[자연1-1]

【문제 1】 반드시 해당문제와 일치해야 함.

1-A. (1) $A^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix}2 & 2\\ -1 & 2\end{pmatrix}$

$\frac{1}{6}\begin{pmatrix}2 & 2\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix}2x'+2y'\\ -x'+2y'\end{pmatrix}$

$x = \frac{1}{3}(x'+y')$, $y = \frac{1}{6}(-x'+2y')$

도형 C의 방정식은 $x^2+y^2=1$이므로,

도형 C'의 방정식은,

$\frac{1}{9}(x'+y')^2 + \frac{1}{36}(-x'+2y')^2 = 1$

$4(x'+y')^2 + (-x'+2y')^2 = 36$

$4x'^2+8x'y'+4y'^2+x'^2-4x'y'+4y'^2=36$

$5x'^2+4x'y'+8y'^2=36$

$\therefore 5x^2+4xy+8y^2=36$

도형 C'의 방정식에 점 $Q\left(\frac{2}{\sqrt5}, \frac{4}{\sqrt5}\right)$를 대입하면,

$\frac{4}{5}\times5 + 4\times\frac{8}{5} + 8\times\frac{16}{5} = \frac{20+32+128}{5}$

$= \frac{20+160}{5} = \frac{180}{5} = 36$

∴ 점 Q는 도형 C' 위의 점이다.

도형 C'의 방정식을 x로 미분하면,

$10x+4y+\frac{dy}{dx}\cdot 4x+\frac{dy}{dx}\cdot 16y = 0$

위 식에 $\left(\frac{2}{\sqrt5}, \frac{4}{\sqrt5}\right)$를 대입하자.

$\frac{20}{\sqrt5}+\frac{16}{\sqrt5} = -\frac{dy}{dx}\left(\frac{8}{\sqrt5}+\frac{64}{\sqrt5}\right)$

$\frac{36}{\sqrt5} = -\frac{dy}{dx}\cdot\frac{72}{\sqrt5}$ $\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}$

∴ 점 Q에서의 접선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$.

(2) 도형 C' 위의 점을 P라 하자.

$\overline{OP}$의 값이 최소가 되기 위해서는 도형 C' 위의 점 P에서의

접선과 직선 OP가 서로 수직이 되어야 한다.

P는 원점을 지나는 직선 위 점이므로 $y=kx$ 위의 점이라

가정하면 직선 OP의 기울기는 k이다. 이때 P를 (a, ka)라 두자.

따라서 접선의 기울기는 $-\frac{1}{k}$이 되어야 하므로,

$10a+4ka-\frac{1}{k}(4a+16ka)=0$

$10+4k=\frac{1}{k}(4+16k)$

$5k+2k^2=2+8k$, $2k^2-3k-2=0$

$\therefore k=-\frac{1}{2}$ or 2.

먼저 $k=-\frac{1}{2}$이면, $P(a, -\frac{1}{2}a)$이므로,

$5a^2+4\times a(-\frac{1}{2}a)+2a^2=36=5a^2$ $\therefore a^2=\frac{36}{5}$

$\therefore |\overline{OP}| = \sqrt{a^2+\frac{1}{4}a^2} = \sqrt{\frac{5}{4}\times\frac{36}{5}} = 3$.

$k=2$이면, $P(a, 2a)$이므로

$5a^2+8a^2+32a^2=36$, $45a^2=36$ $\therefore a^2=\frac{36}{45}$

$\therefore |\overline{OP}| = \sqrt{a^2+4a^2} = \sqrt{5\times\frac{36}{45}} = 2$.

∴ 최소 거리는 2이다.

1-B. (1) $\tilde{P_1}$의 좌표는 점 O와 점 P를 지나는 직선 위에 있는 점이다.

따라서 제시문 (나)에 의하면, 직선의 방정식은 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$

이 때 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=t$라고 두면, $x=at$, $y=bt$, $z=ct$.

$ct=-1$이 되어야 하므로 $t=-\frac{1}{c}$

$\therefore \tilde{P_1}\left(-\frac{a}{c}, -\frac{b}{c}, -1\right)$

(2) 점 P_2는 직선 $\frac{1-x}{2}=\frac{y+3}{3}=z-1$ 위에 있다.

그러므로 $P_2(-2t+1, 3t-3, t+1)$과 같이 둘 수 있다.

$\tilde{P_2}$는 점 O와 점 P를 지나는 직선 위 점이 된다.

$\frac{x}{-2t+1}=\frac{y}{3t-3}=\frac{z}{t+1}=s$라 하면,

$\tilde{P_2}((-2t+1)s, (3t-3)s, (t+1)s)$

이 때, $(t+1)s=-1$이므로 $s=-\frac{1}{t+1}$

$\therefore \tilde{P_2}\left(\frac{2t-1}{t+1}, \frac{3-3t}{t+1}, -1\right)=(x,y,z)$

$ax+b=y$에 대입하면,

$a\frac{2t-1}{t+1}+b=\frac{3-3t}{t+1}$

$\begin{cases}2a+b=-3\\ -a+b=3\end{cases}$을 연립하면 $a=-2$, $b=1$

∴ 직선의 방정식은 $2x+y=1$, $z=-1$.

(3) $\frac{x}{t-2}=\frac{y}{t-1}=(t+1)z=s$라 하면

$\tilde{P_3}\left(s(t-2), (t-1)s, \frac{s}{t+1}\right)$

$\frac{s}{t+1}=-1$이므로, $s=-(t+1)$

$\therefore \tilde{P_3}(-t^2+t-2, 1-t^2, -1)=(x,y,z)$

$\frac{dx}{dt}=-2t+1$ $\frac{dy}{dt}=-2t$, $\frac{dz}{dt}=0$이므로,

$\tilde{P_3}$의 속력은 $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$

$=\sqrt{(-2t+1)^2+(-2t)^2}$

$=\sqrt{8t^2-4t+1}$

$=\sqrt{8(t-\frac{1}{4})^2+\frac{1}{2}}$

$\therefore t=\frac{1}{4}$일 때 최소이므로 $T=\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$을 대입하면 속력은 $\frac{\sqrt2}{2}$.

<해설은 다음 장에>

문제 1-A

주어진 제시문을 활용하여 도형 $\widetilde{C}$에 대한 방정식을 구하고, 음함수의 미분법을 이용하여 점 Q에서의 접선의 기울기를 정확하게 구하였음. 도형 $\widetilde{C}$와 원점 사이의 최소 거리를 구하는 과정에서 도형 $\widetilde{C}$위의 점들 중 원점에서 가장 가까운 점 P에 대하여, 점 P에서의 $\widetilde{C}$에 대한 접선이 원점과 점 P를 지나는 직선에 수직이 된다는 사실에 대한 논리적 설명이 부족함.

문제 1-B

문항 (1)과 (3)에 대해서 제시문과 출제의도를 정확하게 이해하고 풀이한 모범적인 답안임.

문항 (2)의 풀이 중에서, 매개변수 t로 표현된 직선의 식 $(\frac{2t-1}{t+1}, \frac{3-3t}{t+1}, -1)$로부터 직선의 방정식 $2x+y=1, z=-1$을 구하는 과정에 매개변수 t에 대한 항등식을 이용하였음.

[자연1-2]

【문제 1】 반드시 해당문제와 일치해야 함.

1-A 1) 중심이 원점이고 반지름 길이가 1인 원위의 점은
$(\cos\theta, \sin\theta)$ 로 나타낼수 있다 (단 $0\le\theta\le 2\pi$)
이점이 일차변환 f에 의해 옮기는 점은
$\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\theta\\ \sin\theta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cos\theta-2\sin\theta\\ \cos\theta+2\sin\theta\end{pmatrix}$ 이 점중에 $\left(\frac{2}{\sqrt5}, \frac{4}{\sqrt5}\right)$ 가 존재하는지를 확인해야 한다
$2\cos\theta-2\sin\theta=\frac{2}{\sqrt5}$ 이면 $4\sin^2\theta+4\cos^2\theta-8\sin\theta\cos\theta=\frac45$
$\frac{16}{5}=4\sin2\theta$ $\sin2\theta=\frac45$ $\cos2\theta=\frac35$ $1-2\sin^2\theta=\frac35$
$2\sin^2\theta=\frac25$ $\sin^2\theta=\frac15$ $\sin\theta=\frac{1}{\sqrt5}$ $\cos\theta=\frac{2}{\sqrt5}$
$\cos\theta+2\sin\theta$ 를 제곱하면 $\cos^2\theta+4\sin^2\theta+4\sin\theta\cos\theta=$
$1+\frac85+\frac35=\frac{16}{5}$ $\sqrt{\frac{16}{5}}=\frac{4}{\sqrt5}$ 이므로 $\tilde{C}$위의 점이다
점 Q에서의 접선의 기울기는 $\frac{dy}{dx}=\frac{-\sin\theta+2\cos\theta}{-2\sin\theta-2\cos\theta}=\frac{\frac{3}{\sqrt5}}{-\frac{6}{\sqrt5}}=-\frac12$
기울기 $-\frac12$

2) 원점사이의 최소거리는 $\sqrt{(2\cos\theta-2\sin\theta)^2+(\cos\theta+2\sin\theta)^2}$
$=\sqrt{5\cos^2\theta-4\cos\theta\sin\theta+8\sin^2\theta}=\sqrt{5-2\sin2\theta+\frac{3(1-\cos2\theta)}{2}}$
$=\sqrt{\frac{13}{2}-2\sin2\theta-\frac{3\cos2\theta}{2}}$ $-2\sin2\theta-\frac32\cos2\theta$ 의 최소값은
$-\sqrt{4+\frac94}=-\frac52$ 이다 $\sqrt{\frac{13}{2}-\frac52}=2$
최소거리는 2

1-B 1) $P_1(a,b,c)$ 가 광원에 의한 상 $\tilde{P}_1$ 는
$(0,0,0)$과 (a,b,c)를 지나는 직선의 방정식은 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$
$z=-1$일때 $x=-\frac{a}{c}$ $y=-\frac{b}{c}$
상 $\tilde{P}_1=\left(-\frac{a}{c}, -\frac{b}{c}, -1\right)$

2) $(1,-3,1)$을 지나고 $\vec{v}=(-2,3,1)$인 직선이 광원에 의한 직선의 방정식은
$\frac{x-1}{-2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-1}{1}=t$
$(-2t+1, 3t-3, t+1)$ $-(t+1)$로 나누면
$\left(\frac{2t-1}{t+1}, \frac{-3t+3}{t+1}, -1\right)$ 이다
$z=-1$ $x=\frac{2t-1}{t+1}$ $y=\frac{-3t+3}{t+1}$ (단 $t\neq-1$)
$\frac{-3}{x-2}=\frac{6}{y+3}$ $z=-1$ (단 $x\neq2$, $y\neq-3$)인 방정식이다

3) 양변에 $-(t+1)$을 곱하면
$-t^2+t+2$, $-t^2+1$, -1
$V(x)=-2t+1$ $V(y)=-2t$ $V(z)=0$
$\sqrt{(-2t+1)^2+(-2t)^2+0}=\sqrt{8t^2-4t+1}=\sqrt{\left(2\sqrt2t-\frac{1}{\sqrt2}\right)^2+\frac12}$
T가 $\frac14$일때 속도는 $\frac{\sqrt2}{2}$

문제 1-A

도형 C를 매개변수 θ를 이용하여 나타낸 후, 제시문에 주어진 일차변환을 활용하여 도형 $\tilde{C}$를 매개변수 θ의 식으로 잘 표현하였음. 점 Q에서의 접선의 기울기는 매개변수 방정식의 미분법을 사용하여 정확하게 구하였음. 도형 $\tilde{C}$와 원점 사이의 최소 거리를 구하는 과정에서 삼각함수에 관한 여러 법칙들을 사용하는 데, 일부 법칙에 대한 논리적 설명이 다소 부족함.

문제 1-B

세 문항 모두에 대해서 제시문과 출제의도를 정확하게 이해하고 풀이한 모범적인 답안임.

[자연1-3]

【문제 1】 반드시 해당문제와 일치해야 함.

1-A

$\begin{pmatrix}\hat{x}\\ \hat{y}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ 이므로 양변에 A^{-1}을 곱해주면

$\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\hat{x}\\ \hat{y}\end{pmatrix} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix}2 & 2\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{x}\\ \hat{y}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ 이다.

$x = \frac{2\hat{x}+2\hat{y}}{6}$, $y = \frac{-\hat{x}+2\hat{y}}{6}$ 을 도형 C: $x^2+y^2=1$ 에 대입하면

$\hat{C}: \left(\frac{2\hat{x}+2\hat{y}}{6}\right)^2 + \left(\frac{-\hat{x}+2\hat{y}}{6}\right)^2 = 1$,

$\hat{C}: 5\hat{x}^2 + 4\hat{x}\hat{y} + 8\hat{y}^2 = 36$ 이다.

~~(1) $(\hat{x}, \hat{y}) =$~~

(1) $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$을 $\hat{C}$의 $\hat{x}, \hat{y}$에 대입하면 (좌변)=(우변)

이므로 $\hat{C}$위의 점이다.

또, $\hat{C}$을 $\hat{x}$에 대해 양변을 미분하면,

$10\hat{x} + 4\hat{y} + 4\hat{x}\cdot\frac{d\hat{y}}{d\hat{x}} + 16\hat{y}\cdot\frac{d\hat{y}}{d\hat{x}} = 0$ 이고 $\frac{d\hat{y}}{d\hat{x}} = -\frac{5\hat{x}+2\hat{y}}{2\hat{x}+8\hat{y}}$,

$\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$를 대입하면 $\frac{d\hat{y}}{d\hat{x}} = -\frac{1}{2}$ 이므로

점 Q에서의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이다.

(2) 도형 $\hat{C}$ 위에 임의의 점 $P(a, b)$라 하자.

먼저 P는 도형 $\hat{C}$ 위의 점이므로 $5a^2 + 4ab + 8b^2 = 36$ 이다. —①

두번째로 점이 원점인 원이 도형 $\hat{C}$과 접하는 ~~곡선~~ 점이 최소거리이고

이점에서 도형 $\hat{C}$에서 P의 접선의 기울기와 $O(0,0)$ $P(a,b)$ 두점을

이은 직선의 기울기는 수직으로 만나게 되고

(도형 $\hat{C}$에서 점 P에서의 접선의 기울기) × ($O(0,0)$, $P(a,b)$를 잇는 직선의 기울기) $=-1$ 이다.

도형 $\hat{C}$에서 접선의 기울기는 위에서 구한 $\frac{d\hat{y}}{d\hat{x}}$에 (a,b)를 대입해서 구하면

$\left(-\frac{5a+2b}{2a+8b}\right) \times \left(\frac{b}{a}\right) = -1$, 이를 정리하면

$2a^2 + 3ab - 2b^2 = 0$,

$a = \frac{b}{2}$ 또는 $a = -2b$ 이다.

$a = \frac{b}{2}$, $a = -2b$를 ①에 대입하여

도형 $\hat{C}$와 원점사이의 거리 $\sqrt{a^2+b^2}$을 구하면

$a = \frac{b}{2}$일때는 2, $a = -2b$일때는 3 으로

~~$a=-2b$일때 ... 도형 $\hat{C}$와 원점사이의~~

$a = \frac{b}{2}$일때 도형 $\hat{C}$와 원점사이의 최소 거리는 2가 된다.

1-B

(1) 점 $P_1(a, b, c)$와 점 $O(0,0,0)$을 지나는 직선의 방정식 l_1는

$l_1: \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ 이고

$z=-1$ 일때의 ~~좌표~~ l_1위의 점 $\hat{P}_1$의 좌표는

$\hat{P}_1\left(-\frac{a}{c}, -\frac{b}{c}, -1\right)$ 이다.

(2) ~~점~~ 점 Q를 지나고 방향벡터가 $(-2, 3, 1)$인 직선의 방정식 l_2는

$l_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{1}$ 이다.

l_2위의 임의의 두점 $A(1,-3,1)$, $B(-1,0,2)$를 이 같은 방법에

맺힌상 점 $\hat{A}$ 점 $\hat{B}$을 구하면 $\hat{P}_2$의 자취인 직선의 방정식을

구할 수 있다. 또, 점 $\hat{A}, \hat{B}$는 문제(1)을 이용해서 구하면

~~점A를 점O를 지나는 직선 m: $\frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{1}$ 이고~~

~~$z=-1$ 일때~~ 점 $\hat{A}(-1, 3, -1)$, 점 $\hat{B}\left(\frac{1}{2}, 0, -1\right)$이다.

~~점B도 마찬가지로 마찬가지 방법으로 점 $\hat{B}\left(\frac{1}{2}, 0, -1\right)$이다.~~

점 $\hat{A}, \hat{B}$을 지나는 직선을 $\hat{l}_2$이라 한다면

$\hat{l}_2$: $\frac{x+1}{\frac{3}{2}} = \frac{y-3}{-3}$, $z=-1$ 이다.

따라서 $\hat{P}_2$의 자취인 직선의 방정식 $\hat{l}_2$: $\frac{x+1}{\frac{3}{2}} = \frac{y-3}{-3}$, $z=-1$이다.

(3) 점 $\hat{P}_3$ 좌표는 문제(1)을 이용해서 구하면

~~$\hat{P}_3 = \left(-\frac{t-2}{t-2}, \quad, -1\right)$~~

$\hat{P}_3 = \left(-\frac{t-2}{\frac{1}{t+1}}, -\frac{t-1}{\frac{1}{t+1}}, -1\right)$ 이다.

$= \left(-(t+1)(t-2), -(t+1)(t-1), -1\right)$

점 $\hat{P}_3$의 속도는 $(-2t+1, -2t, 0)$

점 $\hat{P}_3$의 속력은 $\sqrt{(-2t+1)^2 + (-2t)^2} = \sqrt{8t^2-4t+1}$ 이다.

$\sqrt{8t^2-4t+1} = \sqrt{8\left(t-\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}}$ 이므로

$t = \frac{1}{4}$일때 속력이 $\sqrt{\frac{1}{2}}$로 최소가 된다.

<해설은 다음 장에>

문제 1-A

일차변환을 나타내는 행렬 A의 역행렬을 이용하여 도형 $\widetilde{C}$에 대한 방정식을 구하고, 음함수의 미분법을 이용하여 점 Q에서의 접선의 기울기를 정확하게 구하였음. 도형 $\widetilde{C}$위의 점들 중 원점에서 가장 가까운 점에서는 중심이 원점인 원과 $\widetilde{C}$가 접한다는 기하학적 사실을 이용하여, $\widetilde{C}$와 원점 사이의 최소 거리를 정확하게 구하였음.

문제 1-B

문항 (1)과 (3)에 대해서 제시문과 출제의도를 정확하게 이해하고 풀이한 모범적인 답안임.

문항 (2)에 대해서는 점 P_2의 자취와 상 $\widetilde{P_2}$의 자취가 둘 다 직선임을 이용한 풀이임. 점 P_2의 자취(직선)에 놓인 임의의 두 점 A, B를 선택하여 이들의 상 $\widetilde{A}$, $\widetilde{B}$를 계산한 후, 이들을 지나는 직선의 방정식을 구하였음. 두 점 A, B를 별도로 계산하였으나, 점 Q와 점 $Q+\vec{u}$를 이용하여도 됨.

[자연2-1]

【문제 2】 반드시 해당문제와 일치해야 함.

$V_{out} = (h_1 - h_2)(100A - A) - (\frac{H}{2} + H - h_1)A$

$= 100Ah_1 - 99Ah_2 - \frac{3}{2}AH$

$\therefore V_{out} = 100Ah_1 - 99Ah_2 - \frac{3}{2}AH$

온도가 $\frac{10}{9}$ 배가 되었을 때 ~~압력은 때~~ 이상기체 상태 방정식 $PV = nRT$ 에서 P는 대기압으로 같고 ~~n, R은~~ n은 공기가 새지 않으므로 변하지 않고 R은 상수이므로 부피가 $\frac{10}{9}$배가 된다.

($\because$ 온도에 따른 컵 내 ~~부분~~ 공기압의 변화는 무시)

~~높아~~ 이 때 남아있는 물의 높이 h_2를 h_1과 H로 표현하면

$h_2 = h_1 - \frac{1}{9}(H - h_1)$

$= \frac{10}{9}h_1 - \frac{1}{9}H$

h_2에 ~~대한~~ 관한식을 V_{out}에 관한 식에 대입하면

$V_{out} = 100Ah_1 - 99A \cdot (\frac{10}{9}h_1 - \frac{1}{9}H) - \frac{3}{2}AH$

$= 100Ah_1 - 110Ah_1 + 11AH - \frac{3}{2}AH$

$= \frac{19}{2}AH - 10Ah_1$

H와 A가 고정 되어 있을 때, 물이 넘치게 되는 h_1의 범위를 구하려면 $V_{out} > 0$ 일 때 h_1을 구해야 한다.

$\frac{19}{2}AH - 10Ah_1 > 0$

$10Ah_1 < \frac{19}{2}AH$ ~~A>0~~

$10h_1 < \frac{19}{2}H$ ($\because A > 0$)

$h_1 < \frac{19}{20}H$

문제에서 $h_1 > \frac{H}{10}$ 이 주어졌으므로

물이 넘치게 되는 h_1의 범위는 $\therefore \frac{H}{10} < h_1 < \frac{19}{20}H$

달의 겉보기 크기가 최대일 때의 시야각을 α,

달의 겉보기 크기가 최소일 때의 시야각을 β, 라하고

달의 반지름의 크기를 r 이라 하자.

~~$\sin\alpha =$~~ ~~$\sin\frac{\alpha}{2} =$~~

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{r}{3.6 \times 10^5} \fallingdotseq \frac{\alpha}{2}$, $\sin\frac{\beta}{2} = \frac{r}{4.0 \times 10^5} \fallingdotseq \frac{\beta}{2}$

$\frac{\alpha}{2} : \frac{\beta}{2} = \frac{r}{3.6 \times 10^5} : \frac{r}{4.0 \times 10^5}$

$\alpha : \beta = 1.0 : 0.9$

시야각 α가 β의 $\frac{10}{9}$배 이므로 약 1.1배이다.

우리가 인식하는 물체의 겉보기 크기는 시야각의 크기로 결정되므로 겉보기 크기도 달의 최대 겉보기 크기가 달의 최소 겉보기 크기의 약1.1배가 된다.

행성 주위를 공전하는 위성의 공전 주기는 700시간이다.

위성의 삭망월은 ~~70시간~~ 770시간 이다.

700시간 동안 1바퀴를 돈후 70시간이 지날 때, 행성이 태양을 770시간 동안 움직인 만큼의 각도를 움직인다. 이에 근거하여 행성의 주기를 T라하고 비례식을 세워보면

$70 : 770 = 700 : T$

$\therefore T = 7700$

행성의 공전주기는 7700시간이다.

문제 2-A

(1) 주어진 문제 상황을 정확하게 이해하고 분석하여 문제에서 요구한 식을 정확하게 도출하였다.

(2) 이상기체 상태방정식에서 P가 변하지 않는 상황임을 파악하여 V와 T의 비례관계를 이용해 문제에서 요구한 식을 정확하게 도출하였다.

(3) 앞의 두 식을 결합하여 넘치는 물의 부피를 초기 물의 높이에 대한 함수로 잘 정리한 후, 물이 넘치게 되는 조건을 정확하게 도출하였다.

문제 2-B

(1) 시야각과 겉보기의 관계를 정확히 이해하여 출제자의 의도대로 문제 풀이를 진행하였다. 제공된 자료를 충분히 활용하여 논리적인 답안을 작성하였다. 다만, 풀이를 시작할 때 해당되는 문제 번호를 표기하지 않았다.

(2) 위성의 항성월, 삭망월간의 차이, 관련된 행성의 운동에 대해서 잘 이해하고 있고, 식을 이용한 풀이가 정확하게 정답을 제시하였다. 설명이 너무 간결하게 되어 있어 논리과정이 명확하게 파악되지 않았다.

[자연2-2]

【문제 2】 반드시 해당문제와 일치해야 함.

(문제 2-A) (1) 물의 양은 변하지 ~~않으므로~~ 않는다.

~~낮은온도일 때 물의양은~~

낮은온도일 때 물의 양은 $(100A \times h_1)$ 이다.

높은 온도일 때 물의 양은 $\{100A \times h_2 + (\frac{3}{2}H - h_2) \times A$ ~~이다~~

$+ V_{out}\}$ 이다.

따라서, $100A \cdot h_1 = 99Ah_2 + \frac{3}{2}HA + V_{out}$ 이다.

따라서, $V_{out} = 100Ah_1 - 99Ah_2 - \frac{3}{2}HA$

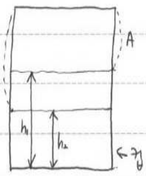
(2) ~~PV=nRT 에서 P와 A과 R은 일정하~~

냉장고 안과 식탁위의 컵안의 공기는 P, n, R 이

일정하다. 따라서 컵안의 공기의 부피는 온도에

비례한다. ($V \propto T$) 그리고 컵의 밑 넓이가 같으므로

공기의 부피는 높이에 비례한다.



이때, 문제에서 식탁 주변의 온도가 냉장고 내부의

온도의 $\frac{10}{9}$ 배라고 하였으므로 $B = \frac{10}{9}A$ 이다.

이때, $A = H - h_1$ 이며, $h_2 = H - B$

이므로 $h_2 = H - \frac{10}{9}(H - h_1) = \frac{10}{9}h_1 - \frac{1}{9}H$ 이다.

따라서, 물의 높이 h_2를 h_1과 H로 표현하면,

$h_2 = \frac{10}{9}h_1 - \frac{1}{9}H$ 이다.

(3) $V_{out} = 100Ah_1 - 99Ah_2 - \frac{3}{2}HA$ 의 식에 $h_2 = \frac{10}{9}h_1 - \frac{1}{9}H$ 를

대입하면 $V_{out} = 100Ah_1 - 110Ah_1 + 11HA - \frac{3}{2}HA$

~~$= Ah_1 + \frac{31}{3}HA$~~ $= \frac{19}{2}HA - 10Ah_1$

물이 넘치는 것은 $V_{out} > 0$ 이므로 ~~$Ah_1 + \frac{31}{3}HA > 0$~~

~~$Ah_1 > \frac{31}{3}HA$~~

~~이때 A는 양수이므로~~

~~$HA - 10Ah_1 > 0$~~

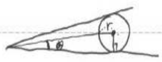
~~$10Ah_1 < \frac{31}{3}HA$~~

$\frac{19}{2}HA - 10Ah_1 > 0$

A는 양수이므로 $\frac{19}{2}H > 10h_1$

따라서 물이 넘치게 되는 h_1의 범위는 $h_1 < \frac{19}{20}H$ 이다.

(문제 2-B) (1)



위의 그림과 같이 시야각의 $\frac{1}{2}$을 θ라고하면 r의크기가 매우

작으므로 지구와 달의거리가 4.0×10^5 으로 가장

멀 때 $\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta \fallingdotseq \theta \fallingdotseq \frac{1}{4.0 \times 10^5}$ 이고

가장 가까울 때 $\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta \fallingdotseq \theta \fallingdotseq \frac{1}{3.6 \times 10^5}$ 이다.

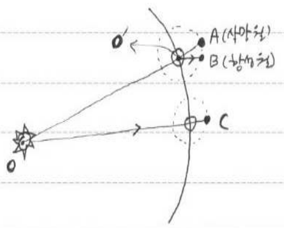
~~따라서~~ 시야각과 겉보기 크기는 비례하므로

최소 겉보기 크기가 $\frac{2k}{4.0 \times 10^5}$ 이면 최대 겉보기 크기는 $\frac{2k}{3.6 \times 10^5}$ 이다.

$\frac{2k}{3.6 \times 10^5} \fallingdotseq \frac{2k}{4.0 \times 10^5} \times 1.1$ 이므로 달의 최대 겉보기 크기는

최소 겉보기 크기의 약 1.1 배이다.

(2)



항성월과 삭망월의 차가 770시간인데 위성이 행성을 한바퀴

돌 때 700시간이 걸리므로 위 그림에서 각 $AO'B = \frac{\pi}{5}$ 이다.

이때 $\overline{O'B}$ 와 $\overline{OC}$ 가 평행하므로 $\angle AOC$ 의 크기 역시 $\frac{\pi}{5}$ 이다.

따라서 행성이 $\frac{\pi}{5}$ 만큼 움직일 때 770시간이 걸렸으므로

$\frac{\pi}{5} : 770 = 2\pi : x$

위의 비례식을 풀었을때의 x가 행성의 공전주기 이다.

$x = 7700$ 시간 이므로

행성의 공전주기는 7700 시간이다.

<해설은 다음장에>

문제 2-A

(1) 주어진 문제 상황을 정확하게 이해하고 분석하였다. 관계식을 정확하게 세우고 문제에서 요구한 식을 잘 도출하였다.

(2) 이상기체 상태방정식에서 P가 변하지 않는 상황임을 파악하여 V와 T의 비례관계를 이용해 문제에서 요구한 식을 정확하게 도출하였다.

(3) 앞의 두 식을 결합하여 넘치는 물의 부피를 초기 물의 높이에 대한 함수로 잘 정리하였다. 이후 물이 넘치게 되는 조건을 h_1의 부등식으로 잘 파악하여 h_1의 상한 범위를 정확하게 계산하였다. 그러나 문제에서 주어진 h_1의 하한 범위 조건을 누락하는 실수로 인해 최종 답안에 h_1의 하한범위가 누락되었다.

문제 2-B

(1) 시야각과 겉보기의 관계를 정확히 이해하고 제시문의 정보를 적절히 이용하여 정답을 제시하였다. 연습지를 사용했기 때문으로 추측되는데, 최소 겉보기 크기와 최대 겉보기의 비율을 얻는 과정에서 답안에 제시되어 있는 논리적 전개가 다소 부자연스러웠다.

(2) 제시문을 정확히 파악하고 있고, 그림을 통해 논리적으로 풀이를 전개한 점을 우수하게 평가하였다. 각도를 구하는 법이 너무 간략하게 제시되어 있다. 전반적으로 자세하고 단계적으로 자신의 논리를 설명함이 부족했다.

[자연2-3]

【문제 2】 반드시 해당문제와 일치해야 함.

2-A (1) $100A \times h_1 = V_{out} + 99Ah_2 + \frac{3}{2}H \times A$

$V_{out} = 100Ah_1 - 99Ah_2 - \frac{3}{2}AH$

(2) 식탁위의 온도가 내려가고 안 온도보다 $\frac{10}{9}$배 높으면

공기부피도 $\frac{10}{9}$배 증가한다

컵안의 공기부피 $99A \times (H-h_1) \times \frac{10}{9} = 99A(H-h_2)$

$110A(H-h_1) = 99A(H-h_2)$

$\frac{110}{99}(H-h_1) = H-h_2$

$h_2 = \frac{10}{9}h_1 - \frac{1}{9}H$

(3) $V_{out} = 100Ah_1 - 99A\left(\frac{10}{9}h_1 - \frac{1}{9}H\right) - \frac{3}{2}AH$

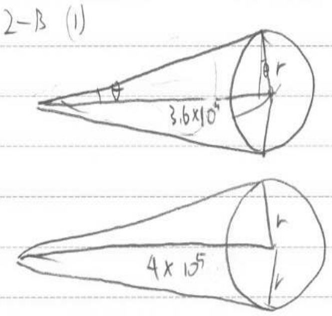
$100Ah_1 - 110Ah_1 + 11AH - \frac{3}{2}AH$

$\frac{19}{2}AH - 10Ah_1$

h_1이 $\frac{19}{20}H$보다 작고 $\frac{H}{10}$보다 크면

식탁에 물이 넘치게된다

2-B (1)



우리가 달을 보면 겉보기 크기는

시야각 크기로 결정된다

가장 가까울때는 $\frac{r}{3.6 \times 10^5}$로 보고

가장 멀때는 $\frac{r}{4 \times 10^5}$로 본다

가장 클때에서 작을때로 나누면

$\frac{4.0}{3.6} = 1.11\ldots$ 약 1.1배가된다

(2) 공전주기를 T 라고 하면

$\frac{T}{700} = n$ 이고 $\frac{T}{770} = n-1$ 이다 왜냐하면

삭망월는 항성월보다 $n-1$번회전하는 동안 360도를 한번더 도는

것으로 볼수있다 $700n = 770n - 770$ $70n = 770$

$n = 11$ $\frac{T}{700} = 11$ $T = 7700$ 시간

문제 2-A

(1) 주어진 문제 상황을 정확하게 이해하고 분석하였다. 관계식을 정확하게 세우고 문제에서 요구한 식을 잘 도출하였다.

(2) V와 T의 비례관계를 이용해 문제에서 요구한 식을 정확하게 도출하였다.

(3) 앞의 두 식을 결합하여 넘치는 물의 부피를 초기 물의 높이에 대한 함수로 잘 정리하였다. 이후 물이 넘치게 되는 h_1 의 범위도 정확하게 적시하였다. 그러나 풀이의 전개 부분에 등호가 생략된 점, 부등식을 푸는 부분이 제시되지 않은 점, 최종 h_1 의 범위가 식으로 제시되지 않고 말로 기술된 점 등은 아쉬운 부분이다.

문제 2-B

(1) 정답을 정확히 제시하였으나, 제시문에서 제공한 정보에 따라 단계적으로 서술해 나가는 풀이 과정을 작성하지 않았다. 제공된 정보를 일부만 사용하였고, 수식도 다소 부정확하였다.

(2) 항성월과 삭망월의 관계를 이용해서 행성의 공전주기를 계산하는 식을 설정한 점은 우수하게 평가되었다. 작성한 식의 의미를 설명할 때, 어법이 어색하고 논리적으로 명확하지 않았다.