[자연1-1]

【문제 1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

문제 1-A

(1) 변환 h의 고정점 중에서 원점에 가장 가까운 점 X의 좌표를 (a, b)로 할 때,

$h(X) = AX + p$

로 식을 나타낼 수 있다. 이때, 점 $X(a, b)$는 고정점이므로

$h(X) = AX + p = X$

와 같은 식이 성립한다. 이때, $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $p = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$이므로

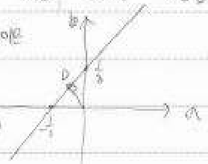
$\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

로 나타낼 수 있고, 이를 계산하면

$\begin{pmatrix} 3a - 3b + 1 \\ 4a - 5b + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

$\therefore 2a - 3b + 1 = 0 \quad \cdots ㉠$

과 같은 식이 나온다. 따라서 x축이 a축으로, y축이 b축으로 바뀐 좌표공간에서 위와 같은 직선 위의 점들은 고정점이 된다. 이때, 원점으로부터 직선에 내린 수선의 발이 원점으로부터 가장 가까운 고정점인데,



원점과 D를 지나는 직선은 ㉠직선과 수직이므로, 기울기가 $-\frac{3}{2}$이고 원점을 지나는 직선과 직선 ㉠의 교점이 문제에서 구하는 고정점이 된다.

$b = -\frac{3}{2}a$, $b = \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}$ (㉠) 의 교점을 구해보면

$a = -\frac{2}{13}$, $b = \frac{3}{13}$ 이므로

$\left(-\frac{2}{13}, \frac{3}{13}\right)$이 원점에 가장 가까운 고정점이다.

(2) 서로 다른 두 점 G_1과 G_2가 고정점이므로

$h(G_1) = AG_1 + p = G_1$, $h(G_2) = AG_2 + p = G_2 \quad \cdots ㉡$

의 식이 성립한다. 이때, $Z = sG_1 + tG_2$ 이므로

$h(Z) = AZ + p$

$= A(sG_1 + tG_2) + p \quad \cdots ㉢$

로 나타낼 수 있고, ㉡의 두 식으로부터 알 수 있는

$A \cdot sG_1 = sG_1 - sp$, $A \cdot tG_2 = tG_2 - tp$

의 두 식을 ㉢에 대입하면

$h(Z) = sG_1 - sp + tG_2 - tp + p$

$= Z + (1 - s - t)p$

가 성립함을 알 수 있다.

이 때, $Z' = \frac{sG_1 + tG_2}{t + s} = \frac{1}{t+s}Z$ 를 만족시키는 임의의 점 Z'을 잡으면, 점 Z'는 G_1과 G_2를 $t : s$로 내분 또는 외분하는 점이 되고, 이는 G_1과 G_2를 지나는 직선 위의 임의의 점이라고 표현 가능하다. 이때,

$\frac{s}{t+s} = s'$, $\frac{t}{t+s} = t'$ (s, t, s', t'는 임의의 실수)

에 대해서 $Z' = s'G_1 + t'G_2$ 이고,

$h(Z') = AZ' + p = Z' + (1 - s - t)p$

를 만족시키므로

$Z' = AZ' + (s + t)p$

와 같이 성립하므로 직선 $\overline{G_1G_2}$ 위의 임의의 점 Z'는 고정점임을 알 수 없다.

문제 1-B

(1) 예약 취소율량이 최초 예약물량 u보다 작을 확률이 $\frac{1}{2}$이므로

$\int_0^u \cos x\,dx = \frac{1}{2} \quad (0 \le u \le \frac{\pi}{2})$

이고, 이를 계산하면

$u = \frac{\pi}{6}$ 이다.

(2) (다음 날 오전에 위탁해야 할 물량 = 최초 예약물량 − 예약 취소물량) 이므로 예약취소물량을 x라 하면 위탁해야 할 물량은 $u - x$가 된다. 다음 날 오전에 위탁해야 할 물량을 확률변수 X라 하면

기댓값 $E(X) = (u - x)\int_0^u \cos x\,dx$ 이다. $(0 \le u \le \frac{\pi}{2})$

이를 계산하면

$Q(u) = 1 - \cos u$

(3) $R(u) = 1000만 \times u - 2000만 \times (1 - \cos u)$

$R(u)$의 도함수 $R'(u)$를 구해보면

$R'(u) = 1000 - 2000\sin u$

따라서 $u = \frac{\pi}{6}$일 때 $R'(u)$값이 양에서 음으로 바뀌므로 $u = \frac{\pi}{6}$가 최대화하는 값이다.

<해설은 다음 장에>

문제 1-A

전반적으로 문제가 의미하는 바를 제대로 파악하고, 주어진 변환을 행렬의 형태로 잘 전개하여 바른 결론을 유도한 우수한 답안이다. 하지만 (2)번 문항 답안 마지막에서 본인이 사용한 변수를 혼동하여 s', t' 대신 s, t를 사용하여 결론을 내린 점이 아쉬웠다.

문제 1-B

- 문제의 의도를 정확히 이해하고 올바른 확률 모형화를 통해 문제를 해결하였다.
- 필요한 미분과 적분 개념을 적절히 적용하여 올바른 풀이를 제시하였다.
- 확률, 미분, 적분 등 고교 교과과정의 수학적 개념들을 정확히 이해하고 있다.

[자연1-2]

【문제 1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

1-A. (1)

$h(G)=G$이므로, 제시문 (나)에 의해, $\begin{pmatrix} x'' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x-3y+1 \\ 4x-5y+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 인 식이 성립한다.

$3x-3y+1=x$이므로, 고정점은 $2x-3y+1=0$ 위의 점이다.

원점을 지나고, 기울기가 $-\frac{3}{2}$인 직선과 $2x-3y+1=0$인 직선의 교점이 원점에 가장 가까우므로,

$y=-\frac{3}{2}x$, $2x-3y+1=0$을 연립하면, $x=-\frac{2}{13}$, $y=\frac{3}{13}$이다.

(2) $Z = sG_1+tG_2 = \frac{sG_1+tG_2}{s+t}\times(s+t)$이므로,

점 Z는 점 G_1과 점 P_2의 $t:s$ 내분점을 $s+t$배 한 점과 같다.

1-B

(1) 구하고자 하는 확률은 예약이 취소되는 물량이 u보다 작을 확률과 같다.

$\int_0^u \cos x\,dx = [\sin x]_0^u = \sin u = \frac{1}{2}$.

$\therefore u = \frac{\pi}{6}$

(2) 예약이 취소된 물량이 x일 때 대응창고에 위탁하게 될 물량은 $(u-x)$개 이므로,

$\int_0^u f(x)\times(u-x)\,dx = [(u-x)\sin x]_0^u - \int_0^u (-1)\sin x\,dx$

$= [-\cos x]_0^u = 1-\cos u$

$\therefore Q(u) = 1-\cos u$

(3) (2)에서 구한 $Q(u)$로부터,

$R(u) = 1000u - 2000Q(u)$

$= 1000u - 2000(1-\cos u)$

$= 1000u - 2000 + 2000\cos u$

$R'(u) = 1000 - 2000\sin u = 0$

$R'(u)$는 $0<u<\frac{\pi}{6}$일 때 양수, $u=\frac{\pi}{6}$일 때 0, $u>\frac{\pi}{6}$일 때 음수를 가지므로,

$R(u)$는 $u=\frac{\pi}{6}$에서 최댓값을 가진다.

문제 1-A

(1)번 문항에 대해서는 주어진 변환을 행렬의 형태로 잘 표현하였고, 여기서 얻은 직선 위의 점 중에서 원점과 가장 가까운 점이 원점으로부터 내린 수선의 발이라는 사실을 이용하여 문제가 요구하는 답을 잘 찾아내었다. 단지 논술 답안인 점을 감안하여 왜 앞에서 얻은 직선과 원점을 지나고 기울기가 $-\frac{3}{2}$인 직선의 교점이 왜 원점과 가장 가까운 점이 되는지에 대해 간단한 설명이 있었다면 더 완벽한 답안이 되었을 것이다. (1)번 문항의 구체적인 계산은 우수하지만 (2)번 문항과 같은 일반적인 경우에 대한 전개에는 미흡한 것으로 보인다.

문제 1-B

- 문제의 의도를 정확히 이해하고 올바른 확률 모형화를 통해 문제를 해결하였다.
- 필요한 미분과 적분 개념을 적절히 적용하여 올바른 풀이를 제시하였다.
- 다만, 문제 풀이과정을 과도하게 생략하여 전개를 파악하기 힘들다.

[자연1-3]

【문제 1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

1-A (1) 점 G를 $h(x)$의 고정점 중 원점에 가장 가까운 고정점이라 하자.

점 $G(x, y)$를 $h(x)$에 대입하면

$h(G) = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x-3y+1 \\ 4x-5y+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 성립한다.

$3x-3y+1 = x \Leftrightarrow 2x-3y+1=0$

$4x-5y+2 = y \Leftrightarrow 4x-6y+2=0$

$\therefore$ 점 G는 직선 $l: 2x-3y+1=0$ 위의 점이다.

직선 l과 원점 사이의 거리는 $\frac{|1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$ 이다.

점 G를 $G(a, \frac{2}{3}a+\frac{1}{3})$으로 다시 정의하면

$a^2 + (\frac{2}{3}a+\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{13}$ 이 성립한다.

이 식을 정리하면 $(13a+2)^2 = 0$, $a = -\frac{2}{13}$ 이다.

$\therefore$ 따라서 점 G는 $(-\frac{2}{13}, \frac{3}{13})$이다.

1-B (1)

초과울량을 u라 했을 때 초과울량이 u보다 적을 확률이 $\frac{1}{2}$인

u값을 구하면 $\int_0^u \cos x\,dx = \frac{1}{2} = [\sin x]_0^u = \sin u$

$\therefore u = \frac{\pi}{6}$ ($\because 0 \le u \le \frac{\pi}{2}$) 이다.

(2) 위탁은 $0 \le X < u$ 일 때 발생한다.

이때 위탁할 용량은 $u-X$ 이~~고, X<u일 때~~다.

따라서 기댓값 $E(X) = \int_0^u (u-x) f(x)dx = \int_0^u (u-x)\cos x\,dx$

$= 1-\cos u$.

$\therefore Q(u) = 1-\cos u$

(3) 기대이득을 u, 기대비용을 $2(1-\cos u)$라 하면

$R(u) = u-2+2\cos u$ 이다.

$R'(u) = -2\sin u+1$ 이고, $R'(\frac{\pi}{6}) = 0$ 이다.

$R'(u)$는 $u=\frac{\pi}{6}$에서 함숫값이 양의 값에서 음의 값으로

바뀌~~므로~~므로 $R(u)$는 $u=\frac{\pi}{6}$에서 ~~최~~ 극댓값

$R(\frac{\pi}{6})$을 가진다.

$R(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{6}-2+\sqrt{3} > 0$, $R(0) = 0$, $R(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}-2 < 0$

이므로 $R(u)$ $(0 \le u \le \frac{\pi}{2})$는 $u=\frac{\pi}{6}$에서 최댓값을 가진다

$\therefore u = \frac{\pi}{6}$

문제 1-A

(1)번 문항에 대해서는 주어진 변환을 행렬의 형태로 잘 표현하였고, 여기서 얻은 직선과 원점 간의 거리를 계산하여 원하는 점을 잘 찾아내었다. (1)번 문항의 구체적인 계산은 우수하지만 (2)번 문항은 문제가 원하는 바를 이해하지 못한 것으로 보인다.

문제 1-B

- 문제의 의도를 정확히 이해하고 올바른 확률 모형화를 통해 문제를 해결하였다.
- 필요한 미분과 적분 개념을 적절히 적용하여 올바른 풀이를 제시하였다.
- 전개과정에 대한 설명이 명확하여 이해하기 쉽다.

[자연2-1]

【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

[문제 2-A]

(1) 중력 가속도를 g라 할 때 h= 처음속도×시간 + $\frac{1}{2}$×중력가속도×시간^2 이라 할 수 있는데 이를 나타내면 $h = \frac{1}{2}gt^2 \cdots ①$ 이다

<그림 1>에서와 같이 $\overline{P_1P_2}$ 는 원의 접선이므로 피타고라스 정리에 의해 $r^2+v^2t^2=(r+h)^2$ 이고 이를 정리하면 $h^2+2rh=v^2t^2$ 이다

①에 의해 식은 $h^2+2rh=\frac{2hv^2}{g}$ 이고 이를 정리하면

$2v^2=(h+2r)g$ 이다. 여기서 h는 r에 비해 매우 작으므로 원 운동의 구심가속도 g의 크기는 $\frac{v^2}{r}$ 이 됨을 알 수 있다.

(2) 중력 F를 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$F=\frac{4\times10^5\,km^3/s^2\cdot m}{20000^2\,km^2}=mg \quad (g\text{는 중력가속도})$$

(1)에서 구한 g의 크기를 이용하면 다음과 같다

$$\frac{v^2}{5000\,km}=\frac{4\times10^5\,km^3/s^2}{20000^2\,km^2} \quad (v\text{는 속력})$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{5}\ km/s$$

여기서 주기 $T=\frac{2\pi r}{v}$ 이라 나타낼 수 있는데 이를 적용하면

$$T=\frac{2\times3\times5000\,km}{\sqrt{5}\,km/s}=6\sqrt{5}\times10^4\ s$$

이다.

따라서 주기 T는 약 10시간 임을 알 수 있다.

3) 주어진 제시문에 의해 1초당 시간 차이는

$$\Delta t=\frac{t_2-t_1}{t_1}\approx\frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)$$

이다.

이를 적용하면

$$\Delta t\approx\frac{4\times10^5\,km^3/s^2}{9\times10^{10}\,km^2/s^2}\times\left(\frac{1}{20000\,km}-\frac{1}{5000\,km}\right)$$

$$\approx-\frac{2}{3\times10^5}\ s$$

이다.

따라서 GPS 위성은 지상보다 $\frac{2}{3\times10^5}$ s 만큼 느리게 간다.

[문제 2-B]

(1) 일정한 온도와 1.0L의 부피에서 압력은 기체의 몰수에 비례한다는 점을 이용할 수 있다.

즉, $P_0 = t\times4.0$ (t는 임의의 수) 이다

평형에서의 기체의 총 압력을 다음과 같이 구할 수 있다.

	$N_2(g)$ +	$3H_2(g)$ ⇄	$2NH_3(g)$
반응전	3	1	
반응	−0.3	−0.9	+0.6
평형	2.7	0.1	0.6

결과로 보아 평형에서의 기체의 총 압력 $P_e=t\times3.4$ 이다.

따라서 반응전 기체의 총 압력(P_0)과 평형에서의 기체의 총 압력(P_e)의 비($\frac{P_e}{P_0}$)는 0.85 이다.

이 때 반응 용기의 부피를 2배로 증가시키면 압력이 감소하여 르샤틀리에 원리에 의하여 압력을 증가하는 방향으로 반응을 한다.

따라서 역반응을 할 것으로 예상한다

(2) 주어진 반응식은

$$A(aq) + B(aq) \rightleftharpoons C(aq)$$

이다.

반응 비는 1:1:1 이다

즉 초기농도 $[A]_0$와 $[B]_0$에 대해 1:1로 반응하여 C가 생성된다.

이 때 평형상수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K=\frac{[C]}{[A][B]}=\frac{[C]}{[A](1.0몰/L-[A]_0)}$$

여기서 평형상수 K가 클 때 C의 농도가 최대가 된다.

따라서 $[A]=x$ 라 할 때 $x(1-x)$가 최소가 되는 순간이다. $x(1-x)$ 식을 $f(x)$라 할 때

$f(x)=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$ 이고 $x=\frac{1}{2}$일 때 즉 $[A]_0=\frac{1}{2}$ 일 때 C의 농도가 최대가 된다.

따라서 C의 농도가 최대가 되는 조건은

$\frac{[A]_0}{[B]_0}$ 임을 알 수 있다

<해설은 다음 장에>

문제 2-A

근사를 통해 식을 유추하는 사고가 우수하며, 주어진 정보를 활용하여 적절한 수식을 설정하고 이를 정확히 계산한 점을 높이 평가하였다. 제시문에서 설명되어 있는 상대성 이론에 대한 이해가 다소 부족하여 시간 지연에 대한 특수상대성 이론과 일반 상대성 이론을 모두 고려하지 않아 시간 지연의 정량적인 분석을 진행하지 못했다.

문제 2-B

(1) 아보가드로 법칙을 잘 이해하였으며, 이를 바탕으로 반응 전후 몰 수 계산을 올바르게 하여 반응 전후의 압력비를 잘 구하였음. 또한 “르 샤틀리에의 법칙”에 의해 상이한 반응 조건에서의 반응 방향 예측도 잘 하였음.

(2) 문제의 출제 의도를 제대로 파악하지 못하여 제대로 된 평형식을 세우지 못하였음. 제시문의 $[A_0]=[B_0]$이 되는 경우의 식을 세워 답을 짜 맞춘 경우임으로 점수를 줄 수 없음.

[자연2-2]

【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

2-A

(1) $S=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 이다. (S는 이동거리, v_0 초기속도, t는 시간, a는 가속도이다.)

문제에 ~~P초기속도~~ P_2의 속력은 0이라고 하였으므로 $v_0=0$ 이고 S는 h이다. 따라서 $h=0+\frac{1}{2}at^2$이다

[그림 1]을 통해 피타고라스의 정리를 이용할 수 있음을 안다. $(r+h)^2=r^2+(vt)^2$ 이다.

$\cancel{r^2}+2rh+h^2=\cancel{r^2}+v^2t^2$ 양변을 rt^2으로 나누어주면 아래와 같다.

$\frac{2h}{t^2}+\frac{h^2}{rt^2}=\frac{v^2}{r}$ … ①

$h=\frac{1}{2}at^2$ 이므로 $\frac{2h}{t^2}$은 a이고 문제에서 r에 비해 h는 매우 작다고 하였으므로 ①은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$a+0=\frac{v^2}{r}$ $\therefore a=\frac{v^2}{r}$

따라서 자유낙하 운동의 가속도는 원운동의 구심가속도 크기인 ~~#~~ $\frac{v^2}{r}$이 된다.

(2)

제시문(가)에 의해 $F=G\frac{Mm}{r^2}$ 임을 알 수 있다.

시간은 $\frac{거리}{속력}$ 이므로 공전 주기 $=\frac{2\pi r}{v}$ 이다.

F=ma 이므로 $F=G\frac{Mm}{r^2}$과 정리하면 아래와 같다.

$F=\cancel{m}a=G\frac{M\cancel{m}}{r^2}$

$a=\frac{GM}{r^2}$ (문제 (1)에서 $a=\frac{v^2}{r}$ 이므로)

$\frac{v^2}{r}=\frac{GM}{r^2}$

$v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$

공전주기에 대한 식에 대입하면 아래와 같다.

공전주기 $=\frac{2\times3\times(25\times10^3)}{\sqrt{\frac{GM}{r}}}=\frac{2\times3\times25\times10^3}{\sqrt{\frac{4\times10^8}{25\times10^3}}}=\frac{\cancel{2}\times3\times25\times10^3}{\cancel{4}\,2}$

$=37500$ 초 이다.

1시간은 3600초이므로 공전주기는 약 10시간이다.

(3)

제시문(다)에 의해 $\Delta t=\frac{4\times10^8}{(3\times10^5)^2}\left(\frac{1}{25\times10^3}-\frac{1}{5\times10^3}\right)$ 이다.

~~이때~~, Δt를 정리하면 $\Delta t=\frac{4}{9\times10^5}\left(\frac{-4}{25\times10^3}\right)$ 이다.

이 때 -부호는 ~~인공위성~~ GPS 위성의 시간이 더 빠름을 나타낸다. (제시문(나)에 지상의 시간이 느리게 가는 것임을 알 수 있다.)

Δt는 1초당 시간 차이이므로 1시간 동안의 시간차이는 Δt에 3600초를 곱해주면 된다. 제시문(나)에서 $1\mu s=1\times10^{-6}s$ 임을 알 수 있으므로 정리하면 아래와 같다.

$3600\times\Delta t=6^2\times10^2\times\frac{-4^2}{3^2\times5^2\times10^8}=-\frac{64}{25}\mu s=-2.56\mu s$ 이다.

따라서 지구를 돌고 있는 GPS 위성의 시계를 1시간 동안 수정하지 않은 경우 지상과의 시간 차이는 $2.56\mu s$ 이며 지상보다 시간이 빠르다.

2-B

(1) 제시문(가)에 의해 같은 온도에서 부피가 일정할 때 기체의 압력은 몰수에 비례함을 알 수 있다.

$N_2+3H_2\rightarrow2NH_3$

~~반응전 0.3몰~~

반응전 3몰 1몰 ⇒ 반응전 총 몰수는 4몰

반응 -0.3몰 -0.1몰 +0.6몰

반응후 2.7몰 0.1몰 0.6몰 ⇒ 반응 후 총 몰수는 3.4몰

압력은 몰수에 비례하므로

$\frac{P_e}{P_0}=\frac{3.4}{4}=\frac{34}{40}=\frac{17}{20}$ 이다.

정반응이 일어날 경우 총 몰수는 감소한다, 역반응이 일어날 경우 총 몰수는 증가한다. 일정한 온도에서 반응 용기의 부피를 2배로 늘릴 경우 몰수가 증가하는 역반응이 진행될 것이다.

(2)

제시문 (나)에 의해 반응지수 Q가 $\frac{[C]}{[A][B]}$ 임을 알 수 있다.

문제에서, ~~A와 B~~ 화학 반응식을 보면 A와 B의 반응 계수가 모두 1 이다. A와 B가 같은 농도일 경우 C가 가장 많이 생성된다. 따라서 [A]=[B]

즉, $\frac{[A]_0}{[B]_0}=1$ 일 때 C의 농도가 최대이다.

<해설은 다음 장에>

문제 2-A

수학적인 기본 지식을 활용하고 적절하게 식을 근사하여 출제자의 의도대로 문제를 풀이하였다. 정량적 수식계산도 비교적 정확히 기술되었다. 다만 시간 지연에 대해 풀이할 때, 제시문에 대한 이해가 다소 부족하여 특수 상대성 이론에 대한 효과를 고려하지 않았다.

문제 2-B

(1) 아보가드로 법칙을 잘 이해하였으며 이를 바탕으로 반응 전후 몰 수 계산을 올바르게 하여 반응 전후의 압력비를 정확히 맞게 구하였음. 하지만, 반응 용기의 부피를 두 배 늘릴 경우 몰수가 증가하는 방향으로 역반응이 진행되는 것은 맞지만, 그 타당한 이유를 뒷받침하지 못하여 감점의 대상임.

(2) 문제의 출제 의도를 제대로 파악하지 못하여 답에 대한 제대로 된 논리적인 근거를 제시하지 못하였음.

[자연2-3]

【문제 2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

[2-A]

1) $\cancel{r^2} + v^2t^2 = \cancel{r^2} + 2hr + h^2$

$h = \frac{v^2t^2}{2r+h}$ (이때 h는 r에 비해 매우 작으므로 무시한다)

$h = \frac{v^2t^2}{2r}$ 이를 t에 대해서 미분하면

$v = \frac{v^2t}{r}$ 다시 t에 대해서 미분하면

$a = \frac{v^2}{r}$ 이 된다.

따라서 자유 낙하운동의 가속도는 구심가속도의 크기인 $\frac{v^2}{r}$이 된다.

2) $a = \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$ 이므로 $(r = 25000)$

$v^2 = 16$ $v = 4$ 가 된다.

이때 공전 궤도의 길이가 $2 \times 3 \times 25000$ 이므로

$t(\text{시간}) = \frac{2\times 3\times 25000}{4\times 3600} \fallingdotseq \frac{250}{24} \fallingdotseq 10$

따라서 인공위성의 공전주기는 약 10시간이 된다.

3) $v = 4$ 이므로 (특수상대이론을 보면) 지구에서 보았을때 인공위성의 1초당 시간 차이는

$\Delta t_1 \fallingdotseq \frac{1}{2} \times \frac{16}{9\times 10^5}$

~~지구의~~ 일반상대성이론을 보면 지구와 (인공위성과) 1초당 차이는

$\Delta t_2 \fallingdotseq \frac{4\times 10^5}{(3\times 10^5)^2}\left(\frac{1}{25\times 10^3} - \frac{1}{8\times 10^3}\right)$

$|\Delta t_1 - \Delta t_2| = \left|\frac{8 + \frac{4}{3}\times\left(\frac{k}{25\times 10^3}\right)}{3\times 10^5}\right| = \frac{\square}{3\times 10^5}$

$= \frac{16 + 8\times 10^3 \times 25}{9\times 25\times 3\times 10^8} = \frac{200016}{3\times 25\times 3\times 10^8} \fallingdotseq \frac{8000}{9\times 25\times 10^6}$

∴ 약 $89\mu s$ 차이난다.

[2-B]

1) 반응전 총 몰수가 4 mol 이고
평형후 총 몰수가 3.4 mol 이다.

따라서 기체의 압력비는 $\frac{3.4}{4} = \frac{17}{20}$ 이 된다.

∴ $\frac{17}{20}$

부피를 2배 늘리면 반응전후의 압력은 감소하나
압력의 비와 같은것은 전과 동일 할 것이다.

2) $A + B \rightarrow C$ 이므로 a와 b가 1:1 반응하여
C 1을 만든다는 것을 볼수 있다.

이때 $\alpha + \beta = 1$ 이라 하면

$\alpha A + \beta B \rightarrow rC + \square$ ($\square$는 남은것)
(r는 α와 β중 작은것과 같은값, 또는 $\alpha = \beta$ 이면 r 또한 같다)

가 성립되야 하므로

$K = \frac{r}{\alpha\beta}$ 가 성립한다.

이때 평형상태 K에서 농도를 알수 있는 Q의 관계는

$K = Q$ 이므로 K의 값이 클수록 ~~농도가 커짐을 알수있다. A와 B의 농도와 C의 농도차가 큼을 알수~~ 반응물과 생성물의 농도차가 크다는 것을 알수있다. 즉 K가 클수록 생성물의 농도가 작아진다.

따라서 $\alpha > \beta$ 이면 $K = \frac{1}{\alpha}$ 이되고,
$\alpha < \beta$ 이면 $K = \frac{1}{\beta}$ 이며
$\alpha = \beta$ 이면 $K = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta}$ 된다.

즉 $\alpha > \beta$ 일때와 $\alpha < \beta$ 일때는 K의 값이 $\frac{1}{2}$보다 크게되고, $\alpha = \beta$ 일때 $K = \frac{1}{2}$이므로 $\alpha = \beta$ 일때 K의 값이 가장 작은 것을 알수 있다.

따라서 모든 K에 대해서 평형상태에서의 C의 농도가 ~~가장클 조건은~~ 가장 클 조건은 $\frac{[B_0]}{[A_0]} = 1$ 일때가 된다.

<해설은 다음 장에>

문제 2-A

고교과정 물리1의 내용인 뉴턴운동법칙과 상대성 이론에 대해 정확히 이해하고 있는 점을 높이 평가하였다. 제시문을 파악하는 능력도 우수했다. 다소 복잡한 수식계산에서 정확하지 못해 일부 감점의 요인이 되었다.

문제 2-B

(1) 아보가드로 법칙을 잘 이해하였으며 이를 바탕으로 반응 전후 몰 수 계산을 올바르게 하여 반응 전후의 압력비를 정확히 맞게 구하였음. 하지만, 반응 용기의 부피를 두 배 늘릴 경우 반응에서의 새로운 평형이 생성됨을 이해하지 못하여 새로운 반응 방향은 제대로 예측하지 못하였음.

(2) 문제의 출제 의도를 제대로 파악하지 못하여 답에 대한 제대로 된 논리적인 근거를 제시하지 못하였으며 엉뚱한 논리로 $[A_0]=[B_0]$이 됨으로 짜 맞춘 경우임으로 점수를 줄 수 없음.