

논술 모의고사 문제지(자연계)

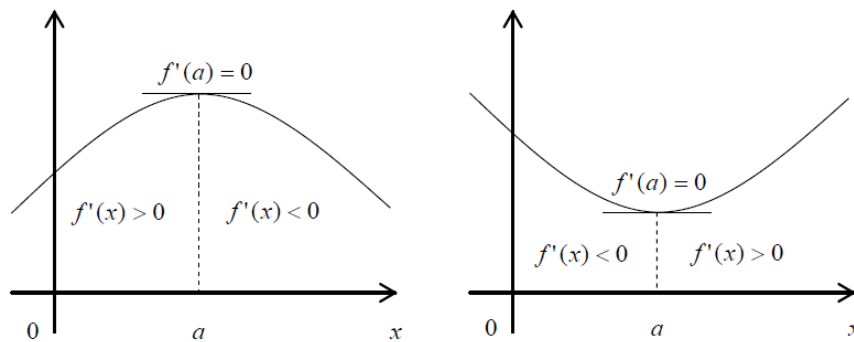
지원학과(부)		수험번호		성명	
---------	--	------	--	----	--

※ 주의사항

- ① 답안지에 제목과 소제목을 달지 마시오.
- ② 답안지에 자신을 드러내는 표현을 쓰지 마시오.
- ③ 제시문의 문장을 직접 인용할 경우에는 인용 표시(“ ”)를 하시오.
- ④ 제시문의 문장을 직접 인용하는 경우 외에는 본문의 일부를 그대로 옮겨 쓰지 마시오.
- ⑤ **연필 또는 흑색필기구**만 사용하여 답안을 작성하시오(그 이외 색필기구는 부정행위에 해당).

문제 1 제시문 (가)-(다)를 읽고 논제에 답하시오. (50점)

(가) 함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 근방에서 미분가능할 때 미분계수 $f'(a)$ 는 $y=f(x)$ 가 나타내는 곡선 위의 점 $(a, f(a))$ 에서 접선의 기울기와 같다. <그림 1>과 같이 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극값을 가지면, a 를 포함하는 충분히 작은 개구간에서 $f'(x)$ 는 $x=a$ 의 전후에서 부호가 변한다. (단, 여기서 일부구간에서 상수인 함수는 생각하지 않는다.)



<그림 1> 미분가능한 함수의 극값

이때, 함수 $f'(x)$ 가 연속이면 중간값정리에 의해 $f'(a)=0$ 이다. 역으로 $f'(a)=0$ 일 때 $x=a$ 의 전후에서 $f'(x)$ 의 부호가 변하면 다음을 알 수 있다.

미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(a)=0$ 이라고 하자. x 가 증가하면서 a 를 지날 때,
 (a) $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 변하면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극댓값을 갖는다.
 (b) $f'(x)$ 의 부호가 음에서 양으로 변하면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극솟값을 갖는다.

한편, $f(x) = x^n$ (n 은 정수)일 때, $f'(x) = nx^{n-1}$ ($x \neq 0$)과 같다.

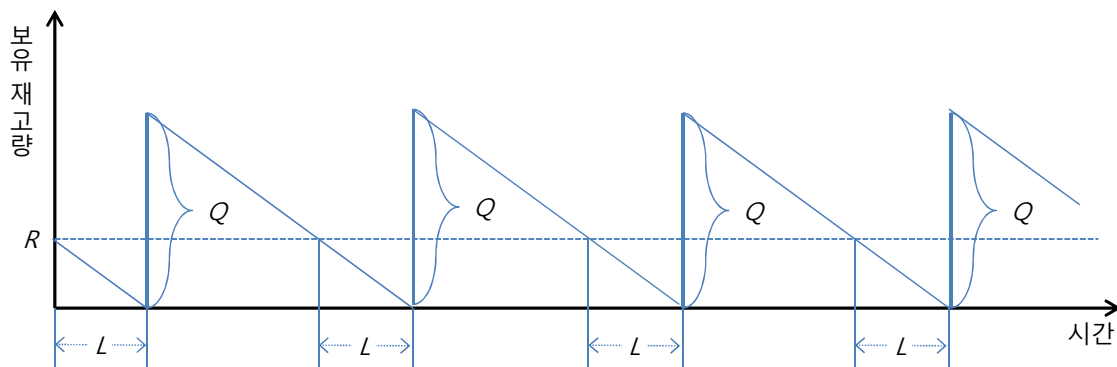
(나) 기업을 운영하기 위해서는 다양한 종류와 유형의 자재가 필요하다. 예를 들어, 자동차 회사는 자동차를 생산하기 위해 수많은 부품을 협력업체로부터 조달해야 한다. 기업은 필요한 자재를 한꺼번에 많이 주문하여 재고량을 많이 비축할 수도 있고, 반대로 필요할 때마다 자주 주문할 수도 있다. 전자의 경우 과다 재고를 유지하는데 비용이 많이 드는 문제가 있고, 후자의 경우 빈번한 주문에 소요되는 부대 경비가 부담이 된다. 따라서 기업은 총비용을 최소화하기 위한 재고관리 및 주문정책을 수립할 필요가 있다. 기업에서 필요한 자재를 어느 주기로 얼마만큼씩 주문할 것인가를 결정하기 위한 가장 단순한 방법으로 경제적 주문량(EOQ: Economic Order Quantity)이라는 개념이 있다. 경제적 주문량이란 연간 소요되는 주문비용과 재고유지비용의 합을 최소화하는 1회의 주문량을 말한다. 주문비용에는 구매주문서 준비비용, 판매처와의 통신비용, 기록관리비용, 물품 수령 및 확인비용 등이 포함된다. 재고유지비용은 공간 및 운송수단 사용 및 유지비용, 물품 보관 및 취급 비용, 기록관리 및 유지비용, 투자된 자본의 비용 등이 포함된다.

<뒷면에 계속>

(다) 'A 기업'에서는 전문가의 자문을 받아 다음과 같은 가정에 따라 'B 자재'의 경제적 주문량을 결정하기로 하였다.

- 1) 'B 자재'에 대한 수요량과 사용률은 일정하며, 사전에 알려져 있다.
- 2) 'B 자재'의 단위당 구입 가격은 주문량(Q)에 관계없이 일정하다.
- 3) 'B 자재'의 주문량(Q)은 0 이상의 실수 값을 갖는다.
- 4) 'B 자재'의 1회 주문비용은 주문량에 관계없이 일정하다.
- 5) 'B 자재'의 재고유지비용은 평균재고량의 제공에 비례한다.
- 6) 'B 자재'의 조달기간(L)은 일정하며 주문량(Q)은 일시에 전량 입고된다.
- 7) 'B 자재'의 재고부족 현상이 발생하지 않는다.

위와 같은 가정을 따라 'B 자재'의 경제적 주문량을 결정하게 되면, <그림 2>와 같은 패턴으로 재고가 관리된다. 이렇게 하면 'B 자재'의 재고부족 현상을 방지하기 위해서 보유 재고량이 재주문점(R) 이하가 되는 시점에 Q 를 주문하고, 자재를 공급업체로부터 인도받는데 걸리는 시간인 조달기간(L)이 지나서 Q 가 전량 입고된다.



<그림 2> EOQ 모형의 재고관리 패턴

이 때 평균재고량은 $\frac{Q}{2}$ 이며, 연간 총비용은 연간주문비용과 연간재고유지비용의 합으로 구할 수 있다. 연간주문비용과 연간재고유지비용은 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{연간주문비용} = \text{연간주문회수} \times \text{회당주문비} = \frac{D}{Q} \times S \quad (1)$$

$$\text{연간재고유지비용} = (\text{평균재고량})^2 \times (\text{재고유지비용상수}) = \left(\frac{Q}{2}\right)^2 \times H \quad (2)$$

여기서, D 는 주문 품목에 대한 연간 수요량,
 S 는 한 번 주문할 때마다 발생하는 주문비용,
 Q 는 1회 주문량,
 H 는 재고유지비용 상수를 나타내며, Q 를 제외한 D, S, H 는 주어진 값이다.

[논제] 다음 질문에 답하시오.

(1) $f(x) = x + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}$ 일 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 $x = 2$ 인 점에서 접선의 기울기를 구하시오.

(2) 함수 $f(x) = x^3 - 3ax + b$ 의 극댓값은 36, 극솟값은 4라고 한다. 이 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.

(3) 제시문 (나)와 (다)에서 설명된 'A 기업'의 경제적 주문량 모델에서 연간주문비용은 한 번에 주문하는 양 Q 가 증가할수록 감소한다. 반대로 연간재고유지비용은 Q 가 증가할수록 증가한다. 이러한 사실을 그래프로 도해하고 연간 총비용 곡선의 그래프를 그리시오. 단, X 축에는 1회 주문량을, Y 축에는 연간비용을 나타내시오.

<다음 면에 계속>

(4) 제시문 (나)와 (다)에서 설명된 'A 기업'의 경제적 주문량 결정 방법에 따라 'B 자재'에 대한 연간 총비용을 최소화하기 위한 경제적 주문량(Q^*)을 식으로 나타내고, 다음과 같은 상황에서 'B 자재'의 경제적 주문량(Q^*)과 이때의 연간 총비용을 구하시오.

- 지난 3년간 'B 자재'의 사용량을 분석하고 향후 수요량 증가를 고려하여 연간 수요량을 15,000으로 추정함
- 1회 주문 당 발생하는 주문비용은 데이터 수집 및 분석을 통해 320,000으로 결정함
- 단위당 재고유지비용 상수는 직접적인 재고유지비용과 자산비용을 고려하여 1,200으로 산정함

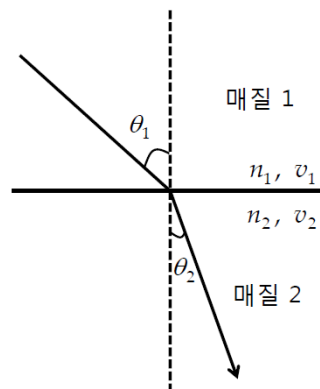
(5) 공급업체에 'B 자재'를 주문한 이후 실제 물품이 'A 기업'에 도착하기까지 2일이 걸린다고 한다. 문제 (4)의 상황에서 전년도 말에 'B 자재'를 주문하여 당해 연도 1월 1일에 문제 (4)에서 구한 경제적 주문량(Q^*)이 입고되었을 경우 다음 주문일은 언제인가? 단, 1년은 365일이며, 수식 계산 시 소수 첫째 자리에서 반올림 함.

문제 2 제시문 (가)-(라)를 읽고 문제에 답하시오. (50점)

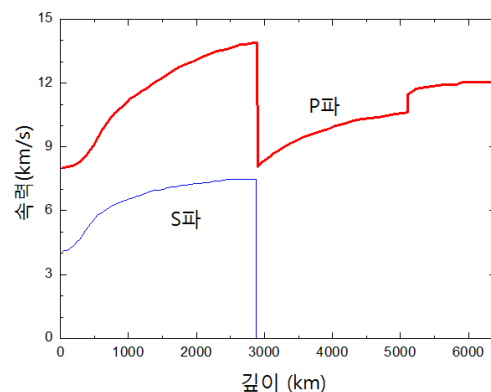
(가) 지진은 지하에 축적된 탄성에너지의 급격한 방출에 의해 지구가 진동하는 현상이다. 지각과 상부 맨틀은 탄성체인 암석으로 되어 있기 때문에 탄성한도 이내에서 변형되면 지각 표층부는 판유리처럼 어느 한도까지는 구부러졌다가 힘이 사라지면 원래대로 돌아간다. 그러나 탄성한도를 넘으면 암석은 깨지게 되고 이 때 생겨난 진동이 전달되어 땅이 흔들리게 되는데 이것이 지진이다. 진양에서 방출된 에너지는 '쓰나미'라 불리는 지진해일과 P파, S파 등의 지진파로 사방으로 전달된다.

(나) 탄성 물질의 한 부분에 힘을 작용하여 일을 해 주면 진동이 생기고 그 진동이 물질에 따라 차례로 퍼져나가는 데 이와 같은 현상을 파동이라 한다. 이 때 파동을 전달해 주는 물질을 매질이라 한다. 예를 들면, 물결파가 퍼져나갈 때는 수면의 높이가 가장 높아진 마루와 가장 낮아진 골이 생긴다. 마루에서 마루 또는 골에서 골까지의 거리를 파장(λ)이라 하고, 잔잔했을 때의 수면을 기준으로 마루까지의 높이나 골까지의 깊이를 진폭(A)이라 한다. 마루인 지점이 골이 되었다가 다시 마루가 될 때까지의 시간을 주기 (T)라 하고, 그 역수가 진동수(f)가 된다. 파동의 속력은 진동수와 파장의 곱이다. 파동이 단위 시간에 전달하는 에너지의 양(P)은 진폭(A)의 제곱, 진동수(f)의 제곱, 그리고 속력(v)에 비례한다. 그 관계를 식으로 표현하면 $P \propto A^2 f^2 v$ 이 된다.

파동의 속력은 매질에 의해서 결정된다. 따라서 매질이 달라지는 영역으로 파동이 진행하면 파동의 속력이 변하게 되는데, 이를 굴절현상이라 한다. 파동이 굴절할 때 진동수는 변하지 않으므로 파장이 바뀌어 속력이 변하게 된다. 이러한 속력의 변화로 두 매질의 경계면에서 파동의 경로가 바뀌는데, 굴절한 파동의 경로는 두 물질의 굴절률과 관련된다. 파동의 속력은 굴절률에 반비례한다. 굴절률이 n_1 과 n_2 로 서로 다른 두 매질이 맞닿아 있을 때($n_1 < n_2$), 매질에 따라 파동의 속력이 달라 경계면에서 파동의 경로가 휘게 된다. 그 휘는 정도를 파동의 입사 평면에서 각도로 표시하면, θ_1 과 θ_2 가 된다. 이 각도들과 굴절률과의 관계는 다음의 식, $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$ 으로 표현되는데, 이를 스넬의 법칙이라 한다. <그림 3>과 같이 $n_1 < n_2$ (또는 $v_1 > v_2$)인 경우, 파동은 경계면에서 멀어지는 쪽으로 꺾여 진행한다.



<그림 3> 두 매질의 경계에서의 빛의 굴절



<그림 4> 지구 내부에서 지진파(P파, S파)의 속력

<뒷면에 계속>

(다) 천해파는 수심이 파장의 약 1/20 보다 작을 때의 해수파를 말하며, 물입자의 궤적은 타원운동을 한다. 수심이 깊어짐에 따라 타원이 점점 더 찌그러진 타원이 되고 해저에서는 전후의 왕복 운동을 한다. 천해파의 속력은 수심에만 의존한다. 즉, 천해파의 속력공식은 $v = \sqrt{gh}$ (v : 속력, g : 중력가속도, h : 수심)이다. 쓰나미로 인한 해수파는 전형적으로 파고가 낮고 파장이 긴 천해파의 특성을 지니고 있다.

(라) 지진파는 지진이 발생할 때의 충격으로 발생하는 에너지가 파의 형태로 전달되는 것이다. 파의 전달방법과 성질에 따라 고체, 액체, 기체를 모두 통과하는 P파, 고체만 통과하는 S파, 수면이나 지구 표면을 따라 전파되는 L파로 구분된다. 지진파는 통과하는 물질의 밀도와 탄성에 따라 전파속력이 달라지며, 서로 다른 통과 물질의 경계면에서는 반사 또는 굴절하는 특성이 있다. 따라서 각 지진 관측소에 도달한 지진파의 기록을 분석하여 지진파의 통과 경로를 알아내면 지구 내부의 구조나 물질 상태를 알 수 있다.

<그림 4>의 그래프는 지구 내부에서의 P파와 S파의 속력을 보여준다. 그림을 보면 지진파의 속력이 지하 30~40km 깊이에서 갑자기 빨라진다. 이러한 불연속면을 모호로비치치 불연속면 또는 모호면이라 부르며, 이 모호면을 경계로 그 위쪽을 지각, 아래쪽을 맨틀로 나눈다. 모호면으로부터 빨라진 P파와 S파가 지하 2900km 깊이까지 들어가면 S파는 더 이상 전파되지 않는다. 이곳이 맨틀과 외핵의 경계로 외핵이 액체로 이루어져 있음을 알려 준다. 또한 이 경계면에서 P파의 속력은 급격히 느려지는데, 이 경계면에서의 굴절로 진앙에서 103도와 142도 사이에 P파가 도달하지 않는 암영대가 존재하게 된다. 한편, 외핵을 지난 P파는 지하 5100km 깊이에서 다시 속력이 빨라지는데, 이는 지구 중심부에 고체로 된 내핵이 있기 때문이다. 이처럼 물질의 상태에 따라 속력이 변하는 지진파를 통해 우리는 지구 내부가 지각, 맨틀, 외핵, 내핵의 4층으로 된 층상구조라는 것을 알아냈다.

[문제] 다음 질문에 답하시오.

(1) 다음의 글은 쓰나미에 대한 설명이다.

바다 밑 해양지각에서 지진이 발생하면 지진해일이 '쓰나미'가 만들어 지는데, 해일의 주기는 수 분에서 수십 분이며 파장은 수백 킬로미터에 달한다. 해일의 주기가 매우 길어서 넓은 바다에서 보면 그 움직임이 크게 느껴지지 않는다. 이 해일이 해안가로 다가오면 바다의 수심이 점점 얕아져 속도가 느려지는데, 이 때 해일이 가져온 단위 시간당 전달 에너지는 거의 줄어들지 않아 해일의 파고는 점점 높아지게 된다.

해안가로 다가올 수로 해일의 파고가 높아지는 이유를 파동의 진폭(A), 진동수(f), 속력(v), 단위 시간에 전달하는 에너지의 양(P)의 변화를 언급하면서 설명하시오.

(2) 일본에서 하와이까지의 거리는 약 6000km이다. 태평양의 평균 수심이 약 4km라 하면, 일본 동북부 연안의 해저 지진 발생 후 몇 시간 후에 하와이에 쓰나미가 들이닥칠 것으로 예상하는가? 소수 둘째자리에서 반올림한다. (중력가속도 g 는 10m/s^2 로 한다.)

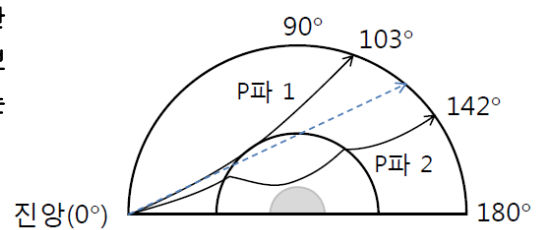
(3) 지진관측소에서 P파를 검출한 후, 약 10초가 지난 후에 S파가 검출되었다. 지진파가 지각을 따라 전파될 때 지진관측소로부터 진앙까지의 거리를 추정하시오. (지진파의 속력은 <그림 4>를 참고하시오.)

(4) 제시문(나)에 따르면 매질을 지나는 파동은 그 속력에 따라 진행방향이 바뀔 수 있다. 다음의 글은 낮과 밤에 지표면 근처 대기의 상태에 관한 내용이다.

햇볕이 뜨거운 날, 햇볕에 노출된 바위나 도로 또는 모래의 표면은 뜨겁게 달궈진다. 이 경우 지표 가까이에 분포한 공기층은 높은 곳의 공기층보다 온도가 더 높기 때문에 밀도는 더 낮다. 밤이 되면 지표면이 더 빨리 식으므로, 위 상황은 역전되어 지표면 근처의 공기가 더 냉각되어 밀도가 더 높아진다.

공기 중에서 음파의 속력은 절대온도의 제곱근에 비례한다고 알려져 있다 ($v \propto \sqrt{T}$). '낮말은 새가 듣고, 밤말은 쥐가 듣는다.'라는 우리 속담이 과학적으로 올바른지를 설명하시오.

(5) <그림 4>에서와 같이 내부구조의 경계면뿐만 아니라 각 내부구조 안에서도 지진파의 속력이 변한다. 이를 참고하여 오른쪽 그림에서 보이는 P파 1, 2의 경로를 대략적으로 설명하고, P파가 미치지 못하는 암영대가 존재함을 설명하시오.



<끝>