[IT1-1]

【문제 1】 반드시 해당문제와 일치해야 함.

[문제1-A]

(1) 두번째 조건에 의해 $2W+M \le 22$

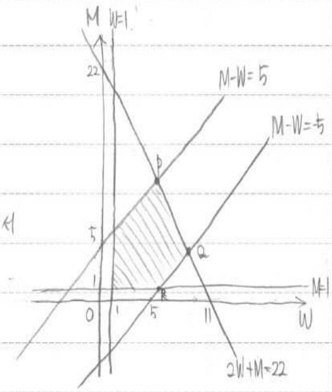
세번째 조건에 의해 $W \ge 1$

네번째 조건에 의해 $M \ge 1$

다섯 번째 조건에 의해 $|M-W| \le 5$.

이를 좌표평면에 나타내면

오른쪽 그림의 빗금친 부분과 같다.



또한 오른쪽 그림의 두 점 P, Q에서

각각 M, W가 최댓값을 가지므로

W의 최댓값 : 9.

M의 최댓값 : $\frac{32}{3}$

(2) $a=1$, $b=2$이므로 $T = 1+2\log_2\left(\frac{2D}{W}\right)$

여섯 번째 조건에 의해 $2D=\sqrt{2}(W+M)$이므로

$T=1+2\log_2\left\{\frac{\sqrt{2}(W+M)}{W}\right\}$ 이다. $y=1+2\log_2 x$는 y의 x에 대한 증가함수,

따라서 T는 $\frac{\sqrt{2}(W+M)}{W}$이 최소일 때 최솟값을 갖는다.

$\frac{\sqrt{2}(W+M)}{W} = \sqrt{2}\left(1+\frac{M}{W}\right)$ 이므로 $\frac{M}{W}$의 값이 최소인 점을 구한다.

$\frac{M}{W}=k$일 때, $M=kW$이므로 위 문항(1)의 그래프에서 k가 최소가

되는 그래프의 점은 $R(6,1)$ 점이다.

따라서 $W=6$, $M=1$

[문제 1-B]

(1) 참가자가 첫 게임 후 가지고 있는 구슬의 수 $X_D(1)$

는 $\frac{1}{3}$ 확률로 -1, $\frac{2}{3}$의 확률로 -7이므로 항상 $X_D(1)<0$ 이다.

또한 참가자가 $n+1$번째 게임 후 가지고 있는 구슬의 수 $X_D(n+1)$은

$\frac{1}{3}$ 확률로 $X_D(n)-1$, $\frac{2}{3}$ 확률로 $X_D(n)-7$ 이고,

이에 따라 $X_D(n+1) < X_D(n)$은 항상 성립한다.

따라서 $1 \le n \le 100$을 만족하는 모든 n에 대해

$X_D(n)<0$이 항상 성립하므로 게임 D는 '반드시 지는 게임'이다.

또 $X_D(2)$는 $\frac{1}{3}$ 확률로 $X_D(1)-1$, $\frac{2}{3}$ 확률로 $X_D(1)-7$ 이고

$X_D(1)$은 $\frac{1}{3}$ 확률로 -1, $\frac{2}{3}$ 확률로 -7 이다.

각각의 게임은 서로 독립이므로

$X_D(2)$는 $\frac{1}{9}$ 확률로 -2, $\frac{4}{9}$ 확률로 -8, $\frac{4}{9}$ 확률로 -14 이다.

따라서 $X_D(2)$의 기대값 $E(X_D(2)) = -10$.

(2) 첫 게임 시작 전 보유한 구슬의 갯수가 짝수일 때,

$1 \le m \le 50$인 자연수 m에 대하여

$n=2m-1$일 때 $X_E(n) = -2(m-1)-11 = -2m-9 = -n-10$

$n=2m$일 때 $X_E(n) = -2m = -n$.

첫 게임 시작 전 보유한 구슬의 갯수가 홀수일 때,

$1 \le m \le 50$인 자연수 m에 대하여

$n=2m-1$일 때 $X_E(n) = -2(m-1)+9 = -2m+11 = -n+10$

$n=2m$일 때 $X_E(n) = -2m = -n$.

첫 시작시 구슬의 갯수가 짝수이거나, 첫 시작시 구슬의 갯수가 홀수이면서

게임의 판수가 짝수 판일 경우에는 무조건 $X_E(n)<0$ 이다.

첫 시작시 구슬의 갯수가 홀수이면서 게임의 판수가 홀수일 때,

$X_E(n)=-n+10$ 이므로 $n>10$일 때 항상 $X_E(n)<0$이 성립한다.

따라서 최소의 N은 11이다.

(3) 첫 게임 시작 전 보유한 구슬의 갯수가 짝수일 때,

게임 D를 실행한 후 보유한 구슬의 갯수는 무조건 홀수가 된다.

이 때 게임 E를 실행할 경우 구슬 9개를 얻게 되어

$X_F(1)>0$ 이면서 보유한 구슬의 수가 짝수가 되며, 이 경우

$X_F(n+1)>X_F(n)$이 성립하여 모든 자연수 n에 대해

$X_F(n)>0$이 성립하므로, 게임 F는 '반드시 지는 게임'이

아니다.

<해설은 다음 장에>

문제 1-A

주어진 제시문과 출제의도를 정확히 이해하고 풀이한 모범적인 답안임. 풀이 과정에 사용될 조건들을 정확히 선별하여 적용하였고, 그래프를 활용한 최적화 문제 해결의 과정을 논리적으로 잘 기술하였음.

문제 1-B

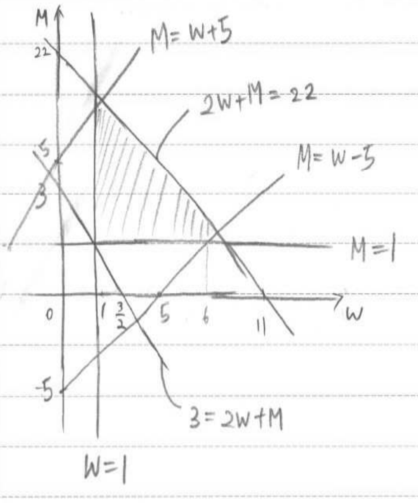
확률변수 $X(n)$의 의미를 잘 이해하여, $X(n)$의 값을 확률에 따라 정확하게 서술하였다. 특히, (1)에서 사건의 독립성을 이용하여 확률변수의 값을 확률에 따라 정확하게 구하였으며, (2), (3) 답안에서 $X(n)$의 값을 결정하는 조건, 게임 시작 전 구슬의 홀수, 짝수 여부에 따라 주어진 확률변수의 값을 정확히 계산하였음. 다만, (2)번에서 게임 시작 전 구슬의 객수가 홀수인 경우에 대한 분석이 약간 미흡하여 $n=2m$, $n=2m-1$인 경우에 대해 분석하는 과정에서 자신이 도출한 식에 대한 이해가 약간 부족하여 $N=10$이라는 결론을 내리지 못한 점이 아쉬운 답안임. 확률변수가 양수가 되는 짝수 n, 홀수 n을 각각 생각하였다면 옳은 답을 낼 수 있었을 것으로 사료됨.

[IT1-2]

【문제 1】 반드시 해당문제와 일치해야 함.

(1) 조건에서 $|M-W|\le 5$, $1\le M$, $1\le W$, $3\le 2W+M\le 22$ 의 식을 구할 수 있기때문에 이 식을 좌표평면에 나타내어 W의 최댓값을 구하면,

1-A



W의 최댓값은 $M=W-5$와 $2W+M=22$가 만나는 점이므로

$3W=27$, $W=9$가 W의 최댓값이다.

M의 최댓값은 $M=W+5$와 $2W+M=22$가 만나는 점이므로

$2(M-5)+M=22$, $3M=32$

$M=\frac{32}{3}$일때, M은 최댓값을 갖는다.

(2) $a=1$, $b=2$ 라면, $T=1+2\log_2\left(\frac{2D}{W}\right)$ 이므로

T가 최소가 되기위해서는 $\frac{2D}{W}$가 최소가 되어야 한다.

조건에서 $\sqrt{2}(W+M)=2D$ 였으므로

$\frac{2D}{W}=\sqrt{2}+\sqrt{2}\frac{M}{W}$가 되므로 $\frac{M}{W}$가 최소가 되어야 한다.

$\frac{M}{W}=k$ 라고 하면 $M=kW$ 이고 이때, k의 최솟값을 위 영역에서 구하면 $M=W-5$와 $M=1$이 만나는 $(6, 1)$를 $M=kW$가 지날때이므로 k는 $W=6$, $M=1$ 일때 최솟값을 갖는다.

따라서, $a=1$, $b=2$라고 가정한다면 T를 최소로 하는

$W=6$, $M=1$ 이다.

1-B

(1) 게임 D는 주사위를 굴려서 어떤 숫자가 나오든 구슬을 잃어버리게 된다. 따라서 참가자는 게임을 할수록 처음 구슬의 개수보다 적어져서 $N\le n\le 100$인 모든 시행횟수 n에 대하여 어떤 경우에도 $X_D(n)<0$인 N이 존재하기때문에 게임 D는 반드시 지는 게임이다.

X_D	-2	-8	-14
P_{D}	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$

$$E(X_D(2)) = -2\times\frac{1}{9}-8\times\frac{4}{9}-14\times\frac{4}{9}$$

$$= -10$$

(2)

첫 번째 시작전 소지한 구슬의 개수가 홀수인 경우.

$$X_E(n)\begin{cases} -n+10 & (n\text{이 홀수}) \\ -n & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$$ 이고

반드시 지는 게임이 되는 N의 최솟값는 $-n+10<0$ 이 되는 11이다.

첫번째 시작전 소지한 구슬의 개수가 짝수인 경우,

$$X_E(n)\begin{cases} -n-10 & (n\text{이 홀수}) \\ -n & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$$ 이고

이때는, 언제나 $X_E(n)<0$ 이므로

게임 E가 반드시 지는 게임이 되는 N의 최솟값은 11이다.

(3)

첫번째 게임 시작전 소지한 구슬의 개수가 짝수인 경우.

n	처음	$n=1$
X_F	0	8 2

게임 E을 2 시행할 때마다 구슬의 개수가 홀수이기때문에 9개의 구슬을 얻어서 게임 D에서 잃었던 구슬의 개수를 회복하기때문에 게임 F는 $X_F(n)>0$이 되어서 반드시 지는 게임이 될수 없다.

<해설은 다음 장에>

문제 1-A

주어진 제시문과 출제의도를 충분히 이해하고 논리적으로 잘 풀이한 답안임. 풀이 과정에서 무시되어도 될 부등식 ($2W+M \geq 3$)을 하나 추가로 사용하였으나 정답을 찾는 과정에는 무리가 없었음. 또한 그래프를 활용한 최적화 문제 해결 과정을 논리적으로 잘 설명하였음.

문제 1-B

확률변수 $X(n)$의 의미를 잘 이해하여, $X(n)$의 값을 확률에 따라 정확하게 서술하였다. 특히 (1)에서 혼동하기 쉬운 확률변수의 값을 확률에 따라 정확하게 기술하여 기댓값을 구하였으며, (2), (3) 답안에서 $X(n)$의 값을 결정하는 조건, 게임 시작 전 구슬의 홀수, 짝수 여부에 따라 주어진 확률변수의 값을 정확히 계산하였음. 다만, (2)번에서 게임 시작 전 구슬의 객수가 홀수인 경우에 대한 분석이 약간 미흡하여 $n=2m$, $n=2m-1$인 경우에 대해 분석하는 과정에서 자신이 도출한 식에 대한 이해가 약간 부족하여 $N=10$이라는 결론을 내리지 못한 점이 아쉬운 답안임. 확률변수가 양수가 되는 짝수 n, 홀수 n을 각각 생각하였다면 옳은 답을 낼 수 있었을 것으로 사료됨.

[IT2-1]

【문제 2】 반드시 해당문제와 일치해야 함.

2-A-(1) F_2 세대는 GgNn, ggnn 을 갖는 부모로 부터 나왔다.

문제에 제시된대로 나온 표현형을 유전자형으로 나타내보면,

G_N_, G_nn, ggN_, ggnn 이 발견되었다

(_ 칸에는 우성, 열성 형질 둘다 가능하다) 몸색깔과 날개 모양의 연관여부를 알아보기 위해, 연관이 되었다고 가정한뒤, F_2 세대를 만들었던 F_1의 유전자형이 나오는 결과를 관찰 해보아야 한다.

첫번째로 G와 N, g와 n이 연관되었다고 가정.

GgNn 에서 GN, gn을 갖는 생식세포, ggnn에서 gn을 갖는 생식세포가 만들어진다. 따라서 F_2에서 GgNn, ggnn 만 나오며 이 경우 검은색몸 정상날개, 회색몸 흔적날개가 안나오기 때문에 G와 N, g와 n은 연관이 아니다.

두번째로 G와 n, g와 N이 연관되었다고 가정하면 ggnn을 갖는 개체가 있을 수 없기 때문에 두번째 가정도 틀리다

따라서 날개모양 유전자와 몸색유전자는 다른 염색체에 있다

2-A-(2) 문제에서 연관을 가정했다. 따라서 G와 N, g와 n의 연관이 된다 ((1)에서 증명). GgNn, ggnn을 교배해 F_2가 나올때 교차가 될 것이다. GgNn에서 교차가 일어나면 GN, Gn, gN, gn의 생식세포가 만들어지고 ggnn 에서는 여전히 gn이 만들어진다.

교차가 없다면 GN, gn이 나온다.

G_N_ : G_nn : ggN_ : ggnn = 2 : 1 : 1 : 2 이다

만약 모든 생식세포가 교차되면 2:1:1:2가 아니라 1:1:1:1 의 비가 나오는데, G_N_ 과 ggnn의 수가 더 많아서 2:1:1:2 가 나왔다.

총개체수를 X라 하자. 교차되어 교배되면 $\frac{Xp}{4} : \frac{Xp}{4} : \frac{Xp}{4} : \frac{Xp}{4}$

나머지 교차 안하고 교배되면 $+\ \frac{X(1-p)}{2} : 0 : 0 : \frac{X(1-p)}{2}$

$2 : 1 : 1 : 2$

따라서 $\frac{Xp}{4} = \frac{X(1-p)}{2}$ $\frac{3}{2}p = 1$

따라서 $p = \frac{2}{3}$ 이다

2-B-(1) L_1의 길이를 구해야 한다. L_1에서 진동수가 220Hz이다. 파동의 속력은 330m/s 이다.

$v = f \cdot \lambda$ 의 식에 의해 $\lambda = 1.5$m가 나오는데, L_1은 반파장에 해당하는 길이 이므로 0.75m 이다

2-B-(2) 한옥타브 높은 440Hz의 A의 길이는 0.375m이다. 0.75m 부터 0.375m까지 12번의 일정한 비율로 길이가 줄어든다.

$L_{13} = L_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{13-1}{12}}$ 로 나타나고, L_n에 대한 식으로 나타내면 $L_n = L_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n-1}{12}}$ 이다. 따라서 $\frac{L_n}{L_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n-1}{12}}$ 이다.

2-B-(3) 낮은 A음의 진동수는 220Hz이다. C음에 해당하는 4번째 줄이 장력이 줄어 진동수가 줄어 220Hz가 된건데 장력이 줄어도 파장은 일정하다. (2)에서 구한 식으로 L_4를 구하면,

$L_4 = L_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$ 파장은 $2 \times L_4 = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$ 이다.

따라서 $v = \lambda \cdot f = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot 220 = 330 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$

$v = 330 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$ m/s 이다.

<해설은 다음 장에>

문제 2-A

(1) 우선 F_2 세대의 표현형이 네 가지이므로 유전형이 네 가지 이상임을 파악하였다. 만약 몸 색깔 유전자와 날개 모양 유전자가 같은 염색체에 있다면, 생식 세포의 유전형은 두 가지밖에 나타나지 않기 때문에, F2 세대의 유전형도 두 가지 밖에 있을 수 없고, 따라서 관측 사실과 모순이라는 것을 밝혔다. 훌륭한 답안이지만, F_1 세대는 유전형이 GGNN과 ggnn인 부모로부터 생겨났기 때문에, 연관이 있다면 F_1 세대가 만드는 생식세포의 유전형은 GN과 gn밖에 없음에도 불구하고, 이 답안에서는 유전형이 Gn과 gN인 경우까지 불필요한 분석을 하였다.
(2) 교차가 일어나는가의 여부에 따라 생식세포의 비율이 (2:0:0:2) 혹은 (1:1:1:1)이라는 것을 파악한 후 이들을 확률 p로 조합하고 그 비례식을 풀어서 $p=2/3$를 구하는 등, 핵심적인 단계들을 모두 거쳐서 정답을 구하긴 했으나, 설명의 명확성이 다소 부족한 면이 있음.

문제 2-B

(1) 문제에서 정상파의 파장은 줄 길이의 두 배인 것을 이해함.

속력과 주파수와 파장과의 공식 $v=f\bullet\lambda$ 을 적용하여 줄의 길이 $L_1=0.75\mathrm{m}$를 바르게 구함.

(2) 일정한 비율로 길이가 줄어듬을 파악함.

- $\dfrac{L_n}{L_1}=2^{-(n-1)/12}$ 을 맞게 제시함

(3) 4번째 줄의 장력이 변하여 파동 속도가 변화함을 이해함.

진동수는 변하고 파장은 변화가 없음을 이해

파동의 속력 $v=330\times 2^{-1/4}\ \mathrm{m/s}$ 을 바르게 구함

[IT2-2]

【문제 2】 반드시 해당문제와 일치해야 함.

A. (1) F_2 세대에서 네가지 개체들이 모두 발견되었다면 GN, Gn, gN, gn 유전형의 생식세포가 모두 발견된 것이다. 문제에서 교차가 일어나지 않았다고 하였는데 이 경우 모세포에 A와 B, a와 b가 같은 염색체 상에 있다면 모세포에서는 유전형 AB와 ab인 생식세포만이 생겨나므로 곤충의 몸 색깔 유전자는 날개 모양 유전자와 다른 염색체에 있었다.

(2) 제시문 (나)에 따르면 교차시에는 모세포 1개에서 AB, Ab, aB, ab 유전형의 생식세포가 한 개씩 생기므로 문제상황에서 모세포가 N개 라고 가정하였을때 교차되는 모세포는 $(N \times p)$개 이고 이로 인해 GN, Gn, gN, gn 의 생식세포는 $N \times p$개 생겨난다. 또한 $N \times (1-p)$ 개의 모세포는 교차가 일어나지 않아서 $2 \times N \times (1-p)$ 개씩의 GN, gn 생식 세포를 생성한다.

이때 GN : Gn : gN : gn = 2 : 1 : 1 : 2 이므로

$2N(1-p) + Np : Np = 2 : 1$ 이고

$2Np = 2N - 2Np + Np$ 이므로,

$3Np = 2N$ $p = \frac{2}{3}$ 이다.

B. (1) 그림 3에서 정상파의 길이 L_1은 $\frac{1}{2}\lambda_1$ 이므로 $v = \lambda f$ 의 식에 대입하면 $v = 2L_1 f_1$ 이다.

$L_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{f_1}$ 에서 $f_1 = 220Hz$ 이고 $v = 330m/s$ 이므로

$\cancel{L_1 = \frac{1}{2}}$ $L_1 = \frac{3}{4}m$ 이다.

(2) 총 12 단계의 일정한 비율로 변화 시켰으므로 등비수열로 생각할 수 있다.

낮은 음 A의 진동수를 f_1 이라 할때

$\cancel{f_2 = A}$ $f_2 = f_1 \cdot r$ 이고. $\cancel{f_{13}}$

높은 A음의 진동수는 $f_{13} = f_1 \cdot r^{12}$ 로 나타낼수있다.

$f_{13} = 440Hz = 220Hz \cdot r^{12}$ 이므로

$r^{12} = 2$, $r = 2^{\frac{1}{12}}$ 이다.

~~모든 음에서 파동의 속력은 동일하므로~~

$\therefore f_n = f_1 \times (2^{\frac{1}{12}})^{n-1}$ 이다.

$L_n = \frac{1}{2}\lambda_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{f_n}$ 이고 모든 음에서 파동의 속력은 동일하므로

$$\frac{L_n}{L_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{v}{f_n}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{v}{f_1}} = \frac{f_1}{f_n} = \frac{f_1}{f_1 \times (2^{\frac{1}{12}})^{n-1}} = \frac{1}{(2^{\frac{1}{12}})^{n-1}}$$ 이다.

(3) C음에 해당하는 줄의 길이는 변하지 않았으므로 (2)번에서 구한 식으로 L_4를 구하면

$L_4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{330}{f_4} = \frac{330}{2} \times \frac{1}{f_1} \times \frac{1}{(2^{\frac{1}{12}})^3}$ 이를

$v = \lambda f_1 = 2L_4 \cdot f$ 에 대입하고 이때 낮은 A음이므로

$f_1 = 220$ 이다.

$\therefore v = 2 \times \frac{330}{2} \times \frac{1}{f_1} \times \frac{1}{2^{\frac{1}{4}}} \times f_1 = 330 \times \frac{1}{2^{\frac{1}{4}}}$

$= 330 \times 2^{-\frac{1}{4}}$

<해설은 다음 장에>

문제 2-A

(1) F_2 세대의 표현형이 네 가지이므로 F_1 세대가 만드는 생식세포의 유전형은 GN,Gn,gN,gn이 모두 나타난다는 것을 명시하였다. 몸 색깔 유전자와 날개 모양 유전자가 같은 염색체에 있다면, 생식 세포의 유전형은 두 가지밖에 나타나지 않기 때문에, 몸 색깔 유전자와 날개 모양 유전자는 다른 염색체에 있다는 결론을 도출하였다. 논리 전개가 깔끔한 모범적인 답안임.

(2) 모세포 N개의 감수 분열에서 생겨나는 유전형 GN,Gn,gN,gn인 생식 세포의 개수는, 교차가 일어나지 않으면 $(2N,0,0,2N)$, 교차가 일어나면 (N,N,N,N)임을 파악하였다. 이로부터, 이들 생식 세포의 개수의 기댓값은 $(2N(1-p),0,0,2N(1-p))+(Np,Np,Np,Np)=(N(2-p),Np,Np,N(2-p))$라는 것과, 이것이 표현형의 비율 2:1:1:2에 비례한다는 것을 설명하였다. 최종적으로 비례식을 풀어서 $p=2/3$를 구하였다. 핵심 채점 요소가 모두 들어있는 모범 답안임.

문제 2-B

(1) 정상파의 파장은 줄 길이의 두 배인 것을 이해함.

공식 $v=f\bullet\lambda$을 제대로 적용하여 줄의 길이 $L_1=0.75\mathrm{m}$를 구함.

(2) 줄의 길이가 등비수열임을 이해함.

공비 $r=2^{-1/12}$를 올바르게 유도하여, $\frac{L_n}{L_1}=\frac{1}{\left(2^{\frac{1}{12}}\right)^{n-1}}=2^{-(n-1)/12}$ 을 맞게 제시함.

(3) 공식 $v=f\bullet\lambda$을 제대로 적용하여 파동의 속력 $v=330\times 2^{-1/4}\ \mathrm{m/s}$ 을 옳게 구함.