◆ 출제문제 ◆

【문제 1】

문제 1-A 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (20점)

컴퓨터의 '바탕화면'은 아이콘과 같은 그래픽 요소를 이용하여 사용자가 컴퓨터를 편리하게 사용할 수 있도록 돕는 그래픽 사용자 인터페이스(graphical user interface, GUI)이다. 바탕화면의 어느 한 지점에 정지해 있는 마우스 포인터를 이동하여 특정 지점에 있는 아이콘을 클릭할 때까지 걸리는 이동시간 T는 다음과 같이 계산된다.

$$T = a + b\log_2\left(\frac{2D}{W}\right)$$

(D : 마우스 포인터로부터 아이콘 중심까지의 거리, W : 아이콘의 폭, a, b : 상수)

따라서, 마우스 포인터로부터 아이콘 중심까지의 거리가 멀수록, 아이콘의 폭이 좁을수록 이동시간이 길어진다.

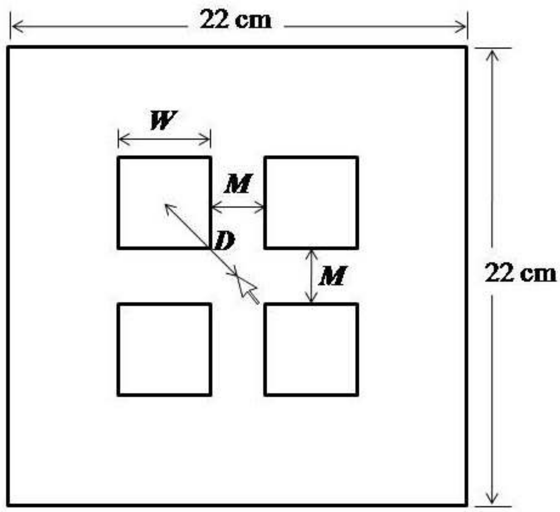
다음 조건을 만족하는 바탕화면의 아이콘을 디자인하고자 한다.

- 아이콘은 4개를 만들고, 이들은 **<그림 1>**과 같이 바탕화면의 중심을 기준으로 상하좌우 대칭이다.
- 아이콘이 놓이는 바탕화면은 폭과 높이가 모두 22 cm인 정사각형이다.
- 아이콘은 한 변의 길이(W)가 1 cm 이상인 정사각형 모양이고, 아이콘 전체가 바탕화면 안에 들어간다.
- 아이콘 사이의 간격(M)은 1 cm 이상이다.
- 아이콘 사이의 간격(M)과 아이콘의 폭(W)의 차이는 5 cm 이하이다.
- 최초 구동 시 마우스 포인터는 바탕화면의 중심에 위치하며, 이 경우 마우스 포인터로부터 아이콘 중심까지의 거리(D)는
  $2D : (W + M) = \sqrt{2} : 1$을 만족한다.

다음 문항에 답하시오.

(1) 위 조건에 따라 아이콘을 디자인할 때, 아이콘의 폭(W)과 아이콘 사이의 간격(M)에 대한 조건들을 부등식으로 나타내고, 이를 만족하는 부등식의 영역을 W를 가로축, M을 세로축으로 하는 좌표평면에 표시하시오. 그리고 구한 영역에서 W의 최댓값과 M의 최댓값을 각각 구하시오.

(2) 상수 $a = 1$, $b = 2$라고 가정하자. 문항 (1)에서 구한 W와 M의 영역을 활용하여, 위의 조건을 만족하는 아이콘 디자인 중에서, '최초 구동 시 아이콘 클릭을 위한 이동시간(T)'을 최소로 하는 아이콘의 폭(W)과 아이콘 사이의 간격(M)을 구하시오.



<그림 1>

문제 1-B **다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (30점)**

(가) 두 사건 A, B에 대하여, 한 사건이 일어나는 것이 다른 사건이 일어날 확률에 아무런 영향을 주지 않을 때, 사건 A와 사건 B는 서로 독립이라 한다. 한편, 두 사건 A, B가 서로 독립이 아닐 때, 두 사건 A, B는 서로 종속이라 한다.

[출처 : 적분과 통계「확률」]

(나) 이산확률변수 X가 취하는 값 x_i와 X가 그 값을 취할 확률 p_i의 대응 관계를 확률질량함수라 한다. 확률질량함수는 보통

$$P(X=x_i)=p_i \quad (i=1,\cdots,k)$$

로 나타내거나 다음과 같이 표로 나타낸다.

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$	x_k	합계
$P(X=x_i)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_i	$\cdots$	p_k	1

이때, 확률변수 X의 기댓값 $E(X)$는 다음과 같이 정의된다.

$$E(X)=x_1p_1+\cdots+x_kp_k$$

[출처 : 적분과 통계「통계」]

게임 참가자는 게임 규칙에 따라 구슬을 얻거나 잃는 게임 G를 100회 시행한다. 게임 G를 n회 시행한 후, 참가자가 소지한 구슬 개수의 변화량을 확률변수 $X_G(n)$이라고 하자. 즉,

$X_G(n)$ = (게임 G를 n회 시행한 후 소지한 구슬의 개수) − (첫 번째 게임 시작 전 소지한 구슬의 개수)

이다. 만일 다음 조건을 만족하는 시행횟수 N을 찾을 수 있다면, 게임 G를 '**<u>반드시 지는 게임</u>**'이라 한다.

$N \le n \le 100$ 인 모든 시행횟수 n에 대하여 어떤 경우에도 $X_G(n)<0$ 이다.

예를 들어, 50부터 100까지의 모든 시행횟수 n에 대하여 어떤 경우에도 $X_G(n)<0$이면 게임 G는 '반드시 지는 게임'이 되고, $N=50,51,\cdots,100$은 모두 위 조건을 만족하는 N이 된다.

다음 두 가지 게임 D, E를 생각해보자.

- 게임 D : 주사위를 굴려 나온 눈이 3의 배수이면 참가자는 구슬 1개를 **<u>잃고</u>**, 3의 배수가 아니면 참가자는 구슬 7개를 **<u>잃는다</u>**.
- 게임 E : 참가자가 현재 소지한 구슬의 개수를 조사하여 홀수이면 참가자는 구슬 9개를 **<u>얻고</u>**, 짝수이면 참가자는 구슬 11개를 **<u>잃는다</u>**.

단, 첫 번째 게임 시작 전 참가자가 소지한 구슬의 개수는 몇 개인지 모르지만, 100회의 게임을 할 수 있을 만큼 충분하다고 가정한다.

다음 문항에 답하시오.

(1) 게임 D가 '반드시 지는 게임'임을 설명하시오. 그리고 확률변수 $X_D(2)$의 기댓값 $E(\,X_D(2)\,)$를 계산하시오.

(2) 게임 E에 대해, 첫 번째 게임 시작 전 소지한 구슬의 개수가 홀수인 경우와 짝수인 경우로 구분하여, $X_E(n)$을 n에 대한 식으로 각각 표현하시오. 그리고 이를 이용하여 다음 조건을 만족하는 시행횟수

N 중에서 가장 작은 값을 찾으시오.

$N \le n \le 100$인 모든 시행횟수 n에 대하여 어떤 경우에도 $X_E(n) < 0$ 이다.

(3) 게임 F는 '게임 D를 1회 시행한 후, 곧 이어서 게임 E를 1회 시행하는 게임'이다. 게임 F는 '반드시 지는 게임'이 **아님**을 증명하시오.

【문제 2】

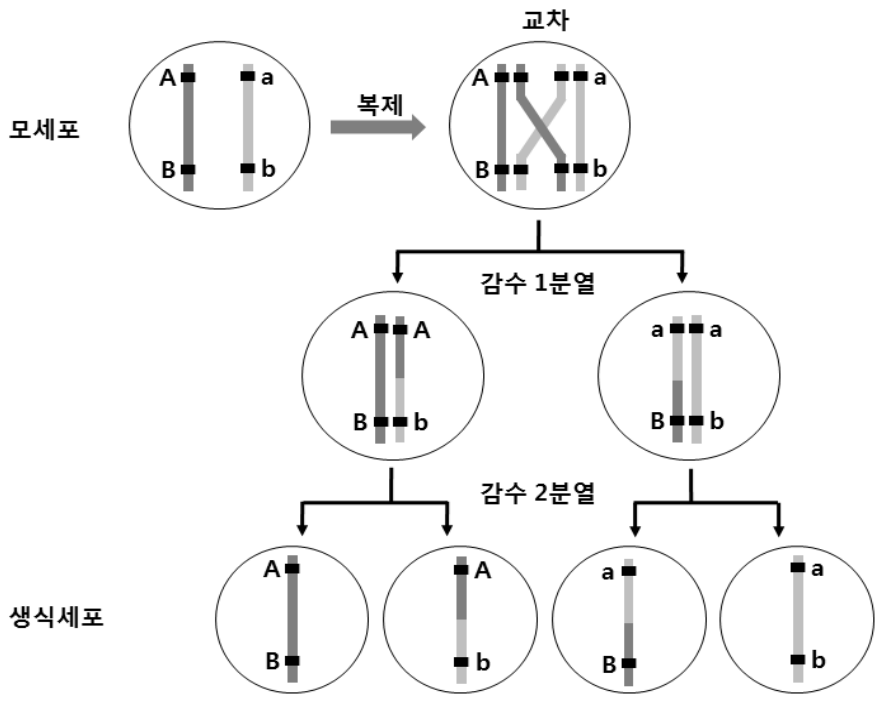
문제 2-A 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (20점)

(가) 체세포의 핵에는 아버지로부터 물려받은 염색체와 어머니로부터 물려받은 염색체가 있다. 그리고 여러 가지 유전 형질을 결정하는 유전자들은 염색체에 존재한다. 예를 들어 사람의 체세포는 아버지와 어머니로부터 받은 염색체가 쌍으로 존재하므로 하나의 형질에 대하여 유전자를 두 개씩 가지게 된다. 이렇게 쌍을 이루고 있는 두 개의 염색체를 상동 염색체라고 한다. 상동 염색체 가운데 하나는 아버지, 다른 하나는 어머니에게서 각각 물려받은 것이다. 상동 염색체의 같은 위치에 존재하는 유전자는 하나의 형질을 결정하는데, 이러한 유전자를 대립 유전자라고 한다. 감수 분열 과정에서 상동 염색체를 이루고 있는 염색체 쌍이 분리되어 각각 다른 생식 세포에 들어간다. 그리고 수정이 되면 다시 염색체 쌍을 가지는 자손이 얻어진다.

[출처 : 생명과학 I「세포와 생명의 연속성」]

(나) 감수 분열 때에 상동 염색체 쌍에서 염색체의 일부분이 교환되는 것을 교차 현상이라 한다. **<그림 2>**에서 A와 a, B와 b는 각각 한 형질에 해당하는 대립 유전자들이다 (예를 들어 A는 둥근 모양, a는 주름진 모양, B는 노란색, b는 녹색). 모세포에 A와 B, a와 b가 같은 염색체 상에 있는 경우에, 교차가 일어나지 않으면 모세포 한 개에서 유전형 AB와 ab인 생식 세포가 각각 두 개씩 생겨나지만, **<그림 2>**와 같이 교차가 일어나면 모세포 한 개에서 AB, Ab, aB, ab 유전형의 생식 세포가 한 개씩 생겨난다.

[출처 : 과학「생명의 진화」, 생명과학 I「세포와 생명의 연속성」]



<그림 2>

어떤 곤충의 몸 색깔과 날개 모양에 각각 두 가지의 대립 형질이 있다고 하자. 이들의 우성 형질에 해당되는 유전자를 G(회색 몸), N(정상 날개)로 표기하고, 열성 형질에 해당되는 유전자를 g(검은색 몸), n(흔적 날개)로 표기하자. 유전형이 각각 GGNN과 ggnn인 순종 개체들을 교배시켜 유전형 GgNn인 잡종 개체(F_1 세대)를 만들고, 이를 다시 유전형 ggnn인 순종 개체와 교배시켜서 많은 수의 개체(F_2 세대)를 만들었다. 돌연변이는 일어나지 않는다고 가정한다. 다음 문항에 답하시오.

(1) F_2 세대에서 회색 몸과 정상 날개, 회색 몸과 흔적 날개, 검은색 몸과 정상 날개, 검은색 몸과 흔적 날개를 가진 네 가지 개체들이 모두 발견되었다. 이 곤충의 몸 색깔 유전자는 날개 모양 유전자와 같은 염색체에 있는지 혹은 다른 염색체에 있는지 답하고 그 이유를 논하시오. (단, 교차는 일어나지 않는다.)

(2) 이 곤충의 몸 색깔과 날개 모양의 유전자가 같은 염색체 상에 있다고 가정하자. 교차는 **<그림 2>**와 같은 방식으로 일어나며, 이러한 현상이 일어날 확률을 p라 하자. F_2 세대에 회색 몸과 정상 날개, 회색 몸과 흔적 날개, 검은색 몸과 정상 날개, 검은색 몸과 흔적 날개를 가진 네 가지 개체들이 2:1:1:2의 비율로 나올 때, 확률 p를 구하시오.

문제 2-B 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (30점)

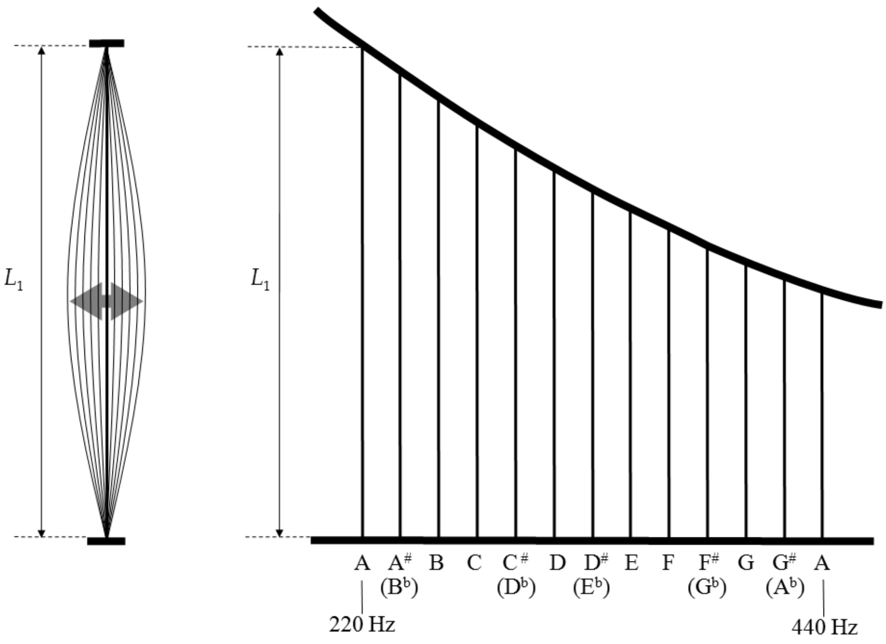
(가) 일반적으로 파동의 파장은 마루에서 마루, 또는 골에서 골까지의 거리를 나타낸다. 파장은 보통 λ로 표시하고 단위로는 m(미터)를 사용한다. 파동의 진동수는 1초 동안 진동하는 횟수를 나타내며 보통 f로 표시하고 단위로는 Hz(헤르쯔)를 사용한다. 파동의 속력 v는 파장과 진동수의 곱($v=\lambda\times f$)이다. 파동의 속력은 매질의 성질에 의해서 결정된다. 따라서 동일한 매질에서 파동의 파장과 진동수는 반비례 관계이다.

(나) 동일한 매질에서 같은 진폭, 진동수, 파장을 가지면서 서로 반대방향으로 진행하는 파동이 서로 중첩되면 진동하는 부분과 진동하지 않는 부분이 생기는 때가 있다. 이때 만들어진 합성파는 어느 방향으로도 진행하지 않는 것처럼 보이는데 이러한 파동을 정상파라고 한다. 하프나 기타와 같이 양 끝이 고정된 현악기의 줄을 손으로 튕기면 특정한 진동수의 정상파가 만들어진다. **<그림 3>**의 왼쪽 그림은 기본진동 정상파를 보여주고 있다.

(다) 음높이는 음파의 진동수와 관련된다. 진동수가 크면 높은 음이 나므로 현악기에서 진동이 빠르게 일어나도록 하면 높은 음이 난다. 낮은 A음의 진동수는 220 Hz 이고, 이보다 한 옥타브 높은 A음의 진동수는 440 Hz, 두 옥타브 높은 A음의 진동수는 880 Hz 이다.

[출처 : 물리 Ⅰ「정보와 통신」]

한 옥타브의 음계를 갖는 하프 모양의 현악기를 **<그림 3>**의 오른쪽 그림과 같이 만든다. 한 종류의 줄을 사용하고 각 줄의 장력이 동일할 때 모든 줄에서 파동의 속력은 일정하므로, 줄에서 형성되는 기본진동 정상파의 진동수는 줄의 길이에 의해 결정된다. 이때 파동의 속력은 330 m/s 이다. 이 현악기에서 1번째 줄의 기본진동은 낮은 A음(220 Hz)에 해당한다. 한 옥타브의 음계를 만들 때, 온음 차이는 2단계로, 반음 차이는 1단계로 하여 총 12단계로 줄의 길이를 일정한 비율로 변화시킨다.



<그림 3>

다음 문항에 답하시오. (단, 기본진동만 고려한다.)

(1) 이 현악기의 1번째 줄의 길이(L_1)를 구하시오.

(2) 왼쪽에서부터 n번째 줄의 길이 L_n과 1번째 줄의 길이 L_1의 비율 $\frac{L_n}{L_1}$을 n에 대한 식으로 표현하시오.

(3) C음에 해당하는 4번째 줄이 길이는 변하지 않고 장력만 줄어들어 낮은 A음이 발생하였다. 이때 4번째 줄에서의 파동의 속력을 구하시오.

<끝>