

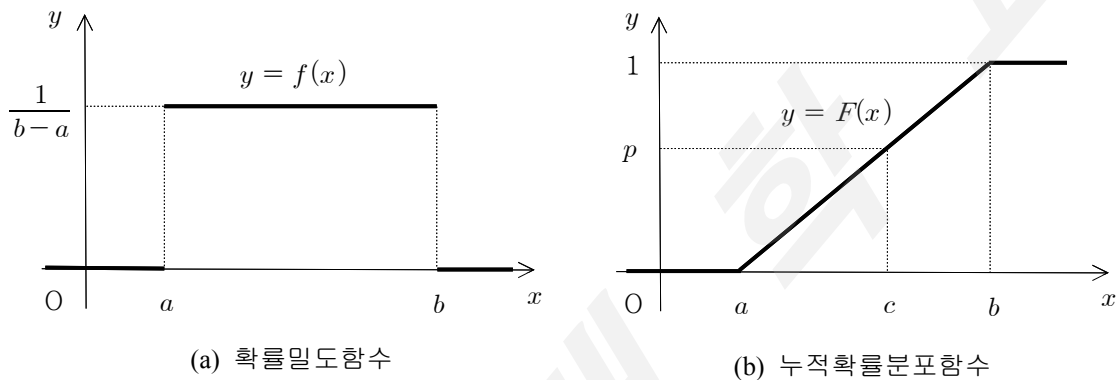
# -자연계열

## 문제 1 제시문 (가)~(다)를 읽고 논제에 답하시오. (50점)

(가) 연속확률변수  $X$ 가 균등분포를 따른다는 것은 특정 범위 내에서  $X$ 가 어떤 값을 취할 가능성이 동일하다는 것을 의미한다.  $X$ 가 구간  $[a, b]$ 에서 균등분포를 따를 때 확률밀도함수  $f(x)$ 는 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x < a \text{ 또는 } x > b \end{cases}$$

이때 누적확률분포함수  $F(x)$ 는  $x < a$ 이면  $F(x) = 0$ ,  $a \leq x \leq b$ 이면  $F(x) = P(X \leq x) = \frac{x-a}{b-a}$ ,  $x > b$ 이면  $F(x) = 1$ 이다. [그림 1]에서 굵은 선으로 표시된 부분은  $X$ 의 확률밀도함수와 누적확률분포함수의 그래프이다.



[그림 1] 구간  $[a, b]$ 에서 균등분포

(나) 연속확률변수  $X$ 의 누적확률분포함수를  $F(x)$ 라 할 때,  $X$ 의  $100p$  백분위수는  $F(c) = P(X \leq c) = p$ 를 만족하는  $c$ 이다. 예를 들어, 20 백분위수는  $X$ 가 이 값 이하일 확률이 20%인 값을 의미한다. [그림 1]에서와 같이  $X$ 가 구간  $[a, b]$ 에서 균등분포를 따를 때,  $100p$  백분위수는  $c = (b-a)p + a$ 이다.

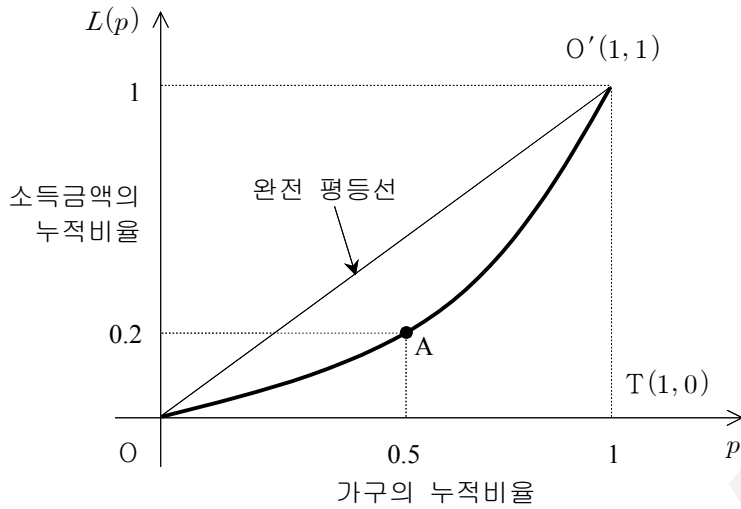
(다) 지니 계수(Gini's coefficient)는 이탈리아의 통계학자인 지니가 소득분배의 불평등 정도를 측정하기 위해 제시한 지표로, 로렌츠 곡선(Lorenz curve)을 이용하여 구할 수 있다. 로렌츠 곡선은 가구당 연간 소득금액 자료를 작은 금액부터 크기순으로 늘어놓을 때 가구의 누적비율( $p$ )과 이에 대응하는 소득금액의 누적비율( $L(p)$ )의 순서쌍  $(p, L(p))$ 를 그래프로 나타낸 것이다. 여기서  $0 \leq p \leq 1$ 이고,  $L(p)$ 는 다음과 같다.

$$L(p) = \frac{\text{(소득금액이 } 100p \text{ 백분위수 이하인 가구들의 소득금액 총합)}}{\text{(전체 가구의 소득금액 총합)}}$$

모든 가구의 소득이 동일하면 가구의 누적비율과 소득금액의 누적비율이 일치한다. 이 경우 로렌츠 곡선은 [그림 2]의 선분  $OO'$ 과 같으며 이를 완전 평등선(line of equality)이라 부른다. 또한 굵은 선으로 나타난 로렌츠 곡선 위의 점 A는 하위 50%에 속하는 가구의 소득금액 총합이 전체 가구의 소득금액 총합의 20%에 해당함을 보여 주고 있다. 로렌츠 곡선이 [그림 2]의 곡선으로 주어질 경우 지니 계수  $G$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G = \frac{\text{(완전 평등선과 로렌츠 곡선 사이의 넓이)}}{\text{(삼각형 } OO'T \text{의 넓이)}}$$

지니 계수는 0과 1 사이의 값을 가지며, 그 값이 클수록 더욱 불평등한 분배 상태를 의미한다.



[그림 2] 로렌츠 곡선

[문제 1] A 국가의 전체 가구 수는  $n$ 이며, 가구당 연간 소득금액은 구간  $[0, 200]$ 에서 균등분포를 따른다고 하자.

(1-1) 소득금액이  $100p$  백분위수 이하인 가구들의 소득금액 총합을  $n$ 과  $p$ 에 관한 식으로 나타내시오.

[참고] (소득금액 총합) = (평균소득금액)  $\times$  (가구 수)

(1-2) 로렌츠 곡선  $L(p)$ 의 식을 구하고, 지니 계수를 계산하시오.

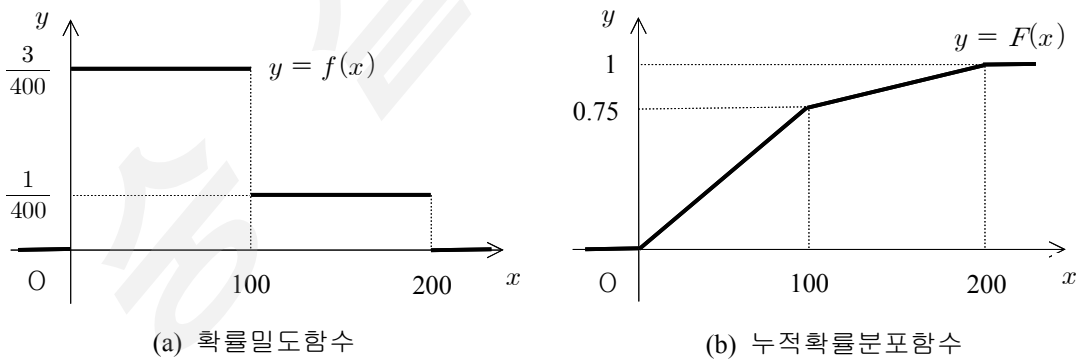
[문제 2] 다음의 글은 로렌츠 곡선을 구하는 한 방법을 설명하고 있다.

가구당 연간 소득금액이 연속확률분포를 따르고 소득금액의 누적확률분포함수가  $F(x)$ 일 때 로렌츠 곡선  $L(p)$ 의 식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L(p) = \frac{1}{\mu} \int_0^p F^{-1}(x) dx \quad (0 \leq p \leq 1)$$

단, 여기서  $\mu$ 는 전체 가구의 연간평균소득금액을,  $F^{-1}(x)$ 는 누적확률분포함수의 역함수를 나타낸다.

B 국가의 가구당 연간 소득금액의 분포가 [그림 3]과 같다고 하자.



[그림 3] 가구당 연간 소득금액

(2-1) 위의 글을 이용하여 로렌츠 곡선  $L(p)$ 의 식을 구하시오.

[참고]  $\mu = \int_0^{200} x f(x) dx$ ,  $F^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{400}{3}x, & 0 \leq x \leq 0.75 \\ 400x - 200, & 0.75 \leq x \leq 1 \end{cases}$

(2-2) 지니 계수를 계산하시오.

**문제 2** 제시문 (가)~(라)를 읽고 논제에 답하시오. (50점)

(가) 열량의 단위는 칼로리(cal)로, 1cal는 1기압에서 물 1g을 14.5°C부터 15.5°C까지 올리는 데 필요한 에너지이다. 열량의 단위 cal를 에너지의 단위인 줄(J)로 환산하면 1cal는 약 4.2J이 된다. 한국 사람의 1일 평균 에너지 소모량은 성인남자 2500kcal, 성인여자 2000kcal이다

(나) 연소란 물질이 산소와 결합하여 빛과 열을 내는 반응이다. 물질이 완전히 연소하여 이산화탄소와 물로 변화할 때 발생하는 열을 연소열이라고 한다. 신체도 연소에 해당하는 산화과정을 통하여 에너지를 만든다. 우리가 섭취한 음식물은 복잡한 소화과정을 거쳐 소화기관에서 흡수된 후 신체의 각 세포로 보내진다. 또한, 호흡기관을 통하여 들어간 산소가 순환기관에 의하여 신체의 각 세포에 공급되면, 세포는 영양분을 산화시켜 생명활동에 직접 이용할 수 있는 ATP의 형태로 에너지를 저장한다.

(다) 세포에서 에너지를 생산할 때 연료로 쓰이는 대표적인 호흡기질인 탄수화물은 글리코겐 형태로 저장되어 있다. 다른 호흡기질인 지방과 단백질이 대사되기 위해서는 산소가 반드시 필요한 반면, 글리코겐 형태로 저장된 탄수화물은 유·무산소적으로 모두 대사될 수 있는 장점이 있다. 뿐만 아니라 글리코겐은 대사 경로가 단순해서 에너지 공급이 다른 공급원보다 빠르다. 그러나 우리 몸에 저장될 수 있는 글리코겐의 양은 한정되어 있어 섭취한 탄수화물의 15~20% 정도만 글리코겐으로 저장되고 나머지는 지방으로 바뀌어 저장된다.

글리코겐이 고갈되면 지방과 단백질이 에너지원으로 이용된다. 글리코겐 형태로는 많은 양을 저장할 수 없지만 지방으로는 얼마든지 저장할 수 있다. 지방은 우리 몸이 안정할 때나 가벼운 활동을 할 때 연료로 사용된다. 그러나 지방은 근본적으로 근육세포 밖에 저장되고, 근육으로의 수송 과정이 느리다. 또한 유산소적일 때만 사용되고, 대사과정도 느리기 때문에 운동 초기나 고강도 운동중에 에너지 공급원으로서의 역할이 미약할 수 있다. 단백질은 신체를 구성하고 있는 주요 성분이기 때문에 특수한 경우를 제외하고는 에너지 연료로 이용되지 않는다. 장기간 단식을 하여 체내 탄수화물과 지방을 거의 다 소모하면 신체를 구성하고 있던 단백질을 에너지 생성의 연료로 이용한다.

(라) 운동할 때 소비되는 열량을 운동에 따른 MET(단위대사당량) 수치로 측정할 수 있다. 휴식할 때 우리 몸은 일반적으로 체중 1kg당 1분에 3.5mL의 산소를 소비한다. 이를 1시간 동안의 소비열량으로 환산하면 약 1kcal이고, 이 수준의 산소소비량을 1MET라 한다. 즉, 체중 60kg인 사람은 휴식할 때 1시간 동안 60kcal의 열량을 소비한다. 운동 종류에 따른 MET 수치의 예를 들면, 걷기는 3.6, 자전거 타기는 5.5, 달리기나 줄넘기는 8.0이다.

**[논제 1]** 다음은 운동량에 관한 신체의 효율을 설명한 글이다.

열기관은 열에너지를 역학적 에너지로 바꿀 수 있는 장치를 말한다. 이때 열기관의 효율은 공급된 열에너지와 수행한 일의 비를 의미한다. 열기관을 사용하는 자동차의 경우, 효율이 약 20~25%로 알려져 있다. 이와 유사하게 신체의 효율은 운동중 소비한 열량과 수행한 운동의 양의 비로 정의할 수 있다.

$$\text{신체의 효율(\%)} = \frac{\text{운동의 양}}{\text{소비열량}} \times 100$$

체중이 50kg인 학생이 1분에 70회로 줄넘기를 하고 있다. 이 학생이 뛰는 높이는 10cm로 일정하고, 이 높이에서의 중력위치에너지가 1회 줄넘기할 때 운동의 양에 해당한다. 이때 신체의 효율을 계산하시오.

[참고] 중력위치에너지는  $U = mgh$ (단위, J)이고,  $m$ 은 질량(단위, kg),  $g$ 는 중력가속도( $10\text{m/s}^2$ ),  $h$ 는 높이(단위, m)이다.

[문제 2] 다음의 표는 각 호흡기질이 유산소 호흡과정에서 완전히 산화될 때 호흡기질의 단위질량당 소비하는 산소의 양과 생산하는 에너지의 양을 나타낸다.

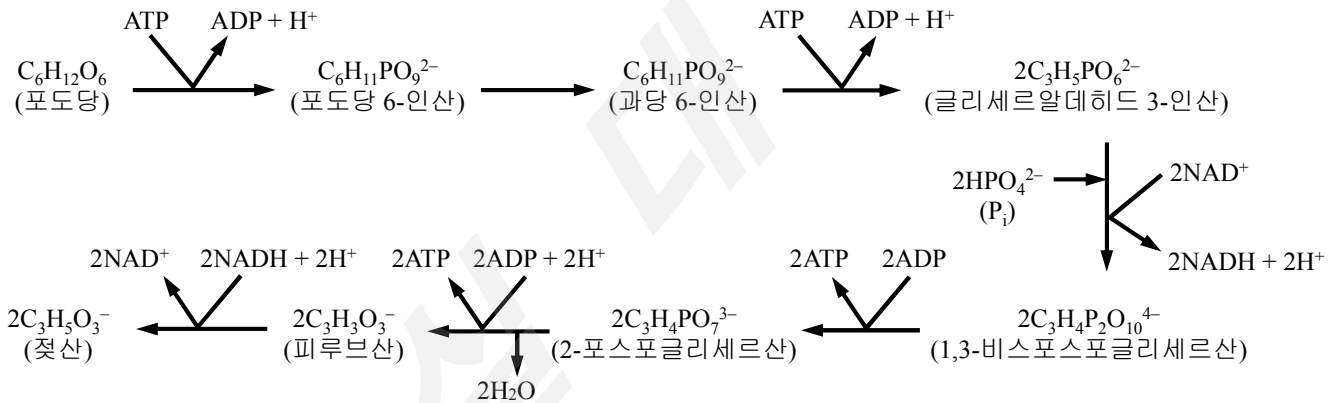
호흡기질	산화반응식	단위질량당 O <sub>2</sub> 소비량(L/g)	단위질량당 에너지 생산량(kcal/g)
탄수화물(포도당)	$C_6H_{12}O_6 + 6 O_2 \rightarrow 6 CO_2 + 6 H_2O$	0.8	4
지방(스테아르산)	$C_{18}H_{36}O_2 + 26 O_2 \rightarrow 18 CO_2 + 18 H_2O$	2.0	9
단백질(류신)	$2 C_6H_{13}O_2N + 15 O_2 \rightarrow 12 CO_2 + 10 H_2O + 2 NH_3$	1.0	4

(2-1) 소비되는 산소 1L당 에너지 생산량을 각 호흡기질별로 구하시오.

(2-2) (2-1)의 결과를 이용하여 유산소 운동 중 산소가 충분히 공급되지 않을 때에는 탄수화물이 주된 에너지원으로 이용되는 이유를 설명하시오.

[문제 3] 다음의 글은 무산소 호흡에 관한 내용이다.

포도당의 유산소 호흡은 TCA 회로 및 전자전달계 등을 이용하여 많은 에너지를 생산하는 효율적인 방법이지만, 산소를 이용하기 때문에 시간이 소요되는 과정이다. 급격한 근육운동으로 산소의 공급이 부족한 경우에는 유산소 호흡이 원활하게 수행되지 못한다. 대신 산소가 필요하지 않은 젖산발효가 일어나면서 ATP를 생산할 수 있다. 이 과정을 요약하여 표시하면 다음과 같다.



이 과정에서 생성되는 ATP는 근육에서 에너지원으로 소모되며, 발효를 통해 생성되는 젖산은 간으로 이동하여 포도당으로 돌아온다.

(3-1) [포도당 → 젖산] 반응과정을 하나의 반응식으로 축약한 전체반응식을 쓰시오.

(3-2) [피루브산 → 젖산] 반응은 유산소 호흡의 전자전달계에서 일어나는  $[2NADH + 2H^+ + O_2 \rightarrow 2NAD^+ + 2H_2O]$  반응을 대체하는 효과를 지닌다. 만약 피루브산이 젖산으로 변하지 못한다면, 위의 그림에서 화학평형의 직접적인 영향으로 중단되는 최초 반응까지의 ATP 득실을 포도당 1분자에 대해서 계산하시오.

**[문제 4] 다음의 글은 에너지 저장장치에 관한 내용이다.**

최근 대체에너지 개발과 에너지 저장기술에 대한 관심이 증가하고 있다. 현재 태양력·조력·풍력·지열 등 다양한 대체 에너지원들이 연구되고 있지만, 기존의 화력이나 원자력에 비해 연속적으로 에너지를 생산하기 어렵다는 한계를 가지고 있기 때문에 에너지의 저장과 이동이 더욱 중요한 문제로 부각되고 있다.

에너지 저장장치에는 전지와 축전기가 있다. 전지는 전기에너지를 화학에너지의 형태로 저장하는 장치를 말하며, 일회성 사용에 한정되는 일차전지와 재충전·재사용이 가능한 이차전지가 있다. 이차전지는 많은 양의 에너지를 저장하여 오랜 시간 동안 일정한 양의 에너지를 공급하는 곳에 적합하다. 예를 들어 리튬계 이차전지는 전극 활물질 외부 또는 내부로의 리튬 이온의 이동에 의해 전하를 저장하며, 높은 에너지 밀도를 가진다. 이보다 더욱 비약적으로 에너지 저장능력을 향상시킬 수 있는 장치로 연료전지가 있다. 연료전지에서는 연료의 형태로 저장된 화학에너지를 전기에너지로 변환시키므로 연료의 저장능력에 따라 저장능력이 증가될 수 있다.

또 다른 저장장치인 축전기는 축전된 에너지를 대량으로 방출할 수 있는 장치이다. 일반 축전기는 출력밀도는 우수하지만 저장에너지 밀도가 매우 낮다는 한계가 있다. 기존의 축전기에 비해 큰 축전용량을 가지는 장치를 초고용량 축전기라 부른다. 현재는 에너지 저장량이 이차전지보다 큰 축전기는 개발되지 못했지만, 초고용량 축전기는 큰 용량의 에너지를 빠르게 축적하고 방출하는 동역학적 측면에서는 이차전지보다 우수한 성능을 지닌다.

(4-1) 오른쪽 그림은 여러 가지 에너지 저장장치의 전기에너지 밀도와 출력밀도를 나타낸 것이다. 전기에너지 밀도는 단위질량당 저장할 수 있는 에너지의 양을, 출력밀도는 단위질량당 단위시간 동안 방출할 수 있는 에너지의 양을 의미한다. 위의 글에 언급한 네 가지 에너지 저장장치인 a) 이차전지, b) 연료전지, c) 일반 축전기, d) 초고용량 축전기에 대해 오른쪽 그림에서 대응하는 영역(1~4)을 각각 찾으시오.

(4-2) 신체의 호흡기질인 탄수화물과 지방의 특징을 전기에너지 밀도와 출력밀도의 관점에서 비교하시오.

<끝>

