2016학년도 숭실대학교 수시 신입학

논술고사 문제지(1교시:자연계열)

지원학과(부)		수험번호		성　명	

※ 주의사항(문제 1-2번 공통)

① 답안 작성 시 반드시 답란과 해당문제가 일치해야 함. (다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리함.)

② 답안지에 논리적인 풀이 과정을 작성할 것.

③ 답안지에 자신을 드러내는 표현을 쓰지 말 것.

④ **검정색 필기구(<u>연필, 볼펜, 사인펜 등</u>)**만을 사용하여 답안을 작성할 것. (그 외의 색 필기구 사용은 부정행위에 해당함.)

【문제 1】

문제 1-A **다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (20점)**

(가) 어떤 구간 $[\alpha, \beta]$의 모든 실숫값을 가지는 변수 X에 대하여 구간 $[\alpha, \beta]$를 정의역으로 하는 어떤 함수 $f(x)$가 조건

$$(i)\quad f(x) \geq 0 \qquad (\alpha \leq x \leq \beta)$$

$$(ii)\quad \int_{\alpha}^{\beta} f(x)\,dx = 1$$

$$(iii)\quad P(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)\,dx \qquad (\alpha \leq a \leq b \leq \beta)$$

을 만족할 때, X를 연속확률변수라 하고, 함수 $f(x)$를 연속확률변수 X의 확률밀도함수라고 한다.

[출처 : 미적분과 통계 기본 「확률분포」]

(나) 사건 A가 일어났다는 조건 하에서 사건 B가 일어날 확률을 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이라 하고, 기호 $P(B|A)$로 나타내며 다음과 같이 정의한다.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \qquad (\text{단, } P(A) > 0)$$

[출처 : 미적분과 통계 기본 「조건부확률」]

좌표평면 위의 점 $Q(x,y)$에 위치한 단말기가 점 (x_0, y_0)에 위치한 기지국으로부터 수신하는 신호의 세기 $W(Q)$는

$$W(Q) = \frac{c}{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} \qquad (c : \text{기지국의 송신출력})$$

이다. 송신출력이 3인 기지국 $A(0,0)$와 송신출력이 1인 기지국 $B(4,0)$가 있다고 할 때, 다음 문항에 답하시오.

(1) 기지국 A로부터 수신하는 신호의 세기가 기지국 B로부터 수신하는 신호의 세기보다 큰 $Q(x,y)$의 영역을 좌표평면에 나타내시오.

(2) 직선 $y = \sqrt{3}$ 위에 놓여 있는 단말기의 x좌표를 연속확률변수 X라 할 때, X의 확률밀도함수 $f(x)$는

$$f(x) = \frac{x}{50} \qquad (0 \leq x \leq 10)$$

이다. 단말기는 기지국 A와 B로부터 수신하는 신호의 세기를 비교하여 하나의 기지국을 선택한다. 이때 신호의 세기가 더 큰 기지국을 선택할 확률이 0.9, 더 작은 기지국을 선택할 확률이 0.1이다. 이 단말기가 기지국 A를 선택했을 때, 기지국 A로부터 수신하는 신호의 세기가 실제로 더 컸을 확률을 구하시오.

<뒷면에 계속>

문제 1-B 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. **(30점)**

(가) 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

가 존재할 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다. 또한 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 모든 x에 대하여 미분가능할 때, 함수 $f(x)$는 그 구간에서 미분가능하다고 한다.

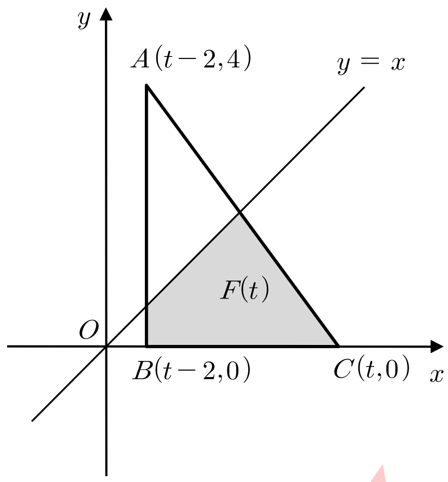
[출처 : 미적분과 통계 기본 「미분계수와 도함수」]

(나) 방정식 $g(x,y)=0$이 나타내는 도형을 x축 방향으로 a만큼, y축 방향으로 b만큼 평행이동한 도형의 방정식은 다음과 같다.

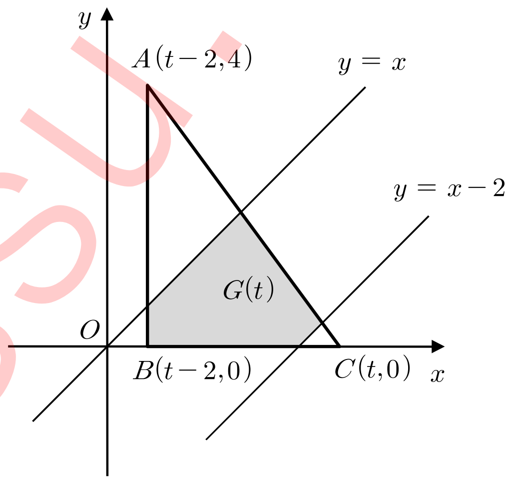
$$g(x-a,\, y-b)=0$$

[출처 : 수학 「도형의 이동」]

그림과 같이 $\angle ABC=90°$인 직각삼각형 ABC의 밑변 BC가 x축 위에 놓여 있다. $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=2$이고 꼭짓점 C의 좌표가 $C(t,0)$ $(-\infty<t<\infty)$일 때, 다음 문항에 답하시오.



<그림 1>



<그림 2>

(1) $\triangle ABC$의 내부에서 직선 $y=x$ 아래에 위치하는 영역(<그림 1> 참조)의 넓이를 t에 대한 함수 $F(t)$로 나타내시오.

(2) 문항 (1)에서 구한 함수 $F(t)$는 실수 전체에서 미분가능하고 그 도함수가 연속이다. $t=2$에서의 미분가능성을 증명하고, 도함수 $y=F'(t)$와 $y=F'(t-2)$의 그래프를 하나의 좌표평면에 그리시오.

(3) $\triangle ABC$의 내부에서 두 직선 $y=x$와 $y=x-2$ 사이에 위치하는 영역(<그림 2> 참조)의 넓이를 t에 대한 함수 $G(t)$로 나타낼 때, 다음 등식

$$G(t)=F(t)-F(t-2)$$

가 성립한다. 이 등식과 문항 (2)의 결과를 활용하여 함수 $G(t)$가 최대가 되는 t를 구하시오.

<다음 면에 계속>

【문제 2】

문제 2-A 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (30점)

(가) 물체에 힘이 작용하면 알짜힘의 방향으로 그 물체가 가속되고, 그 가속도 a는 물체에 작용하는 알짜힘 F에 비례하고 질량 m에 반비례한다. 이를 수식으로 나타내면 $a = F/m$, 즉 $F = ma$ 이다.

[출처 : 물리 I 「시간, 공간, 운동」]

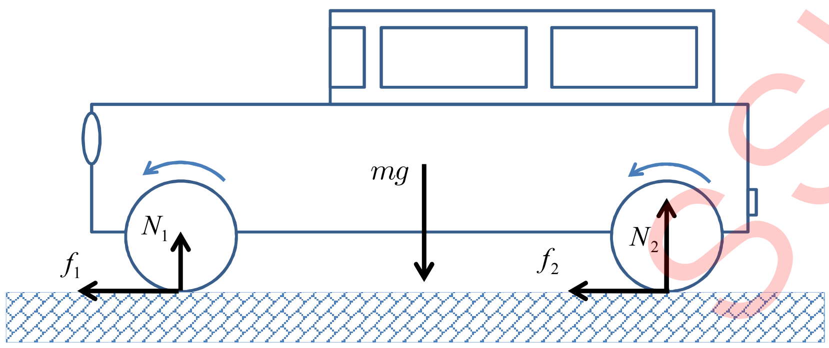
(나) 수직 항력은 어떤 물체가 접촉하는 표면에 수직으로 작용하는 힘을 말하며, 접촉면이 그 면에 수직인 방향으로 물체를 밀어내는 힘이다. 예를 들어 수평한 탁자 위에 있는 물체의 경우, 수직 항력은 중력과 크기가 같고 방향이 반대인 힘에 해당한다.

[출처 : 물리 I 「시간, 공간, 운동」]

(다) 마찰력은 접촉한 두 물체가 접촉면에 평행한 방향으로 서로 주고받는 힘이며, 크게 운동 마찰력과 정지 마찰력으로 구분한다. 운동 마찰력은 두 물체가 접촉면에서 상대적으로 미끄러질 때 발생하는 마찰력이고, 정지 마찰력은 미끄러짐이 없을 때 발생하는 마찰력이다. 접촉면의 정지 마찰 계수가 μ 이고 물체에 작용하는 수직 항력이 N일 때, 정지 마찰력 f는 관계식 $f \le \mu N$을 만족하며 최대 정지 마찰력 $f_{\max}$는 μN 이다.

[출처 : 물리 I 「시간, 공간, 운동」]

마찰은 물체의 운동을 방해하기도 하지만 때로는 물체를 움직이게도 한다. 달리는 자동차를 멈추게 하는 것도, 멈춰 있는 자동차를 움직이게 하는 것도 바퀴와 지면 사이의 마찰력이다.



N_1 : 2개의 앞바퀴에 작용하는 수직 항력의 합
N_2 : 2개의 뒷바퀴에 작용하는 수직 항력의 합
f_1 : 2개의 앞바퀴에 작용하는 정지 마찰력의 합
f_2 : 2개의 뒷바퀴에 작용하는 정지 마찰력의 합
mg : 자동차에 작용하는 중력

<그림 3>

<그림 3>과 같이 질량이 m인 자동차가 수평한 길에 놓여 있다. 이 자동차의 바퀴가 지면에서 미끄러지지 않는 경우만을 고려하고, 바퀴와 지면 사이의 정지 마찰 계수는 μ라 하자. 이 자동차가 정지 상태일 때는 앞·뒤 바퀴에 동일한 수직 항력이 작용하고, 가속도 a로 주행하면 앞·뒤 바퀴에 서로 다른 수직 항력이 작용한다. 이때 수직 항력 N_2와 N_1의 차이를 kma로 표현할 수 있다. k는 바퀴 및 자동차의 세부 사양에 의하여 결정되는 상수이다. 다음 문항에 답하시오. (단, 중력 가속도는 g로 표기하고, 공기의 흐름으로 인한 영향은 무시한다.)

(1) 움직이는 자동차의 가속도가 a일 때, 수직 항력 N_1과 N_2를 구하시오.

(2) 동력이 앞바퀴에만 전달되는 전륜구동 자동차가 낼 수 있는 가속도의 최댓값을 구하시오. (단, 전달되는 동력은 충분히 크다고 가정하고, 동력이 전달되지 않는 뒷바퀴에 작용하는 마찰은 무시한다.)

(3) 동력이 뒷바퀴에만 전달되는 후륜구동 자동차가 최대 가속도로 주행하여 정지 상태에서 28 m/s 의 속력에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하시오. (정지 마찰 계수 $\mu = 0.8$, 상수 $k = 0.5$, 중력 가속도 $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$ 을 사용하시오. 단, 전달되는 동력은 충분히 크다고 가정하고, 동력이 전달되지 않는 앞바퀴에 작용하는 마찰은 무시한다.)

<뒷면에 계속>

문제 2-B 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (20점)

(가) 반응 조건(농도, 압력, 온도 등)에 따라 정반응과 역반응이 모두 일어날 수 있는 반응을 가역 반응이라 한다.

$$\text{예)}\ 2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$$

가역 반응에서 반응물의 농도와 생성물의 농도가 일정하게 유지되는 상태를 화학 평형 상태라 한다. 이는 겉보기에 반응이 정지된 것 같지만 실제로는 정반응과 역반응이 같은 속도로 계속 일어나고 있는 동적 평형 상태이다.

[출처 : 화학 II 「화학 평형」]

(나) 화학 평형은 여러 생명 활동과 환경에서 매우 중요한 역할을 한다. 혈액은 혈장, 적혈구, 백혈구, 혈소판 등으로 이루어진다. 적혈구는 헤모글로빈이라는 산소 운반 단백질을 지니고 있어 생명 활동에 충분한 양의 산소를 운반할 수 있다. 헤모글로빈과 산소의 결합은 가역 반응이며, 이 반응의 평형은 폐에서 근육으로 산소를 운반 및 공급하는 주요 원리가 된다.

[출처 : 생명과학 I 「생명 활동과 에너지」]

혈액 내 전체 헤모글로빈은 '독립된 헤모글로빈'과 '결합한 헤모글로빈'의 두 가지 종류로 존재한다. 독립된 헤모글로빈 분자(Hb) 1개가 산소 분자(O_2) 1개와 반응하여 결합한 헤모글로빈 분자(HbO_2) 1개를 생성할 때, 반응식과 평형 상수 K는 다음과 같다.

$$Hb(aq) + O_2(aq) \rightleftharpoons HbO_2(aq), \qquad K = \frac{[HbO_2]}{[Hb][O_2]}$$

여기서 $[O_2]$, $[Hb]$, $[HbO_2]$는 각각 산소, 독립된 헤모글로빈, 결합한 헤모글로빈의 혈액에서의 농도이다. 헤모글로빈 분자 1개가 산소 분자 1개와 결합하는 경우만을 고려할 때, 다음 문항에 답하시오.

(1) 결합한 헤모글로빈 농도를 전체 헤모글로빈 농도로 나눈 값을 r이라고 하자. r를 평형 상수 K와 산소 농도 $[O_2]$만으로 나타내시오.

(2) 혈액의 전체 헤모글로빈 농도는 1.4×10^{-3} mol/L 라고 하자. 혈액의 산소 농도 $[O_2]$가 폐에서는 1.0×10^{-2} mol/L, 근육에서는 1.0×10^{-3} mol/L 이다. 폐에서는 전체 헤모글로빈 중 80%가 결합한 헤모글로빈 형태로 존재한다. 폐에서 근육으로 5 L의 혈액이 이동할 때, 헤모글로빈을 매개로 근육에 전달되는 산소 분자의 몰수(mol)를 구하시오. (단, 평형 상수 K값은 폐와 근육에서 동일하다고 가정한다.)

<끝>