

<p>(1) $S(x) = \frac{20}{x} + \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$ [문제 1-A]</p> $S(x) = \begin{cases} \frac{20}{x} + \frac{3x^2}{2} = \frac{3x^2+20}{x} & (x \leq 2) \\ \frac{20}{x} + \frac{2 + \int_2^x 3t^2 dt}{x} = \frac{x^3+24}{x} & (x > 2) \end{cases}$ <p>(2)</p> <p>i) $0 < x \leq 2$</p> <p>$S(\frac{2}{3}) = 16$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(2+h) - S(2)}{h} = -2$</p> <p>$S'(x) = \frac{3x^2 - 20}{x^2}$ $S'(2) = -2$</p> <p>$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(2+h) - S(2)}{h} = S'(2-0) = -2$</p> <p>ii) $x > 2$</p> <p>$S(\frac{2}{3}) = 16$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(2+h) - S(2)}{h} = -2$</p> <p>$S'(x) = \frac{2x^3 - 24}{x^2}$ $S'(2) = -2$</p> <p>$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(2+h) - S(2)}{h} = S'(2+0) = -2$</p> <p>$\therefore S'(2-0) = S'(2+0) = -2$, $S(2) = 16$ $S(2) = 16$</p> <p>따라서 $S(x)$는 $x=2$에서 미분 가능하다.</p> <p>(3) 경제수명은 총 연평균 총비용을 최소화하는 것이므로 총 연평균 총비용의 최솟값을 나타내는 x 값이 경제수명이다.</p> <p>$S(x)$가 $0 < x \leq 2$ 일 때 $S'(x) < 0$ $S'(x) < 0$</p> <p>$S(x)$가 $x > 2$ 일 때 $S'(x) = \frac{2x^3 - 24}{x^2}$</p> <p>$x = \sqrt[3]{12}$에서 $S'(\sqrt[3]{12}) = 0$, $x = \sqrt[3]{12}$에서 $S(x)$가 최솟값을 나타낸다. 따라서 경제수명은 $\sqrt[3]{12}$년</p>	<p>[문제 1-B]</p> <p>(1) $f(x) = \int_2^x \sqrt{3+t^2} dt$</p> <p>$g(x) = f^{-1}(x)$, $g(0) = f^{-1}(0) = t = -2$</p> <p>$f(t) = 0 \rightarrow t = -2$</p> <p>$g'(0) = f^{-1}'(0) = \frac{1}{f'(y)}$ $g'(x) = f^{-1}'(x) = \frac{1}{f'(y)}$</p> <p>따라서 $g'(0) = f^{-1}'(0) = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{\sqrt{7}}$</p> <p>$f'(x) = \sqrt{3+x^2}$, $f'(2) = \sqrt{7}$</p> <p>(2) $v = \frac{dt}{ds} = s^2 - 1$ ($2 \leq s \leq 3$)</p> <p>$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{s^2 - 1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{s-1} - \frac{1}{s+1} \right)$</p> <p>$t = \frac{1}{2} (\ln s-1 - \ln s+1) + C$</p> <p>$t=0$일 때 $s=2 \rightarrow 0 = \frac{1}{2} (\ln 1 - \ln 3) + C \therefore C = \frac{1}{2} \ln 3$</p> <p>$t=2$일 때 $s=3 \rightarrow x = \frac{1}{2} (\ln 2 - \ln 4) + \frac{1}{2} \ln 3$</p> <p>$= -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 3 = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$</p> <p>$\therefore T = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$</p>
--	---

제시문을 이용하여 연평균 총비용 함수와 경제수명을 정확하게 구하였으나, 그 과정을 논리적으로 설명하는 표현력이 다소 부족하다.

역함수의 개념을 잘 이해하고 있으며, 이를 물체의 운동에 관한 문제에 적절히 적용하여 주어진 문제를 잘 해결하였다.

<p>1-A.</p>	<p>f=g</p>
<p>1) 사용치한 $x > 2$.</p>	<p>1-B.</p>
<p>$S(x) = T(x) + h(x)$ 라 하자 ($T(x) = \int_0^x t^2 dt$, $h(x) = \int_2^x t dt$)</p>	<p>$f \cdot g = 1$ 이면 $(f \cdot g)'(x) = 0$ 이라 다음에 f와 g는 상수라 하면 $f(g(x)) = g'(x) = 1$.</p>
<p>$T(x) = \int_0^x t^2 dt + \int_2^x t^2 dt = [t^3]_0^x + [t^3]_2^x = x^3 - 8 + 2 = x^3 - 6$</p>	<p>$g(x) = \frac{1}{f(x)}$ 이면 $f(x) = b$, $g(b) = a$ 이므로</p>
<p>$h(x) = \frac{x^2}{2}$ 따라서 $S(x) = x^3 - 6 + \frac{x^2}{2}$</p>	<p>$x=2$ 이면 $f(2) = 0$ 이므로 $g(0) = 2$ 이다.</p>
<p>2) 사용치한 $x < 2$</p>	<p>따라서 $g'(0) = \frac{1}{f'(2)}$.</p>
<p>$T(x) = \int_0^x t^2 dt = [t^3]_0^x = \frac{3x^3}{2}$ $h(x) = \frac{x^2}{2}$ 이므로</p>	<p>$f(x) = \int_2^x \sqrt{3t^2} dt = (\sqrt{3}t = A(x), \frac{1}{\sqrt{3}} A(x) = B(x))$</p>
<p>$S(x) = \frac{3x^3}{2} + \frac{x^2}{2}$</p>	<p>$= B(x) - B(2)$</p>
<p>$x=2$에서 미분가능성을 따지기 위해 좌변과 우변-1을</p>	<p>$f'(x) = A(x) = \sqrt{3}x^2$, $f'(2) = \sqrt{12}$</p>
<p>i) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(2+h) - S(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 4h + 4 + \frac{3(2+h)^3}{2} - 16}{h}$</p>	<p>따라서 $g'(0) = \frac{1}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$</p>
<p>$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 4h + 4 + \frac{3(8 + 12h + 6h^2 + h^3)}{2} - 16}{h}$</p>	<p>$v = \frac{ds}{dt} = s^{-1}$ 이면 $s^{-1} = 4t$ 이면 $\frac{ds}{s} = 4t dt = 1 \dots \textcircled{1}$</p>
<p>$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 4h + 4 + 12 + 18h + 9h^2 + \frac{3h^3}{2} - 16}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 4h + 4 + 12 + 18h + 9h^2 + \frac{3h^3}{2} - 16}{h}$</p>	<p>$\textcircled{1}$의 양변을 t에 대해 적분.</p>
<p>$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 4h + 4 + 12 + 18h + 9h^2 + \frac{3h^3}{2} - 16}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 4h + 4 + 12 + 18h + 9h^2 + \frac{3h^3}{2} - 16}{h} = -2$</p>	<p>$\int \frac{1}{s-1} ds = \int dt$</p>
<p>ii) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(2+h) - S(2)}{h} = \frac{2h + 4 + \frac{3(2+h)^3}{2} - 16}{h} = 3 + 10 \frac{h^2}{h} = 3$</p>	<p>$\int \frac{1}{s-1} ds = \int dt$</p>
<p>$= -2$</p>	<p>$\frac{1}{2} [\ln(s-1) - \ln(s+1)] = t + C$</p>
<p>따라서 $x=2$에서 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(2+h) - S(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(2+h) - S(2)}{h} = -2$ 이므로 미분가능하다.</p>	<p>$t=0$ 이면 $s=2$ 이므로 $C = -\frac{1}{2} \ln 3$</p>
<p>(0과 4와 0은 포지티브 +0으로 정확 정정함이다.)</p>	<p>$\frac{1}{2} \ln(s-1) - \frac{1}{2} \ln(s+1) = t - \frac{1}{2} \ln 3$</p>
<p>$x < 2$ 일때 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 - 20}{x^2} = 1 - \frac{20}{x^2}$ $x = \sqrt{20}$ 이면 $x = \sqrt{20}$</p>	<p>$s=3$ 이면 $\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 4 = t - \frac{1}{2} \ln 3$</p>
<p>$\sqrt{20} > \sqrt{16} = 4$ 이므로 $x > 4$이다.</p>	<p>$t = \frac{1}{2} (\ln 2 - \ln 4 + \ln 3) = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$</p>
<p>$x > 2$ 일때 정제수명 $S(x) = \left(\frac{x^2 + 24}{x^2}\right) = \frac{x^2 - 24}{x^2} = 1 - \frac{24}{x^2}$ 이고 $x = \sqrt{24}$</p>	<p>따라서 $T = \frac{1}{2} \ln 3$를 얻는다.</p>
<p>이때 $\sqrt{24} < \sqrt{16} = 4$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 에 의해</p>	
<p>정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$</p>	
<p>정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$</p>	
<p>정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$</p>	
<p>정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$</p>	
<p>정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$ 이므로 정제수명 $S(x) = \frac{x^2 + 24}{x^2}$</p>	

제시문을 이용하여 연평균 총비용함수와 경제수명을 구하는 과정을 잘 이해하고 있으며, 또한 그 과정을 논리적으로 잘 설명하고 있다. 그러나 경제수명을 구하는 마지막 단계에서 오류를 범하였다.

역함수의 도함수를 구하는 근거와 역함수의 개념을 물체의 운동에 관한 문제에 적용하는 과정을 정확하게 설명하였다.

문제 2-A

(1) 이진수는 각자리가 0 또는 1 두개로 표현되지만, 염기는 4가지 이므로 하나의 염기를 표현하려면 두자리가 필요하므로 2바이트의 공간이 필요하다. DNA 한사닥이 4×10^9 개의 염기로 이루어져 있으므로 총 8×10^9 비트의 저장공간이 즉, 10^9 바이트의 저장공간이 필요하다.

(2) 염기 4가지의 배열로 20가지의 아미노산을 표현하기 위해서는 $4^2=16$, $4^3=64$ 이므로 최대한 염기 3개는 있어야함을 안다. 또한 아미노산 307개로 이루어진 단백질의 아미노산 연결 순서를 기록하려면 아미노산 1개당 염기 3개를 부여해야 하므로 최대한 3×307 개의 염기가 필요하다.

문제 2-B

계산식을 간단히 표현하려면,

$$\frac{d[R]}{dt} = \frac{[X]}{a[X]+b} - c[R]$$

가 DNA에 결합하여 R을 합성하는 속도 R이 분해되는 속도

$$\frac{d[X]}{dt} = p[R] - g[X]$$

R로부터 X가 생성되는 속도 X가 분해되는 속도 이다.

(1) $[R]$ 과 $[X]$ 의 시간변화율이 동시에 0이라는 것을 얻었으므로 $[X]$ 를 구하자.

$$\begin{cases} \frac{[X]}{a[X]+b} = c[R] & \text{①} \\ p[R] = g[X] & \text{②} \end{cases}$$

②에서 $[R] = \frac{g}{p}[X]$ 이므로

$$\frac{[X]}{a[X]+b} = \frac{cg}{p}[X]$$

$$\frac{p}{cg} = a[X]+b \quad \therefore [X] = \left(\frac{p}{cg} - b\right) \frac{1}{a} = \frac{p}{acg} - \frac{b}{a} \text{ 이다.}$$

(2) $[R] = \frac{[X]}{c(a[X]+b)}$ 이므로

$$f([X]) = p[R] = \frac{p[X]}{c(a[X]+b)} \quad \dots \text{항상적으로}$$

$$g([X]) = g[X] \quad \dots \text{분해속도}$$

우선 $f([X])$ 를 그래프로 나타내자면..

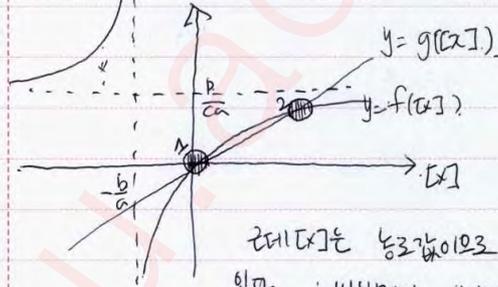
$a[X]+b \neq 0$ 이므로

$[X] \neq -\frac{b}{a}$ 이다. 이어의 양쪽의 극한을 따지면

$$\lim_{[X] \rightarrow -\frac{b}{a}^+} f([X]) = -\infty \quad \lim_{[X] \rightarrow -\frac{b}{a}^-} f([X]) = +\infty$$

이런 정의역 양쪽의 극한을 살펴보면

$$\lim_{[X] \rightarrow 0} f([X]) = \frac{p}{ca} \quad \lim_{[X] \rightarrow \infty} f([X]) = \frac{p}{ca} \text{ 임을 알 수 있다.}$$



즉 $[X]$ 는 농도값이므로 양도음분양수
임과, \therefore 사분면은 반분하자.

(3) $[X]$ 의 시간변화율이 즉 $f([X]) - g([X])$ 가 0일 때의 이상태를 정상상태라 한다. 위 그래프의 두 점에 해당하는 농도이다. 점중에서 가장 가까운 1번점에서는 점점 큰값으로 접근하게 되겠고 2번점에서는 점점 더 작은값에 접근하게 될 것임이다. (이때이면 2쪽의 $g([X])$, $f([X])$ 값의 대조 방법에서)

-2-A 주어진 문제에 대하여 적절한 해답을 논리정연하게 잘 서술하였다.

-2-B 문제에서 주어진 방정식을 연립하여 해를 구하였으나, $[X]$ 가 0보다 큰 해를 가지려면 $p > bcq$ 의 조건이 만족되어야 한다는 사실을 간과하였다. 극한을 이용하여 그래프는 잘 그렸으나 (3)번 문항에서 농도값이 어떤 값으로 수렴하는지 밝히지 못했다.

2-A
 (1) 나자리를 이진수로 표현 하려면 최소의 방법은
 나자리를 각각 00, 01, 10, 11 으로 표현하는 것이다.
 따라서 1개의 염기를 쓸때 2개의 숫자가 필요하므로
 4×10^9 개를 쓸때는 ~~2x4x10^9~~ $2 \times 4 \times 10^9$ 개의 숫자. 알하자면
 8×10^9 ~~비트가 필요하네~~ 8비트가 필요하네 1바이트만 바이트로 환산
 하면 10^9 바이트가 된다.

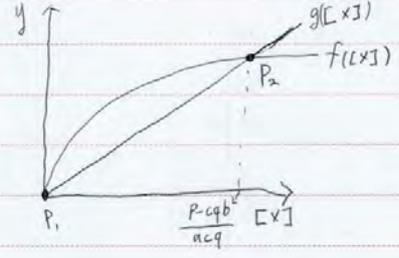
(2) 염기 1개로는 수자녀 정보를 표현할 수 있고
 염기 2개로는 4가지 x 4가지. 즉 16가지 정보를 표현할 수 있다.
 20가지 이상을 표현해야하므로 식으로 쓰려면 $4^n \geq 20$ 인데
 20가지부터 20개 이상을 표현하므로 최소의 n은 3이다.
 그리고 순서를 기록하려면 적어도 30가지 이상을 표현해야 되므로
 $4^4 \times 4^4 \times 4^4 = 256 \times 300$ 이므로 4^5 일며. 즉 염기 5개 있을 때부터
 염기 5개 기록할 수 있다.

2-B
 (1) $[X]$ 과 $[R]$ 의 순환변환율이 0이 되면
 $\frac{[X]}{a[X]+b} = c[R]$, $p[R] = g[X]$ 이다.
 ~~$[R] = \frac{g[X]}{p}$ 이므로 첫번째 식에 대입하면~~
 $\frac{[X]}{a[X]+b} = c \times \frac{g[X]}{p}$ 이다. ~~항상과 분해가 균형을 이루는 것은~~
 ~~$[X]$ 은 0이 아니라는 것 때문에~~ $[X]$ 는 나누수 있다. 하면
~~이므로~~ 나누게 되면 $\frac{1}{a[X]+b} = \frac{c \times g}{p}$ 이고
 정리하면 $a[X]+b = \frac{p}{c \times g}$ *
 $a[X] = \frac{p}{c \times g} - b$
 $\therefore [X] = \frac{\frac{p}{c \times g} - b}{a}$ 가 된다.
 알일 나누수 없으면 ~~0이므로 $[X]=0$ 이 된다.~~
 $[X]=0$ 이라는 뜻인데 항상과 분해가 균형을 이루어야 하므로
 안 될수 없다 하였다.

(2)

(3) $[X]$ 가 $\frac{p}{acg} - \frac{b}{a}$ 보다 조금 크다면 분해속도가 조금 더 크기때문에
~~항상과 분해가 균형을 이루는 것은~~
 ~~$[X]$ 가 $\frac{p}{acg} - \frac{b}{a}$ 보다 조금 작다면~~
 $[X]$ 가 줄어들다가 $\frac{p}{acg} - \frac{b}{a}$ 보다 작아지면 생성속도가 크므로
 ~~$[X]$ 가 다시 증가해서 결국은 동적평형을 이루어~~
 $\frac{p}{acg} - \frac{b}{a}$ 로 수렴할 것이다.

- 2-A 전반적으로 논리적이고 정돈되게 기술하였으나 마지막에 DNA를 기술하기 위해 필요한 염기의 수에 대하여 오답을 얻었다.
- 2-B (1)에서는 $[X]$ 가 양의 해를 갖기 위해 필요한 조건을 간과하였으나, (2)와 (3)에서는 올바른 그래프와 안정적인 정상상태가 된다는 결론을 올바르게 잘 기술하였다. 단 (3)에서 $[X]=0$ 인 경우에 대한 기술이 빠진 것은 감점요인이다.

<p>문제 2-A</p> <p>(1) DNA는 4가지의 염기가 있으므로 각각의 염기를 $00, 01, 10, 11$로 표현 할수있다. 그러므로 4개의 염기를 저장하기 위해서는 8비트 (1바이트)가 필요하다. 4×10^9개의 염기로 이루어진 DNA의 염기들의 순서를 기록 하려면 $\frac{4 \times 10^9}{4} \times 1$ 바이트 즉 10^9 바이트가 필요하다.</p> <p>(2) 염기를 2개씩 묶는다면 얻을수 있는 가짓수는 $4 \times 4 = 16$개 이고 염기를 3개씩 묶는다면 $4 \times 4 \times 4 = 64$ 개가 나온다 따라서 n의 치솟값은 3이 된다. 아마 300개 한개의 아미노산에 대응하는 염기 묶은 염기가 최소 3개 이상 이므로 DNA는 최소 $3 \times 300 = 900$ 개의 염기로 이루어져 있어야 한다</p>	 <p>(3) 우선 $[X]$가 P_1에서의 $[X]$값과 같고 $[X]$가 P_2에서 $[X]$값과 같아질 때 $[X]$가 점점 증가하게 된다. 그후 $[X]$가 P_2점의 값과 일치하게 되면 정상상태가 된다. 평균 $[X] = \frac{P - cqb}{acq}$ 가 된다. 그러고 $[X]$가 P_2에서의 $[X]$값보다 조금 작아질때도 위와 마찬가지로 평균 $[X] = \frac{P - cqb}{acq}$ 가 된다. 마지막으로 $[X]$가 P_2에서의 $[X]$값보다 조금 클때는 분배속도가 항상속도보다 커서 $[X]$이 점점 감소하여 정상상태인 P_2 점에 도달하게 된다. 즉 $[X]$는 항상적으로 $\frac{P - cqb}{acq}$ 값에 접근한다.</p>
<p>문제 2-B</p> <p>(1) $[R]$과 $[X]$의 순간변화율이 0 인 경우 $P[R] = q[X]$ 이고 $\frac{[X]}{a[X]+b} = c[R]$ 이므로 $\frac{[X]}{ac[X]+b} = \frac{cq}{P}[X] \rightarrow \frac{P}{cq} = a[X]+b$ 즉 $[X] = \frac{P - cqb}{acq}$ 즉 $[X] = \frac{P - cqb}{acq}$, $[X] = 0$ 이다.</p> <p>(2) $[R] = \frac{[X]}{c(a[X]+b)}$ 인데 $f([X]) = \frac{P[X]}{c(a[X]+b)}$ 이고 $g([X]) = q[X]$ 이므로 이 둘 2개프로 그려보면 이때 $f'([X]) > 0$ 이고 $f''([X]) < 0$ 이므로 이 둘 그래프로 나타내면. (1)에서 구한 점은 각각 P_1, P_2 라고 하자 P_1은 $[X]=0$, P_2는 $[X] = \frac{P - cqb}{acq}$</p>	

- 2-A 적절한 해답을 잘 서술하였으나 정돈되지 못한 답안은 감점요인이 될 수 있다.
- 2-B (1)에서는 $[X]$ 가 양의 해를 갖기 위해 필요한 조건을 간과하였으나, (2)에서는 미분을 이용하여 그래프의 전반적인 추세를 얻는데 성공하였다. (3)에서는 (1)에서 구한 양의 해로 수렴하여 안정적인 정상상태가 된다는 것을 적절하게 잘 서술하였다.