2012학년도 숭실대학교 모의 논술고사

모의 논술고사 해설

(자연계)

자연계 문제 1 채점기준

■ 출제 의도

본 문제는 제시문에 주어진 지식 및 개념과 상황을 이해하여 논제를 해결하는 능력을 평가하는 데 목적이 있다. 자료의 이해 및 분석 능력, 함수의 극값에 대한 이해 능력, 수식을 통한 자료 분석 및 해석 능력을 평가하고자 한다. 제시문에서 설명한 개념을 정확히 이해하고 주어진 상황을 수리적인 모델로 분석하는 능력, 그래프 도해 능력, 최적값 조건을 활용한 수식의 정확한 계산 능력 등을 종합하여 논제를 해결할 수 있다.

■ 채점 기준

- 자료 해석력 및 창의적 논증력을 기준으로 평가요소들의 포함 여부로 결정
- 전체 글 구성 능력 평가 : 글의 논리성, 서술 능력 등을 종합적으로 판단하여 채점
  - 가점 요인: 글의 논리성, 정확한 근거의 논리적 제시, 서술 능력 등을 종합적으로 판단하여 점수를 결정
  - 감점 요인: 비문, 비논리적 전개, 기본 글쓰기 불량(띄어쓰기, 맞춤법 불량 등), 불완전한 수식의 표현 등

■ 예시 답안

(1) $f'(x)=1-\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{6}{x^3}$ 이므로 $(2,\, f(2))$에서 접선의 기울기는 $f'(2)=1-\dfrac{2}{2^2}+\dfrac{6}{2^3}=\dfrac{5}{4}$ 이다.

(2) $f'(x)=3(x^2-a)$ 이다.

i) $a\le 0$ 인 경우: $f'(x)\ge 0$ 이므로 $f(x)$는 극값을 가지지 않는다.

ii) $a>0$ 인 경우: $f'(x)=3(x-\sqrt{a})(x+\sqrt{a})=0$ 은 두 실근 $x=\pm\sqrt{a}$ 를 갖는다.

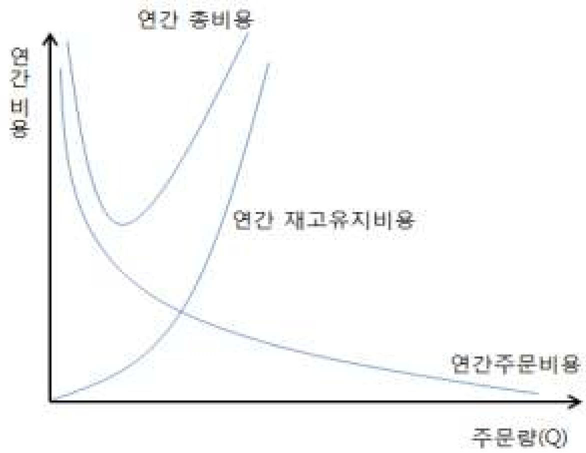
$x=\pm\sqrt{a}$ 의 전후에서 $f'(x)$의 부호를 조사하면 다음을 알 수 있다.

극댓값은 $f(-\sqrt{a})=2a\sqrt{a}+b=36$ .... ①

극솟값은 $f(\sqrt{a})=-2a\sqrt{a}+b=4$ .... ②

①, ②에서 $a=4,\, b=20$ 이다.

(3) 연간주문비용=$\dfrac{D}{Q}\times S$ 이고 연간재고유지비용=$\left(\dfrac{Q}{2}\right)^2\times H$ 이므로, 이 두 곡선의 그래프를 도해하면 아래 그림과 같다. 연간 총비용 곡선의 그래프는 이 두 비용 곡선의 합으로 나타낼 수 있다.



(4) 총비용$(TC)=\dfrac{D}{Q}S+\dfrac{Q^2}{4}H$ 이고 $TC'=\dfrac{-DS}{Q^2}+\dfrac{QH}{2}=0$이므로, $Q^*=\sqrt[3]{\dfrac{2DS}{H}}$ 이다.

주어진 조건에서 제시된 값을 대입하면 $Q^*=\sqrt[3]{\dfrac{2\times 15000\times 320000}{1200}}=200$ 이며, 이 때

총비용 $TC^*=\dfrac{15000}{200}\times 320000+\dfrac{(200)^2}{4}\times 1200=$ 36,000,000 이다.

(5) 연간 총 주문횟수는 $\dfrac{D}{Q^*}=\dfrac{15000}{200}=75$ 이다. 일 년에 75번 주문하는 것이 최적이므로 $\dfrac{365}{75}$일, 즉 5일 마다 주문해야 한다(소수 첫째 자리에서 반올림). 따라서 다음 재고 보충 시점은 1월 1일로부터 5일 후인 1월 6일이 된다. 조달기간 2일을 감안하면 1월 4일에 주문해야 한다.

<모범답안1>

2012학년도 숭실대학교 모의 논술고사 답안지(자연계)

고등학교명		학년-반-번호	- -	성 명	

<문제1>

(1) $f(x)$를 미분하면

$f'(x) = 1 - 2x^{-2} + 6x^{-3}$ 이고 여기에 $x=2$를 대입하면

$f(2) = 1 - 2 \cdot \frac{1}{4} + 6 \cdot \frac{1}{8}$

$= \frac{5}{4}$ 이다

제시문 (가)에서 $x=a$ 에서의 미분계수가 $(a, f(a))$에서의 접선의 기울기와 같다 주어졌으므로 $\frac{5}{4}$가 $x=2$ 에서의 접선의 기울기 이다.

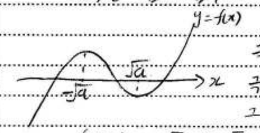
(2) 제시문 (가)에서 $f'(a)=0$ 일 때 $x=a$의 전후에서 $f'(x)$의 부호에 따라 극댓값 혹은 극솟값을 가진다 주어졌으므로

$f'(x) = 3x^2 - 3a = 0$

$3x^2 = 3a$

$x = \pm\sqrt{a}$ 일 때 극값을 가진다.

$f(x)$는 삼차함수이므로 a가 양수라 가정하면



왼쪽과 같이 $\sqrt{a}$ 일때 극솟값을 갖고 $-\sqrt{a}$ 에서 극댓값을 가진다.

그러므로

$f(\sqrt{a}) = a\sqrt{a} - 3a\sqrt{a} + b = 4$

$f(-\sqrt{a}) = -a\sqrt{a} + 3a\sqrt{a} + b = 36$ 이 두 식을 연립하면

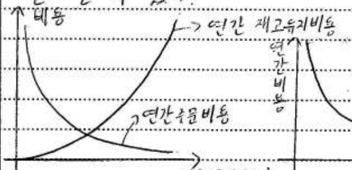
$\boxed{a=4,\ b=20}$ 이다

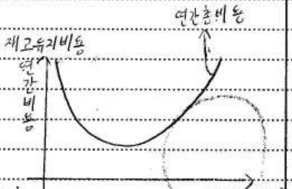
(3) 제시문 (다)에서 주어진 자료를 사용하여

'연간 총비용' = '연간주문비용' + '연간 재고유지비용'

$f(Q) = \frac{DS}{Q} + \frac{Q^2H}{4}$

을 알 수 있다.





(4) 3번에서 $f(Q) = \frac{DS}{Q} + \frac{Q^2H}{4}$ 이었으므로

$f(Q)$의 최솟값은 극솟값을 가질 때 이므로 미분하여 $f'(Q)=0$ 인 Q 값이 '경제적 주문량'(Q^*) 이다.

$f'(Q) = -\frac{DS}{Q^2} + \frac{2QH}{4} = 0$

$-DS + \frac{Q^3H}{2} = 0$

$Q^3 = \frac{2DS}{H}$ $\therefore Q^* = \sqrt[3]{\frac{2DS}{H}}$

문제에서의 · 연간 수요량$(D) = 15 \times 10^3$

· 1회 주문비용$(S) = 32 \times 10^4$

· 재고유지비용$(H) = 12 \times 10^2$ 을

$Q = \sqrt[3]{\frac{2DS}{H}}$ 에 대입하면

$Q^* = \sqrt[3]{\frac{2 \times 15 \times 10^3 \times 32 \times 10^4}{12 \times 10^2}} = \sqrt[3]{5 \times 16 \times 10^5}$

$= \sqrt[3]{2^3 \times 10^6}$

$= 2 \times 10^2$

$Q^* = 200$ 이다.

이 값(Q^*)을 $f(Q)$에 대입하면

$f(Q) = \frac{15 \times 32 \times 10^7}{2 \times 10^2} + \frac{(2 \times 10^2)^2 \cdot 12 \times 10^2}{4}$

$= (15 \times 16 + 120)10^5$

연간 총비용 $= 360 \times 10^5$을 구할 수 있다.

(5) 연간 주문횟수는 연간 수요량을 1회 주문량으로 나누어 알 수있다.

연간주문횟수 $= \frac{15 \times 10^3}{2 \times 10^2} = 75$

즉 1년간 75번의 주문을 한다는 것은 1년에 75번 재고가 없어진다는 것이다

$75/365 = 4.86 \approx 5$

약 5일 마다 재고가 없기 때문에 1월 1일로부터 5일후 1월 6일 재고가 없어진다. 그러므로 주문은 'A 기업'에 실제 물품이 도달하는 시간 '2일' 까지 고려하여 5일후인 1월 4일 주문하여야 한다.

<모범답안2>

2012학년도 숭실대학교 모의 논술고사 답안지(자연계)

고등학교명		학년-반-번호	- -	성 명	

<문제1>

(1) "$f(x) = x + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}$"

$f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2} + \frac{6}{x^3}$

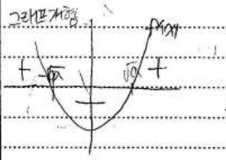
"$f'(a)$는 $(a, f(a))$에서의 접선의 기울기와 같으므로

$f'(2) = 1 - \frac{2}{4} + \frac{6}{8} = 1 - \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \boxed{\frac{5}{4}}$

(2) "$f(x) = x^3 - 3ax + b$"

$f'(x) = 3x^2 - 3a = 3(x-\sqrt{a})(x+\sqrt{a})$ (극대 극소 존재 $a>0$)

그래프개형



$x = -\sqrt{a}$에서 $f'(x)$ 부호가 양에서 음으로 변하므로 극댓값을 갖는다

$f(-\sqrt{a}) = -a\sqrt{a} + 3a\sqrt{a} + b = 36$

$= 2a\sqrt{a} + b = 36$ ①

$x = \sqrt{a}$에서 $f'(x)$ 부호가 음에서 양으로 변하므로 극솟값을 갖는다

$f(\sqrt{a}) = -2a\sqrt{a} + b = 4$ ②

①②를 연립하면 $2b = 40$ $b = 20$

$-2a\sqrt{a} = -16$ $a\sqrt{a} = 8$

$a = 4$

$\boxed{a = 4, b = 20}$

(3) $f(Q)$ = 연간비용 = 연간주문비용 + 연간재고유지비용

$= \frac{H}{4}Q^2 + \frac{DS}{Q}$

① $f'(Q) = \frac{1}{2}HQ - \frac{DS}{Q^2} = \frac{1}{Q^2}(\frac{1}{2}HQ^3 - DS)$

$f'(Q) = 0$에서 $Q = \sqrt[3]{\frac{2}{H} \times DS}$

$Q = \sqrt[3]{\frac{2DS}{H}}$의 좌변에서 $f'(Q) < 0$

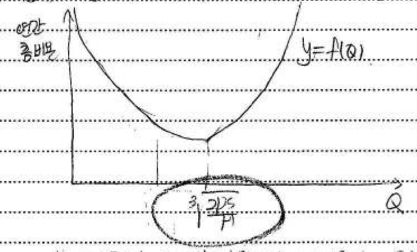
$f'(Q) > 0$

따라서 $Q = \sqrt[3]{\frac{2DS}{H}}$에서 극솟값을 갖는다

② 또 Q가 0로 작아질때 $\frac{DS}{Q}$는 커지고

Q가 ∞로 많아질때 $(\frac{Q}{2})^2$차시는 커진다

①, ② 를 고려하여 연간총비용 곡선의 그래프를 그려보면



그래프개형의 증가 감소만을 생각하기때문에 모양은 생각하지 않는다

(4) 연간 수요량 $(D) = 15000$ 단위당재고유지비용상수$(H) = 1,200$

1회 주문비용 $(S) = 320,000$

따라서 연간비용 $= f(Q) = \frac{1200}{4}Q^2 + \frac{15000 \times 320000}{Q}$

연간총비용이 최소인 1회주문량은 (3)에서 그린 연간총비용곡선의 그래프의 극솟값이다

$\therefore Q^* = \sqrt[3]{\frac{2DS}{H}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 15000 \times 320000}{1200}}$

$= \sqrt[3]{\frac{15000 \times 3200}{6}} = \sqrt[3]{8000000}$

$= \boxed{200}$

이때 연간총비용 $= f(Q^*) = \frac{1200}{4} \times 40000 + \frac{15000 \times 320000}{200}$

$= 12000000 + 24000000$

$= \boxed{36000000}$

(5) 연간수요량 = 1회 주문량 × 횟수(x)

$15000 = 200x$ $\therefore x = 75$

1년에 75번 주문한다

$\therefore$ 그 주기는 $\frac{365}{75} \fallingdotseq 5$

5일마다 1회주문량을 다소비한다

따라서 1월1일에 도착하면 전부 소모하는 1월 6일의 2일전인 $\boxed{1월 4일}$에 주문해야 한다.

자연계 문제 2 채점기준

■ 출제 의도

과학적인 내용을 담고 있는 제시문을 통하여 자연 현상에 대한 기초 지식의 이해력 및 주어진 조건에 맞는 결과를 찾아낼 수 있는 과학적 사고 능력을 평가하는 데 목적이 있다. 제시문에서 주어진 파동의 성질에 관한 지식을 이용하여 최근에 이슈가 된 일본지진과 관련된 지진해일, 지진파 등의 성질을 해석하는 문제이다.

■ 채점 기준

- 자료 해석력 및 창의적 논증력을 기준으로 평가요소들의 포함 여부로 결정
- 전체 글 구성 능력 평가 : 글의 논리성, 서술 능력 등을 종합적으로 판단하여 채점
  - 가점 요인: 글의 논리성, 정확한 근거의 논리적 제시, 서술 능력 등을 종합적으로 판단하여 점수를 결정
  - 감점 요인: 비문, 비논리적 전개, 기본 글쓰기 불량(띄어쓰기, 맞춤법 불량 등), 불완전한 수식의 표현 등

■ 예시 답안

(1) 해안가로 다가올수록 수심이 낮아지므로, 해일의 속력(v)이 작아진다. 이는 일종의 굴절 현상으로 파장은 짧아지나 진동수(f)에는 변함이 없다. 제시문에서 언급되듯이, 해일이 단위시간에 전달하는 에너지의 양(P)에는 변화가 없으므로, v가 작아지는 상황에서 P가 일정하기 위해서는 해일의 파고에 해당되는 진폭(A)이 커져야 한다. 이러한 원리로 해안가로 다가올수록 해일의 파고가 높아진다.

(2) 태평양의 평균 수심이 $4km$이므로 천해파의 속력에 관한 식 $v=\sqrt{gh}$을 이용하여 쓰나미의 속력을 구할 수 있다. $v=\sqrt{4000\mathrm{m}\times 10\mathrm{m/s}^2}=200\mathrm{m/s}=720\mathrm{km/h}$이다. 거리가 $6000km/h$이므로, 걸린 시간 t는 $6000/720=8.333...\fallingdotseq 8.3$시간이 된다.

(3) <그림 4>로부터 지각에서 P파의 속력은 $8km/s$이고 S파의 속력은 $4km/s$임을 대략적으로 알 수 있다. 진앙으로부터의 거리를 d라고 하면, P파가 전달되는 시간은 $d/8$, S파가 전달되는 시간은 $d/4$이다. 따라서 P파와 S파가 도달하는 시간의 차, $d/4-d/8=10$이 되고, 이를 계산하면 d는 $80km$가 된다.

(4) 제시문 (나)에 의하면, 파동은 그 속도가 느려지는 매질로 입사될 때 경계면에서 멀어지는 방향으로 꺾이면서 굴절된다. 이는 굴절을 할 때 속도가 느려지는 매질의 방향으로 꺾여 진행함과 동일하다. 낮에는 지표 가까이에 분포한 공기층의 온도가 높아 음파의 속력이 상대적으로 빨라진다. 이 상황에서 지표면 근처에서 발생한 음파는 속력이 상대적으로 느린 지표면에서 먼 쪽, 즉 위쪽으로 굴절해 나아간다. 반면, 밤에는 지표 가까이에 분포한 공기층의 온도가 낮아져 음파의 속력이 상대적으로 느려진다. 따라서 밤에는 음파가 지면 쪽으로 굴절되어 나아간다. 제시된 속담과 관련시키면, 낮에는 음파가 새들이 날아다니는 공중 쪽으로 굴절되어 전파되고, 밤에는 쥐들이 활동하는 지면 쪽으로 굴절되어 전파한다. 굴절되는 쪽에서 서식하는 동물들이 잘 듣는다는 것은 그 방향으로 음파가 전파한다는 의미로 간주할 수 있으므로 제시된 속담은 과학적 근거를 가지고 있다고 할 수 있다.

(5) P파 1은 맨틀 내부에서 전파하고, P파 2는 맨틀에서 외핵으로, 다시 맨틀로 전파한다. 먼저 P파 1에 대해서 설명한다. <그림 4>에 의하면, 맨틀 내부에서 P파는 깊이에 따라 속도가 증가한다. 따라서 P파가 맨틀 내부에서 전파될 때 깊이가 얕은 쪽으로 굴절되어 휘게 된다. 따라서 P파 1이 점선을 따라 직선으로 전파하지 않고 휘면서 주어진 그림의 P파 1의 경로를 따르게 된다. P파 2의 경우, P파가 맨틀에서 외핵으로 전파될 때 크게 속력이 작아진다. 따라서 외핵의 중심부로 강하게 꺾이게 된다. 외핵 내부에서는 속력이 작은 외핵의 바깥 경계 쪽으로 휘게 되고, 맨틀로 다시 전파될 때는 경계면 쪽으로 휘게 된다. P파 1과 2를 비교해 보면, 초기에 비슷한 방향으로 전파하는 두 P파가 굴절을 통해 상당히 멀어져서 지구 반대 지역에 도달함을 알 수 있다. 두 도달지역 사이에는 P파가 도달할 수 없으므로, P파가 도달하지 못하는 암영대가 형성된다.

<모범답안1>

<문제2> 7

(1) "파동이 단위시간에 전달하는 에너지양$(P) \propto A^2 f^2 V$"

$f = \frac{1}{주기(T)}$ 이므로 $P \propto \frac{A^2 V}{T^2}$ 이다

해일의 주기(T)가 매우 길고 해일이 천해파의 조건을 갖고있어서 $V=\sqrt{gh}$ 을 따른다 따라서 해일이 해안가로 다가옴에 따라 높이(h)가 감소하며 속력(V)가 느려진다. 그런데 단위시간에 전달하는 에너지양(P)가 거의 줄어들지 않으므로 수면에서 마루까지의 높이(A)즉, 파고가 높아지게 된다

1

(2)

$6000(km) = V(km/h) \times t(h)$

$1km = 1000m$ $= \sqrt{(10)^2 \times (3600)^2 (km/h^2) \times 5 \times (km)} \times t(h)$

$s^2 = \frac{1h^2}{(3600)^2}$ (∵ 해일은 천해파)

$= \frac{3600 \times 2}{10} \times t = 720t$

$t ≒ 8.3$ 시간 ∴ 8.3시간 만에 도착한다 1

(3) <그림4>에서 P파는 8km/h

S파는 4km/h 이다 진앙-관측소

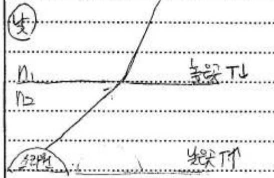
P파가 t초동안 이동한 거리 = S파가 t+10초동안 이동한 거리 = 거리

$8t = 4(t+10)$ $4t = 40$ $(t=10)$

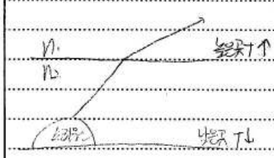
$\therefore S = 8 \times t = 80$

진앙과의 거리는 80km 1

(4) 낮에는 높은 곳의 공기층보다 지표부근의 공기층의 온도가 더 높다

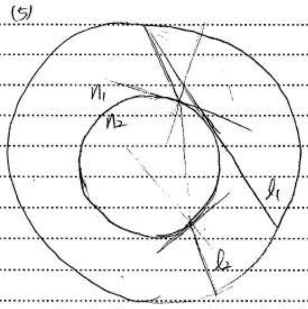


지표부근에서 소리가 날 때 높은층을 n_1층 낮은층을 n_2층이라 할 때 n_1층이 n_2층보다 온도가 낮기 때문에 속도는 n_2층이 더 빠르므로 지표면에서 높은곳으로 갈 때 경계면과 멀어지는 하늘 쪽으로 소리파동이 움직이기 때문에 새가 잘 듣는다



반대로 밤에는 지표부근의 온도가 낮기 때문에 지표부근이 더 느리기 때문에 소리(파동)이 경계면 쪽으로 꺾여 쥐가 더 잘 들을 수 있다 2

(5)



P파가 고체인 n_1층을 이동하다가 n_1층보다 밀도가 낮은 액체층인 n_2층을 지나게 되면 파동의 속력이 커지면서 경계면과 멀리 떨어진 쪽으로 이동하게 된다

그렇게 이동하다가 다시 경계면을 만나게 되면 다시 속력이 감소하게 되어 원래와 거의 같은 방향으로 이동하게 된다

매질 n_2와 만나지 않는 l_1은 계속 직진하게 되고 l_2는 n_2를 지나서 나아가게 되므로 P파가 가지 못하는 지점인 암영대가 존재한다. 설사 l_2가 n_2에 거의 가까워진다 해도 n_2를 통과하기 때문에 속력이 변하고 방향이 바뀌어 결국 l_2와 l_1파의 거리가 항상 존재하고 그 지점은 P파가 전달되지 않는다 2

<모범답안2>

7

<문제2>

(1) 제시문 (나) 에[redacted]동이 단위 시간에 전달하는 에너지의 양은 진폭의 제곱, 진동수의 제곱, 그리고 속력에 비례한다

$P \propto A^2 f^2 v$

쓰나미가 해안가로 다가올 수록 속도가 느려지고 단위시간에 전달하는 에너지의 양은 거의 줄어들지 않으므로

$P \propto A^2 \quad f^2 \quad v$

(거의일정) ↑ (일정) (줄어듦)

그러므로 파동의 진폭은 높아진다. 1

(2) 제시문 (다)에서 쓰나미는 천해파의 특성을 가지므로

속력은 $v = \sqrt{gh}$

$= \sqrt{10 \cdot 4 \times 10^3}$ [m/s]

$= 2 \times 10^2$ [m/s]

일본에서 하와이 까지 거리인 6000 km를 가는데 걸리는

시간은 $t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{6000 \times 10^3 \text{ [m]}}{2 \times 10^2 \text{ [m/s]}}$

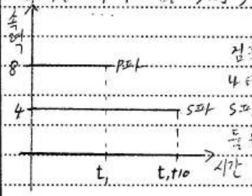
$= 3 \times 10^4$ [s(초)] 이다.

그러므로 약 $\dfrac{3 \times 10^4}{3600} = 8.\dot{3} \approx 8.3$ 시간후에 1

쓰나미가 들이닥칠 것으로 예상된다.

(3) <그림4>에 따르면 지각에서 P파와 S파의

속력은 각각 8[km/s], 4[km/s] 이다.



P파 검출후 10초후 S파가 검출되었으므로 왼쪽 그래프와 같이 나타낼 수 있다. 이 때 P파의 밑넓이와 S파의 밑넓이가 이동거리를 나타내므로 둘은 같아야 한다.

$8 \cdot t_1 = 4 \cdot (t_1 + 10)$

$\therefore t_1 = 10$ [초]

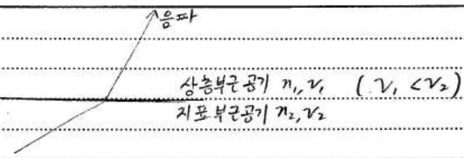
즉 P파가 진앙에서 지진관측소 까지 도달하는데 걸린 시간은 10초이므로 거리는

$s = 8 \cdot 10 = 80$ [km] 이다 1

(4) '낮 말은 새가 듣고, 밤 말은 쥐가 듣는다'라는 우리 속담은 옳다.

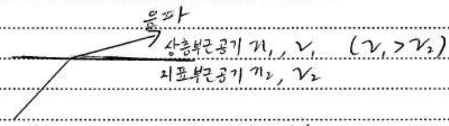
낮에는 지표면 부근 공기층의 온도가 높고 높은곳이 더 낮기 때문에 음파의 속력은 지표면 부근에서 빠르고 높을수록 느려진다.

2+1

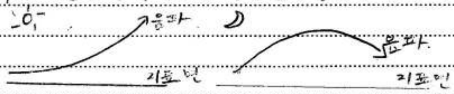


$v_1 < v_2$ 이므로 제시문(나)에서 말했듯이 파동은 경계면에서 멀어지는 쪽으로 꺾여 진행하여 위그림 처럼 진행한다. 공기중에서 굴절이 연속적으로 일어나기 때문에 음파는 하늘을 향해간다.

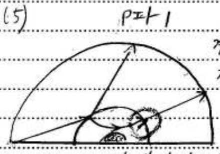
밤에는 반대로 지표부근 온도가 더 낮고, 높은 공기층의 온도가 더 높으므로 음파의 속력은 지표면 부근에서 느리고 높을수록 빨라진다.



낮과 반대로 파동은 경계면에서 가까워지는 쪽으로 꺾여 진행한다. 즉 음파는 땅을 향해 굴절해 나아간다.



(5) P파1 P파1은 맨틀과 외핵의 경계면에서 반사되어 나오는 경로이다.



P파2는 맨틀과 외핵의 경계면에서 굴절되어 진행한 뒤 내부구조 안에서의 속력변화로 인해 연속적으로 굴절되어 진행한다. 그러므로 P파는 진앙에서 핵을 거쳐 직선으로 진행하지 못하여 P파가 미치지 못하는 암영대가 존재한다.

1