내용에 대한 이해는 다소 부족하지만 <보기2>의 내용에 대한 정확한 이해로 이를 극복한 답안이다.

자연 2-3

[문제 2] 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

<p>(1) 파장과 진동수의 관계 <math>f = \frac{c}{\lambda}</math> 이므로  <math>f = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s} \times \frac{1}{450 \times 10^{-9} \text{ m}} = \frac{1}{15} \times 10^{16} \text{ Hz}</math> 이고                  제시문 (가)에 의해 <math>E = hf</math> 이므로  <math>E = 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{1}{15} \times 10^{16} \text{ J} = 44 \times 10^{-20} \text{ J}</math> 이다.</p> <p>(2)                  제시문 (나)에 의해 광합성의 화학반응식은  <math>6\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2</math> 이다, 18몰의 이산화탄소는 소모되므로 3몰의 포도당이 생성된다                  따라서 포도당 합성 반응 엔탈피는 <math>\Delta H = 3 \times 2.64 \times 10^6 \text{ J}</math> 이고                  흡수한 전체 빛 에너지는, 제시문 (가)에 의해  <math>E = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 5.0 \times 10^{14} \times 100 \times 6.0 \times 10^3 = 198 \times 10^5</math>  <math>\therefore \frac{3 \times 2.64 \times 10^6}{198 \times 10^5} \times 100 = 40\%</math></p> <p>(3)                  제시문의 ㉠에 의하여 <math>\text{H}_2\text{O}</math>의 동위원소 <math>^{18}\text{O}</math>는 산소 기체를 만들어내는데                  관여하겠고 ㉡은 1몰의 <math>\text{H}_2\text{O}</math>와 옥살산철(Ⅲ)이 반응하여 6몰의 <math>\text{O}_2</math>와 옥살산(Ⅲ)이 생성된다                  제시문의 ㉢에 의하여 <math>\text{CO}_2</math>의 <math>\text{O}</math>는 포도당과 물을 생성하는데                  관여할 것이다. 따라서 ㉡의 화학반응식은  <math>12\text{H}_2\text{S} + 6\text{CO}_2 \longrightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{H}_2\text{O} + 12\text{S}</math> 이다.                  ㉠과 ㉢에 의하여  <math>12\text{H}_2^{18}\text{O}</math>는 6몰의 <math>\text{O}_2</math>를, <math>6\text{CO}_2</math>는 <math>\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6</math>와 <math>6\text{H}_2\text{O}</math>를 반응한다                  따라서 광합성의 화학반응식은  <math>12\text{H}_2^{18}\text{O} + 6\text{CO}_2 \longrightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{H}_2^{18}\text{O} + 6^{18}\text{O}_2</math> 이다.</p>	
--	--

[문제 2-(1)] : 광자의 진동수와 파장 사이의 관계를 파악하고 있으며, 제시문에 제시된 광자의 에너지와 진동수 사이의 관계를 이용하였다. 보기 좋게 풀이를 제시하였지만, 중간 과정에서 각각의 물리적 값의 단위를 보이며 풀이를 전개하였다면 더욱 완벽한 답안이 되었을 것이다.

[문제 2-(2)] : 문제의 의도를 정확히 이해하여, 광합성 반응식, 포도당 3몰이 생성될 때의 엔탈피, 흡수한 빛 에너지 등을 순차적으로 잘 구하였다. 최종적으로 정확한 정답을 제시하였으나, [문제 2-(1)]의 답안과 마찬가지로 각각의 물리적인 값의 단위가 일부는 제시되고 일부는 누락되어 점 등이 아쉽다.

[문제 2-(3)] : <보기>에서 추론할 수 있는 내용을 전반적으로 잘 파악하고 있다. <보기1>로부터 산소 기체가 물에서 유래하는 것을 파악하였고, <보기2>로부터 이산화탄소의 산소 원자가 포도당과 물로 나뉘는 것을 이해하였다. 또한 <보기2>의 반응에 대해 정확한 화학반응식을 세우고, 이를 바탕으로 문제에서 요구하는 동위 원소를 포함한 화학반응식을 완성하였다.

문제 2-4

【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '이점 처리')

<p>(1) <math>v = f\lambda</math>, 즉 파장에서 속도는 진동수다 파장의 곱과 같다. 주어진 해색광의 속력은 빛의 속도라 하고, <math>\lambda</math> 값은 <math>3.0 \times 10^8 \text{ m/s}</math> 이다. 파장은 <math>450 \text{ nm}</math> 이므로 진동수를 구하면</p> $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{450 \times 10^{-9} \text{ m}} = \frac{2}{3} \times 10^{15} \text{ Hz}$ <p>제시문 [가]에서 <math>E = hf \cdot 2</math> <math>h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}</math> 이다</p> $E = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \times \frac{2}{3} \times 10^{15} \text{ Hz} = 4.4 \times 10^{-19} \text{ J}$	<p>(3) &lt;보기&gt;의 ① 실험에서는 <math>\text{CO}_2</math>가 많고 <math>\text{O}_2</math>가 발생한다는 것을 알 수 있고, ② 실험에서는 <math>\text{H}_2\text{O}</math>가 많고 <math>\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6</math>가 생성된다는 것을 알 수 있다. 이를 통해 광합성 반응</p> $6\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2$ <p>에서 <math>\text{H}_2\text{O}</math>의 산소는 <math>\text{O}_2</math> 기체 발생에 기여하고, <math>\text{CO}_2</math>의 산소는 <math>\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6</math> 발생에 기여한다는 것을 알 수 있다. 또한, <math>\text{H}_2\text{O}</math>도 발생 할 수 있다. 그러므로 계산을 고려하여 화학반응식을 풀면</p> $6\text{CO}_2 + 12\text{H}_2^{18}\text{O} \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6^{18}\text{O}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$ <p>위와 같다고 예측할 수 있다.</p>
<p>(2) 광합성의 화학 반응식 다음과 같다.</p> $6\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2$ <p><math>\text{CO}_2</math>와 <math>\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6</math>가 6:1의 비율로 반응 하므로 18몰의 이산화 탄소와 포도당이 반응하여 합성된 포도당의 양은 3몰이다.</p> <p>진동수 <math>5.0 \times 10^{14} \text{ Hz}</math>의 광자 1개가 가지는 에너지는</p> $E = hf = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \times 5.0 \times 10^{14} \text{ Hz} = 3.3 \times 10^{-19} \text{ J}$ <p>1000몰은 100몰의 10배 하므로 이는 광자 <math>6.0 \times 10^{25}</math>개다.</p> <p>그러므로 총 에너지는 <math>3.3 \times 10^{-19} \text{ J} \times 6.0 \times 10^{25}</math>이므로, 2 값은 <math>1.98 \times 10^6 \text{ J}</math>이 된다.</p> <p>포도당 1몰이 생성될 때 반응 엔탈피가 <math>2.64 \times 10^6 \text{ J/mol}</math> 이므로 3몰이 생성 되었으므로 포도당 합성 반응 엔탈피는 <math>7.92 \times 10^6 \text{ J}</math> 이다.</p> $\therefore \frac{\text{포도당 합성 반응 엔탈피}}{\text{흡수한 빛에너지}} = \frac{7.92 \times 10^6 \text{ J}}{1.98 \times 10^6 \text{ J}} = \frac{2}{5}$ <p><math>\frac{2}{5} \times 100 = 40\%</math> 이다.</p> <p>그러므로 에너지의 비율은 40% 이다.</p>	

[문제 2-(1)] : 광자의 진동수와 파장, 그리고 에너지와 진동수 사이의 관계식을 먼저 정확하게 제시하고 풀이를 잘 정리하여 표현하였다. 각 변수의 단위 또한 잘 고려하여 풀이한 모범 답안이라고 할 수 있다.

[문제 2-(2)] : 전반적인 답안의 흐름이 논리적으로 전개되었다. 광합성 반응식을 제시하고, 이를 문제의 구체적인 상황에 맞게 이용하였다. 각 단계별 계산에도 정확한 논리를 문장으로 제시하였으며, 물리적인 값의 단위를 항상 표시하여 계산의 정확도를 높였다. 전형적인 모범 답안이다.

[문제 2-(3)] : 산소 기체의 산소 원자는 물에서 기인하고, 포도당의 산소 원자는 이산화탄소에서 유래한다는 것을 <보기>를 통해서 정확히 파악하였다. 생성물 쪽의 물에 대한 설명이 명확하게 답안에 제시되어 있지는 않지만, 정확한 화학반응식을 동위 원소를 포함하여 작성한 것으로 미루어 문제에 대한 전반적인 이해가 이루어졌다고 판단할 수 있었다.

자연 2-5

【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

(1)  
 제시한 바에 따르면  $E = hf$  이다. 이때, 진동수는 파장에 반비례하므로  
 $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$  라는 식을 만들 수 있다. 이를 이용하여 파장이  $450\text{nm}$ 인  
 청색광 광자 1개의 진동수와 에너지를 구하면 다음과 같다.  
 $hf = \frac{hc}{\lambda}$   
 $f = \frac{c}{\lambda}$  이므로  
 $f = \frac{3.0 \times 10^8}{4.5 \times 10^{-7}} = \frac{2}{3} \times 10^{15} (\frac{1}{3})$   
 또한  $E = hf$  이므로  
 $E = 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{2}{3} \times 10^{15} = 4.4 \times 10^{-19} \text{J}$  이 나오게 된다.

(2)  
 광합성 결과 18몰이 이산화탄소가 소모되었거 광합성 결과 3몰이 포도당을  
 합성하게 된다. 이를 위하여 포도당 합성 빛은 엔탈피를 구하면  
 $2.64 \times 10^6 \times 3 = 7.92 \times 10^6 \text{J}$  이다.  
 한편, 흡수한 빛에너지는  $5 \times 10^{14} \times 6.6 \times 10^{-34} \times 10^7 \times 6 \times 10^{23}$   
 $= 19.8 \times 10^6 \text{J}$  이므로  
 $\frac{7.92 \times 10^6 \text{J}}{19.8 \times 10^6 \text{J}} \times 100 = \frac{4}{10} \times 100 = 40\%$   
 $\therefore$  흡수한 빛에너지 중에서 포도당 합성에 사용된 에너지의 비율은  
 40%이다.

(3)  
 제시된 ①의 실험결과를 통해 광합성 결과  $O_2$ 가 생성됨을 알 수 있다.  
 또한 제시된 ②의 실험결과를 통해 녹말 화해액에서 생성되는 광합성 산물 중  
 5가 나오며, 이는  $H_2O$ 에서 나왔음을 알 수 있다.  
 따라서 광합성시 나오는  $O_2$ 는  $H_2O$ 에서 나왔다고 추론할 수 있다.  
 이와 함께 원자수 보존법칙을 위반하지 않고 광합성의 화학 반응을  
 구문한다면  
 $6CO_2 + 12H_2O \rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2 + 6H_2O$  라는 반응식이 나오게 된다.

[문제 2-(1)] : 광자의 에너지와 파장에 대한 관계식을 먼저 유도하였다. 유도에는 광자의 에너지와 진동수 사이의 관계식, 그리고 진동수와 파장 사이의 관계식을 이용하였다. 하지만 풀이에서는 다시 각각의 관계식을 이용하여 진동수와 에너지를 순차적으로 구하였고, 처음에 유도한 관계식을 직접 이용하지는 않았다. 문제에서 요구하는 바와 직접적 관계가 없는 설명이 존재하나, 제시문에 대한 정확한 이해에 바탕한 답안이라고 할 수 있다.

[문제 2-(2)] : 문제의 의도를 정확히 이해하고 있다. 광합성 반응식에서 포도당과 이산화탄소의 비를 파악하고 있으며, 이를 통해 전체 포도당 합성 엔탈피를 구하였다. 또한, 흡수한 빛에너지 값도 정확히 도출하여, 최종 답안을 잘 작성하였다. 광합성 반응식을 답안에 제시하고 계산의 논리를 보다 자세히 기술했다면, 더욱 완벽한 답안이 되었을 것이다.

[문제 2-(3)] : <보기>에서 제시한 내용으로부터 문제 해결에 필요한 내용을 비교적 올바르게 이해하고 있다. 특히, <보기2>로부터 산소 기체가 물에서 유래한 것을 정확하게 추론하였다. 이를 기반으로 문제에서 요구하는 반응식을 잘 완성하였다. <보기1>에 대한 이해는 상대적으로 부족한 것으로 보인다.