

자연 문제 1번

ihak.ssu.ac.kr

[자연1-1]

【문제 1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

문제 1-A	1-B
1) $2x+2y+z=100$ 을 만족하는 자연수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 는 $x+y+z=50$ 을 만족한다. 따라서 집합 A의 원소중에서 $x+y+z=60$ 을 만족하기 위해선 $\begin{cases} x+y+z=50 \\ x+y+z=60 \end{cases}$ 을 모두 만족해야하므로 주어진	f(t)에 해당하는 속도로 물이 들어온다면 t초 후에는 0초부터 t초까지 에 해당하는 물의 양이 들어온 것과 같다. 따라서 f(t) 이 식을 t에 관해 적분하면 들어온 물의 양을 알수 있고, 같은 원리로 f(t)를 적분했을 때 빠져간 물의 양을 알수 있다.
두 식을 빼면 $z=10$, 즉 $z=20$ 을 만족하면 된다.	$f(t) = 4(t+2) \cdot \ln(t+2)$
$\therefore x+y+20=60$ 을 만족하는 자연수 순서쌍 (x, y) 는 $x+y=40$ 을 만족하는 자연수 x, y 와 같으므로 x 또는 y 가 0 일 경우를 제외해 $2H_{38}$, 즉 $3a_{38} = 39$ 개이다.	$4 \int (t+2) \ln(t+2) dt$ $t+2 = x$ 로 치환, t에 관해 미분, $1 = \frac{dx}{dt}$
2) $2x+2y+z=100$ 을 만족하는 자연수 순서쌍 (x, y, z) 에 대하여 $2x+2y$ 는 항상 2의 배수이므로 z 또한 2의 배수여야 한다.	$4 \int x \cdot \ln x \cdot dx = 4 \left(\ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{1}{2} x dx \right) = 2x^2 \ln x - x^2$
$\therefore z=2$ 일때 자연수 (x, y) 에 대해 $x+y=49$, $2H_{49} = 48(49) = 48$	$2x^2 \ln x - x^2 = 2(t+2)^2 \ln(t+2) - (t+2)^2$, 따라서 0초 부터 t초까지 들어온 물의 양은 $\left[2(t+2)^2 \ln(t+2) - (t+2)^2 \right]_0^t = 2(t+2)^2 \ln(t+2) - (t+2)^2 - 8 \ln 2 + 4$ 이다.
$z=4$ 일때 // $x+y=48$, $2H_{48} = 47(48) = 47$	$g(t) = \frac{2 \ln(t+1)}{t+1}$
$z=6$ 일때 // $x+y=47$, $2H_{47} = 46(47) = 46$	$2 \int \frac{\ln(t+1)}{t+1} dt$ $\ln(t+1) = y$ 로 치환, t에 관해 미분, $\frac{1}{t+1} = \frac{dy}{dt}$
\vdots	$2 \int y dy = y^2 = \{\ln(t+1)\}^2$, 따라서 0초 부터 t초까지 빠져간 물의 양은 $\left[\ln(t+1) \right]_0^t = \{\ln(t+1)\}^2$ 이다.
$z=96$ 일때 // $x+y=2$, $2H_2 = 1(0) = 1$	따라서 t초 후에 물탱크에 있는 물의 양은 $10 + 2(t+2)^2 \ln(t+2) - (t+2)^2 - 8 \ln 2 + 4 - \{\ln(t+1)\}^2$ 이다.
이므로 $2x+2y+z=100$ 을 만족시키는 자연수 순서쌍의 개수는 $48+47+\dots+1 = \frac{48 \cdot 49}{2} = 1176$ 개이다.	$\therefore t=2$ 일때 물탱크에 있는 물의 양은 $\{56 \ln 2 - 2 - (\ln 3)\}^2$ 이다.
따라서 1)에 해당하는 순서쌍의 개수가 39개였으므로 $x+y+z=60$ 을 만족하지 않는 자연수 (x, y, z) 의 순서쌍 개수는 $1176 - 39 = 1137$ 개이다.	

문제 1-A: 주어진 조건을 만족하는 자연수 순서쌍의 개수를 논리적 과정에 따라 정확히 계산했다.

문제 1-B: 유입된 물의 양과 배출된 물의 양을 부분적분과 치환적분을 통해 시간의 함수로 정확히 유도해 내는 과정이 매우 우수한 답안이다.

[자연1-2]

【문제 1】 답안은 반드시 해당 답안에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

문제 1-A	문제 1-B
<p>(1) $x+y = p$ 라고 하자. $2p+z=100$, $p+z=60$ 이므로 * 독식을 연결하면, $p=60$ $z=20$ 이다. 이때 $p=x+y=40$ 인데, x, y는 자연수 이므로 $x-1 = x'$ $y-1 = y'$ 라고 하자. $x'+y'=38$ 이므로 중복순열을 사용하면, $2H_{38} = 39C_{38} = 39$ 이므로 $x+y+z=60$ 을 만족하는 (x, y, z) 의 개수는 39개이다.</p>	<p>$t=0$ 에서 $t=a$ 까지 물이 유입된 양은 $\int_0^a \{4(t+2) \cdot \ln(t+2)\} dt$ 이고, $t=0$ 에서 $t=a$ 까지 물이 배출된 양은 $\int_0^a \frac{2 \ln(t+1)}{(t+1)} dt$ 이다. 처음부터 문턱크에 들어있던 물의 양이 10이므로 $t=2$ 에서 문턱크에 들어있는 물의 양은 $\int_0^2 \{4(t+2) \cdot \ln(t+2)\} dt - \int_0^2 \frac{2 \ln(t+1)}{t+1} dt + 10 \dots \textcircled{1}$ 이다. $t=2$ 까지 물이 유입된 양은 $\int_0^2 \{4(t+2) \cdot \ln(t+2)\} dt$ 이고, $t+2 = x$ 로 치환하면, $\frac{dx}{dt} = 1$ 이므로, $\int_2^4 4x \cdot \ln x dx$ 이고, 부분적분법을 이용하여 계산하면, $\int_2^4 4x \ln x dx = [2x^2 \ln x]_2^4 - \int_2^4 2x dx = 56 \ln 2 - [x^2]_2^4 = 56 \ln 2 - 12$ 이고, $t=2$ 까지 물이 배출된 양은 $\int_0^2 \frac{2 \ln(t+1)}{t+1} dt$ 이고, $t+1 = x$ 로 치환하면 $\frac{dx}{dt} = 1$ 이므로 $\int_1^3 \frac{2 \ln x}{x} dx$ 이고, $f(x) = \ln x$ 라고 하면 $f'(x) = \frac{1}{x}$ 이므로 $\ln x = u$ 라고 치환하자. $\frac{1}{x} \times \frac{dx}{dt} = 1$ 이므로 $\int_0^{\ln 3} 2u du = [u^2]_0^{\ln 3} = (\ln 3)^2$ 이다. 이를 이용해서 식 ①을 계산하면, $56 \ln 2 - 12 - (\ln 3)^2 + 10 = 56 \ln 2 - (\ln 3)^2 - 2$ 이다. 답: $56 \ln 2 - (\ln 3)^2 - 2$ L</p>
<p>(2) $2x+2y+z=100$ 이고 $xy=p$ 이므로 $2p+z=100$ 이다. $p \geq 2$ 이고, $z \geq 1$ 이므로 $2 \leq p \leq 49$ 의 범위를 만족한다. $\therefore p$ 가 될 수 있는 4의 개수는 2부터 47 까지 46 개이다. 이때 $p' = x+y$ 라고 하자. $p' = p-2$ 이기 때문에 $0 \leq p' \leq 47$ 이다. 이 p' 의 범위를 만족하는 순서쌍 (x', y') 의 개수는 $1H_0 + 2H_1 + 2H_2 + \dots + 2H_{47}$ 이다. $\sum_{k=0}^{47} 2H_k = \sum_{k=0}^{47} k \cdot C_k = \sum_{k=0}^{47} k \cdot \binom{47}{k} = \frac{47 \times 48}{2} + 47 = 1176$ $\therefore 2 \leq p = xy \leq 49$ 인 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수는 1176 개이다. $2p+z=100$ 이므로 p 가 정해지면 z 도 정해진다. \therefore 집합 A의 원소의 개수는 1176 개이다. 이때 $x+y+z=60$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 39 개 이므로 $x+y+z=60$ 을 만족하지 않는 원소 A의 개수는 $1176 - 39 = 1137$ 개이다.</p>	

문제1-A: 문제에서 요구한 답안을 논리적인 과정에 따라 정확히 서술한 것으로 판단된다.

문제1-B: 문제를 정확히 파악하여 정답을 구했으며 부분적분과 치환적분을 이용하여 답을 구하는 과정 또한 명확하게 기술한 우수 답안이라고 생각된다.

[자연1-3]

[문제 1] 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

<p>(1-A)</p>	<p>그러므로 답은, $1176 - 39 = 1137$ (차) 이다.</p>
<p>(1) $2x+2y+z=100$ 과 $x+y+z=60$를 동시에 만족하는 해로, x, y, z가 $2x + 2y + z = 100 \dots \textcircled{1}$ $x + y + z = 60 \dots \textcircled{2}$ $x + y = 40 \dots \textcircled{3}$ 과 같이</p>	<p>(1-B) $\neq S(t)$를 식 t일 때 물탱크에 들어온 물의 양이라 하면, $S(0) = 10, S'(t) = f(t) - g(t)$로 정할 수 있다. (처음 된 순서에 비례한 뒤의 수로 변 감이 원의 변화량 증감으로) 그러므로, $S(t)$는</p>
<p>$\textcircled{1}$식과 $\textcircled{2}$식의 차로 $\textcircled{3}$식을 만들면 z는 x, y 값에 따라 해석 대입이 매번 $\textcircled{3}$식을 만족하는 (x, y)의 순쌍의 개수를 세면 된다. x, y를 $x = x' + 1$ (x'는 0을 포함하는 자연수) $y = y' + 1$ (y'는 0을 포함하는 자연수)</p>	<p>그러므로, $S(t)$는 $S(t) = \int S'(t) dt = \int f(t) dt - \int g(t) dt$ 과 같다. $\int f(t) dt$는 부분적으로 $\int f(t) dt = \int 4 \left(\frac{1}{2}t^2 + 2t\right) \ln(t+2) dt$ $= \int 4 \left(\frac{1}{2}t^2 + 2t\right) \cdot \ln(t+2) dt - \int \frac{2t(t+4)}{t+2} dt$ $= 2t(t+4)\ln(t+2) - \int (2t+4) - \frac{8}{t+2} dt$ $= 2t(t+4)\ln(t+2) - \left[t^2 + 4t - 8\ln(t+2) + C\right]$ 이다.</p>
<p>로 정하면 $\textcircled{3}$식은 $x' + y' = 39$</p>	<p>$\int g(t) dt$ 또한 부분적으로 $\int g(t) dt = \int \frac{2\ln(t+1)}{t+1} dt$ $= 2 \ln(t+1) \cdot \ln(t+1) - \int \frac{2\ln(t+1)}{t+1} dt$ $= 2 \ln(t+1) \cdot \ln(t+1) - \int g(t) dt$ 이므로, $2 \int g(t) dt = 2 (\ln(t+1))^2$ $\int g(t) dt = (\ln(t+1))^2 + C$ 이다.</p>
<p>로 정할 수 있다. 이를 만족한 (x', y')의 순쌍의 개수는 x'와 y'를 정렬하여 39번 순쌍의 개를 뽑아서 나온 조합의 개수와 같으므로, $2 \cdot 39 = 39 \cdot 39 = 39^2$ (가) 가 (x, y)의 순쌍의 개수와 같다.</p>	<p>그러므로 $S(t) = 2t(t+4)\ln(t+2) - t^2 - 4t + 8\ln(t+2) - (\ln(t+1))^2 + C$ 이고, $S(0) = 10$를 대입하여 계산하면 $C = -8\ln 2 + 10$이므로, $S(t) = 2t(t+4)\ln(t+2) - t^2 - 4t + 8\ln(t+2) - (\ln(t+1))^2 + (-8\ln 2 + 10)$ 이다.</p>
<p>(2) 집합 A의 원의 개를 $n(A)$라 할 때, $n(A) - n(A \cap B)$와 같다. $2x+2y+z=100$를 만족하면 z가 어떤 양의 정수여야만 하므로, x, y를 $x = x' + 1$ (x'는 양 포함 자연수) $y = y' + 1$ (y'는 양 포함 자연수) $z = 2z' + 2$ (z'는 양 포함 자연수)</p>	<p>그러므로, $t=2$ 이 들어갈 때 들어온 물의 양은, $S(2) = 88 \cdot \ln 2 - (\ln 3)^2 - 4 \cdot 2 = 88 \ln 2 - 4 \ln^2 3 - 8$ (L) 이다.</p>
<p>로 정하면, 식 $\textcircled{3}$은 $x'+y'+z'=47$로 정립된다. 이를 만족한 (x', y', z')의 개수는 x', y', z'를 정렬하여 47번 뽑아서 나온 조합의 개수와 같으므로, $3H_{47} = 49C_{47} = 49C_2 = 1176$ 이다. 이는 $n(A)$와 같으므로, $n(A) = 1176$ 이고, (문제 1-A)의 (1)의 답은 $n(A \cap B)$와 같으므로, $n(A \cap B) = 39$ 이다.</p>	

- 문제1-A : 연립방정식의 의미를 잘 파악하고, 각 변수의 조건을 알맞게 설정하여 문제가 요구하는 답을 정확히 도출한 우수한 답안이다.
- 문제1-B : 주어진 조건으로부터 요구되는 정보를 적분으로 정확히 표현하였으며, 각 적분에 부분적분과 치환 적분을 적절히 적용하여 문제가 요구하는 답을 정확히 계산한 우수한 답안이다.

[자연1-4]

[문제 1] 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

<p>문제 1-A</p>	<p>t초에서 물탱크의 물의 양을 $h(t)$, t초동안 유입된 물의 양을 $F(t)$</p>
<p>(1) $z = 2k$ 또는 $z = 2k-1$ (k는 자연수) 이다.</p>	<p>유출된 물의 양을 $G(t)$ 라 하면</p>
<p>$z = 2k-1$ 라 가정하면</p>	<p>$h(t) = F(t) - G(t) + h(0)$</p>
<p>$2z + 2y + (2k-1) = 100$</p>	<p>이때 $h(0) = 10$ (L)</p>
<p>$2(z+y+k) = 101$ z, y, k는 자연수 이고</p>	<p>$F(t) = \int_0^t f(t) dt = \int_0^t 4(t+2) \ln(t+2) dt$</p>
<p>$z+y+k = \frac{101}{2}$ 이므로 자연수가 덧셈에 대해 닫혀있음의</p>	<p>$= 4 \int_2^{t+2} u \ln u du$</p>
<p>모순이다.</p>	<p>$= 4 \left[\ln u \times \frac{1}{2} u^2 \right]_2^{t+2} - \int_2^{t+2} \frac{1}{2} u^2 du$</p>
<p>따라서 $z = 2k$ (k는 자연수) 이다.</p>	<p>$= (2(t+2)^2 \ln(t+2) - 8 \ln 2) - 4 \times \left[\frac{1}{4} u^4 \right]_2^{t+2}$</p>
<p>$\therefore 2z + 2y + 2k = 100$ 에서 집합 A의 원소는</p>	<p>$= (2(t+2)^2 \ln(t+2) - 8 \ln 2) - ((t+2)^2 - 4)$</p>
<p>$z+y+k = 50$ (단, $2k = z$) ----- 식 (a)</p>	<p>$G(t) = \int_0^t g(t) dt = \int_0^t \frac{2 \ln(t+1)}{(t+1)} dt$</p>
<p>을 만족한다.</p>	<p>$= \int_0^{\ln(t+1)} 2u du$</p>
<p>이때 $z+y+z = 60$ 을 만족하기 위해서는</p>	<p>$= [u^2]_0^{\ln(t+1)}$</p>
<p>$z+y+k+k = 60$</p>	<p>$= \int \ln(t+1) dt^2$ 이므로</p>
<p>$z+y+k = 60-k$ 식 (a)에 의해</p>	<p>따라서 $t=2$ 일때 물탱크속 물의 양</p>
<p>$50 = 60-k$</p>	<p>$h(2) = F(2) - G(2) + 10$</p>
<p>$\therefore k = 10$ $\therefore z = 20$을 만족해야 한다.</p>	<p>$= [2 \times (2+2)^2 \ln(2+2) - 8 \ln 2] - [(2+2)^2 - 4]$</p>
<p>따라서 A의 원소 중 $z+y+z = 60$ 을 만족하는 원소의 집합을 B라</p>	<p>$= (64 \ln 2 - 8 \ln 2) - (16-4) - (\ln 3)^2 + 10$</p>
<p>하면</p>	<p>$= 56 \ln 2 - (\ln 3)^2 - 2$ (L) 이다</p>
<p>$z+y+20 = 60$ (z, y는 자연수)</p>	<p>답: $56 \ln 2 - (\ln 3)^2 - 2$ (L)</p>
<p>$(z-1) + (y-1) = 38$ 이므로 집합 B의 원소의 개수는</p>	<p>중복조합 $2H_{38}$ 의 수로 밑대괄 대응된다.</p>
<p>중복조합 $2H_{38}$ 의 수로 밑대괄 대응된다.</p>	<p>$\therefore n(B) = 2H_{38} = {}_{39}C_{38} = 39$</p>
<p>$\therefore n(B) = 2H_{38} = {}_{39}C_{38} = 39$</p>	<p>구하는 순서쌍의 개수는 39개</p>
<p>따라서 A의 원소 중 $z+y+z = 60$ 을 만족하는 원소의 집합을 B라</p>	<p>답: 39개</p>
<p>하면</p>	<p>(2) $z+y+z = 60$ 을 만족하지 않는 순서쌍의 집합은 B의 여집합 (B^c) 과 같다.</p>
<p>$z+y+k = 50$ (z, y, k는 자연수)</p>	<p>$\therefore n(B^c) = n(A) - n(B)$</p>
<p>$(z-1) + (y-1) + (k-1) = 47$ 이므로 집합 A의 원소의 개수는</p>	<p>이때 집합 A는 문제 1-A의 (1)의 식 (a)를 만족해야 하므로</p>
<p>중복조합 $3H_{47}$ 의 수로 밑대괄 대응된다.</p>	<p>$z+y+k = 50$ (z, y, k는 자연수)</p>
<p>$\therefore n(A) = 3H_{47} = {}_{49}C_{48} = \frac{49 \times 48}{2 \times 1} = 1176$</p>	<p>$(z-1) + (y-1) + (k-1) = 47$ 이므로 집합 A의 원소의 개수는</p>
<p>$\therefore n(B^c) = 1176 - 39 = 1137$</p>	<p>중복조합 $3H_{47}$ 의 수로 밑대괄 대응된다.</p>
<p>따라서 $z+y+z = 60$ 을 만족하지 않는</p>	<p>$\therefore n(A) = 3H_{47} = {}_{49}C_{48} = \frac{49 \times 48}{2 \times 1} = 1176$</p>
<p>원순쌍(서열)의 개수는 1137개. 답: 1137개</p>	<p>$\therefore n(B^c) = 1176 - 39 = 1137$</p>

문제1-A : 변수 z가 짝수여야 함을 엄밀하게 증명하여 이로부터 조건을 만족하는 자연수의 조합을 정확하게 제시하였다.

문제1-B : 적분의 덧셈과 뺄셈, 부분적분과 치환적분 등 적분의 개념을 정확히 이해하고 활용하였다. 함수를 적절히 정의하여 답안을 논리적으로 전개하였다.

자연 문제 2번

ihakksu.ac.kr

[자연2-1]

점선 위에 답안을 작성하거나 낙서할 경우 판독이 불가능하여 채점 불가

【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

2-1	<p>물체 A는 X축위에서 움직이고 물체 B는 Y축위를 움직이므로 두 물체가 만나기 위해서는 반드시 X축과 Y축의 교차점에서 만나야 한다.</p> <p>따라서 B가 Y축을 따라 결과적 위치가 교차점일 때는 변위가 6만큼 움직였을 때이다. 그림(b)는 속도와 시간의 그래프이므로 그래프로부터 시간 축과의 넓이의 합이 곧 변위를 나타낸다. 따라서 A의 변위가 변하지 않고 B의 변위가 6만큼 움직이 두 물체가 만나게 되는 시간은 8초이다.</p>
2-2	<p>완전 비탄성 충돌이 발생하였고, A의 운동량과 B의 운동량은 합쳐지게 되는데 A는 두 물체가 충돌할 때 속도가 0 이므로 결과적으로는 A와 B의 질량이 합쳐지고 B의 속도가 1배로 줄게 된다. 따라서 충돌 후 합쳐진 물체는 1m/s의 속도로 Y축의 아래방향으로 이동하게 된다.</p>
2-3	<p>수소기체의 온도와 헬륨기체의 온도를 절대온도로 환산하면 수소는 300K 헬륨은 600K가 된다. 따라서 수소기체의 평균 운동 에너지를 X라 하면 헬륨은 2X의 평균 운동 에너지를 갖게 된다. (기체분자의 평균 운동 에너지는 절대온도에 비례)</p> <p>기체의 분자 운동 속도는 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 을 바꾸면 $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$ 이다.</p> <p>따라서 수소의 기체 분자 운동 속도는 $v = \sqrt{\frac{2X}{m}} = \sqrt{X}$ 이고</p> <p>헬륨의 기체 분자 운동 속도는 $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2X}{4m}} = \sqrt{X}$ 가 된다.</p> <p>∴ 헬륨 기체분자의 운동 속도는 수소기체 분자의 운동 속도의 1배이다.</p>

- (1) 속도와 시간의 그래프에서 넓이가 변위라는 개념을 잘 이해하고 있다. 이로부터 두 물체가 만나게 되는 시점을 잘 유도하였다.
- (2) 비탄성 충돌 후 합쳐진 물체의 속도를 풀어내는 데에는 성공하였다. 그러나 비탄성 충돌에서도 탄성 충돌과 마찬가지로 운동량 보존 법칙이 성립함을 명확히 명시하고, 그에 기반하여 충돌 후 합쳐진 물체의 속도를 계산하는 과정의 추론이 보다 더 올바른 답변이라고 할 수 있다.
- (3) 절대 온도와 기체 분자의 평균 운동 에너지의 관계를 이용하여 정확하게 풀이하였다. 다만 두 기체 분자의 운동 에너지 비교를 관계식이 아닌 임의의 치환을 통해 개별 풀이한 것은, 향후 유사한 문제에서 계산의 실수를 유발할 여지가 있다.

[자연2-2]

점선 위에 답안을 작성하거나 낙서할 경우 판독이 불가능하여 채점 불가

【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

(1) 물체 A는 기록을 따라. 물체 B의 기록을 따라 운동하므로 두 물체가 만나기 위해서는 동시에 원점에 있어야 한다. 물체의 변위는 V-t 그래프에서 외 넓이이다. 따라서 물체 A가 원점을 지나는 시간은 4로, B가... 8로, 물체 B는 왼쪽 방향으로 6m 같은 대가 원점을 지나는 것이므로 2로, 4로 사이에 한번 8로에 한번 4로 같은 원점을 지낸다. ∴ A와 B가 최초로 만나는 시간은 2이다.	(2) 수소 기체의 온도는 27°C, 300K 이고 분자량은 2이다. 헬륨 기체의 온도는 327°C, 600K 이고 분자량은 4이다. 기체의 평균 운동에너지는 절대온도에 비례하므로 수소 기체의 평균 운동에너지를 E_k 라하면 헬륨 기체의 평균 운동에너지는 $2E_k$ 이다. (헬륨 기체의 질량수가 수소 기체의 2배) 그리고 수소 기체의 질량을 m 이라하면 헬륨 기체의 질량은 $2m$ 이다. (수소 기체의 질량 = 헬륨 기체의 질량 = 4)
∴ A와 B가 최초로 만나는 시간은 2이다.	수소 기체의 평균 운동에너지를 E_k 라하면 헬륨 기체의 평균 운동에너지를 $2E_k$ 라하면
(2) 8로에서 A의 속력은 0m/s B는 2m/s 이다.	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 에 대해서
A, B의 질량은 각각 1m이라 하면	수소 기체의 평균 운동에너지 $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_H^2 \dots ①$
충돌 직전 A의 운동량은 0, B의 운동량은 2m 이고, 운동량의 방향은 A는 없고, B는 오른쪽의 방향이다.	헬륨 기체의 평균 운동에너지 $2E_k = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot v_{He}^2 \dots ②$
충돌 직후 운동하는 방향은 운동량의 방향과 같으므로	①, ② 식을 연결하면 $v_H = v_{He}$ 가 나온다.
두 물체의 운동량의 방향의 합은 오른쪽의 방향이다.	∴ 헬륨 기체 분자의 운동속도는 수소 기체 분자의 운동속도의 1배이다.
충돌 후 두 물체의 운동량의 합은 2m 이고, 충돌 후 방향이 없으므로	
충돌 후 두 물체의 운동량의 합이 2m 이다.	
충돌 후 합쳐진 물체의 질량이 2m 이므로	
$p = m \cdot v$ 에 의해 충돌 후 물체의 속력은 1m/s 이다.	
∴ 충돌 직후 합쳐진 물체가 움직이는 방향은 오른쪽의 방향이고, 속력은 1m/s 이다.	

- (1) 속도와 시간의 그래프에서 넓이가 변위라는 개념을 잘 이해하고 있다. 이로부터 두 물체가 만나게 되는 시점을 잘 유도하였다.
- (2) 비탄성충돌 후 합쳐진 물체의 속도를 풀어내는 데에는 성공하였다. 그러나 충돌 전의 전체 운동량과 충돌 후 전체 운동량이 같은 이유에 대한 설명이 부족하며, 따라서 비탄성충돌에서도 운동량 보존 법칙이 성립함을 명확히 명시하지 못했다. 답변 자체를 맞추는 데에는 성공하였으나, 추론의 전개가 다소 모호하고, 논리적 비약이 보인다.
- (3) 섭씨 온도를 절대 온도로 변환하고, 절대 온도와 기체 분자의 평균 운동 에너지의 관계를 이용하여 잘 풀이하였다. 다만 문제에서 주어진 기호인 m , E_k 등을 그대로 답안에서 다른 의미로 사용하는 것은 피하도록 하자.

[자연2-3]

점선 위에 답안을 작성하거나 낙서할 경우 판독이 불가능하여 채점 불가

[문제 2] 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

2-1	따라서 충돌 직후 합쳐진 물체가 움직이는 방향은 -y 축 방향
그림 (b)에서 나온 속도 시간 그래프에서 적분량이	이고 속력 = 1m/s 이다.
변위를 나타내므로 물체 A는 4초간격으로 x-y 축의 교점	
인 원점으로 돌아온다	2-3
또한 A, B는 각각 가로축, 세로축을 따라 움직이므로	수소 기체의 온도인 27°C를 절대온도로 바꾸면 300 K 이되고
만날수 있는 위치는 x-y 축교점인 원점 뿐이다.	헬륨 기체의 온도인 327°C를 절대온도로 바꾸면 600K 이된다.
따라서 A가 4초마다 원점으로 돌아오 기때문에 4초간격으로	따라서 제시문 '나'에서 기체 분자의 평균 에너지가 절대온도에
물체의 변위를 살펴 보면 t=4 일때는 B가 처음으로	비례하므로 헬륨 기체의 평균운동에너지는 수소 기체의 운동에너지의
부터 11m 떨어져 있으므로 원점에 위치 할수 없다.	2배이다.
t=8 일때 B가 처음으로 6m 떨어져 있으므로 B도	수소의 분자량은 1x2 = 2 이고 헬륨의 분자량은 4x2 = 4이다
A와 같이 원점에 위치하게 된다.	수소 기체 분자속도 = V_H , 헬륨 기체 분자속도 = V_{He} 라 하자
따라서 두 물체 A, B가 1초로 만나는 시간은 t=8일때	분자량은 질량과 비례하므로 질량 대신 쓸수 있다.
이다.	
2-2	수소 기체 분자의 평균 운동 에너지는 $\frac{1}{2} \times 2 \times V_H^2$ 이고
t=8 일때 두 물체가 만나 충돌하게 된다. 그림 (b)에서	헬륨 기체 분자의 평균 운동 에너지는 $\frac{1}{2} \times 4 \times V_{He}^2$ 이다
t=8 일때 물체 A는 0m/s 로 원점에 정지해 있고	위에서 헬륨 기체 분자의 평균 운동 에너지가 수소 기체 분자의
물체 B는 2m/s 의 속력으로 -y 방향으로 움직인다.	운동 에너지의 2배임을 구했기 때문에
따라서 t=8 초일때 물체 B가 -y 축 방향으로 움직이며	$\frac{1}{2} \times 4 \times V_{He}^2 = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times V_H^2$ 이 성립한다. 정리하면
2m/s 의 속력으로 원점에 정지된 물체 A와 충돌하며	$V_{He}^2 = V_H^2$ 이므로 두 기체는 같은 속도를 갖는다.
두 물체가 하나로 합쳐지면서 -y 축 방향으로 움직인다	
또한 비탄성 충돌을 하기 때문에 문제 2의 제시문을	그러므로 헬륨 기체의 운동 속도는 수소 기체 분자 운동 속도의
동해 운동량이 보존됨을 알수 있다. A, B의 질량이 같고	1배이다.
므로 각각의 질량을 m 이라 하자 충돌 전	
A는 정지되어 있으므로 운동량 = $m \times 0 = 0$ 이다	
B는 2m/s 로 운동하므로 운동량 = $m \times 2 = 2m$ 이다	
(제시문 '가' 에 나온 운동량 $p = mv$ 에 의해)	
충돌 후 두 물체가 합쳐 지므로 합쳐진 것을 하나의 물체로	
보면 질량은 $m+m = 2m$ 이된다. 또 충돌 후 나중 속력을	
V' 이라 하자.	
운동량이 보존되므로 충돌 전 운동량 = 충돌 후 운동량이 성립	
한다. 충돌 전 운동량은 B만 운동 했으므로 위에서 구한 2m 이	
고 충돌 후 운동량은 $2m \times V' = 2mV'$ 이다.	
$2m = 2mV'$ 이므로 $V' = 1m/s$ 이다.	

- (1) 속도와 시간의 그래프에서 넓이가 변위라는 개념을 잘 이해하고 있다. 이로부터 두 물체가 만나게 되는 시점을 잘 유도하였다.
- (2) 비탄성충돌에서도 탄성충돌과 마찬가지로 운동량 보존 법칙이 성립함을 명확히 명시하였고, 충돌 후 합쳐진 물체의 속도를 계산하는 과정의 추론을 정확히 제시한 모범적인 답안이다.
- (3) 가장 모범적인 답안이라고 할 수 있겠다. 문제의 풀이 과정을 상세히 작성하였으며, 각 단계의 논리를 분명하게 설명하였다. 또한 다른 답안에서 빈번하게 보이는 불필요한 치환도 사용하지 않았다.